Об асимптотическом интегрировании симметрических дифференциальных уравнений второго порядка с негладкими коэффициентами

Конечная Н. Н.

Пусть вещественнозначные функции $1/p, q$ и комплекснозначная функция r измеримы на $[0, +\infty)$ и $1/p, q, r \in L^1_{loc}[0, +\infty)$. Предполагая, что функции f и $f^{[1]} := p(f' - rf)$ локально абсолютно непрерывны на $[0, +\infty)$, рассмотрим симметрическое квазидифференциальное уравнение

$$-(p(f' - rf))' - \overline{r}p(f' - rf) + qf = 0, \qquad x \in [0, +\infty). \tag{1}$$

Пусть далее функции P, Q, R обладают теми же свойствами, что и p, q, r соответственно. Символами u и v обозначим решения симметрического квазидифференциального уравнения

$$-(P(f' - Rf))' - \overline{R}P(f' - Rf) + Qf = 0, \qquad x \in [0, +\infty), \tag{2}$$

удовлетворяющие условию $uv_{[1]} - u_{[1]}v = 1$, где $f_{[1]} := P(f' - Rf)$.

В докладе приводятся достаточные условия на коэффициенты симметрических дифференциальных уравнений второго порядка (1) и (2) и решения одного из них, обеспечивающие асимптотическую близость их решений. В частности, справедлива следующая теорема.

Теорема. *Пусть вещественные функции P, Q, R и p, q, r такие, что при некотором $a > 0$*

1. $\int\limits_a^{+\infty} |(Q - q) + 2(R - r)PR + (\frac{1}{p} - \frac{1}{P})P^2R^2||w|^2 < +\infty,$

2. $\int\limits_a^{+\infty} |\frac{1}{p} - \frac{1}{P}|P^2|w'|^2 < +\infty,$

3. $\int\limits_a^{+\infty} |(r - R)P - (\frac{1}{p} - \frac{1}{P})P^2R||ww'| < +\infty,$ *где $w = u$ или $w = v$,*

4. $\int\limits_a^{+\infty} |(r - R)P - (\frac{1}{p} - \frac{1}{P})P^2R||(uv)'| < +\infty.$

Тогда для любой пары вещественных чисел α и β уравнение (1) имеет решение $f(x), x \in [0, +\infty)$, удовлетворяющее условиям

$$f(x) = [\alpha + o(1)]u(x) + [\beta + o(1)]v(x),$$
$$f^{[1]}(x) = [\alpha + o(1)]u_{[1]}(x) + [\beta + o(1)]v_{[1]}(x)$$

при $x \to +\infty$.

Полученные результаты сравниваются с ранее известными теоремами в этой области и рассматриваются некоторые примеры.

Работа выполнена при финансовой поддержке гранта РФФИ 07-01-00192-а.