

ПРОГРАММА

II части кандидатского экзамена по специальности 01.01.06

Коммутативная алгебра

I. Общие вопросы.

1. Нетеровы кольца и модули. Теорема Гильберта о базисе.
2. Градуированные кольца и модули. Функция Гильберта, ее вычисление с помощью свободной резольвенты.
3. Локализация (кольца и модули частных).
4. Функторы Hom и \otimes , их поведение при локализации.
5. Спектр кольца, носитель модуля. Лемма Накаямы.
6. Кольца и модули конечной длины.
7. Ассоциированные простые идеалы и примарное разложение.
8. Целая зависимость. Теорема Гильберта о нулях.
9. Фильтрации. Лемма Артина - Риса.
10. Плоские модули. Функтор Tor .
11. Пополнение. Лемма Гензеля.
12. Понятие размерности кольца и модуля. Кольца размерности нуля.
13. Теорема Крулля о главном идеале. Системы параметров.
14. Кольца нормирования.
15. Теория дивизоров на целозамкнутой нетеровой области. Дедекиндовы области.
16. Многочлен Гильберта - Самюэля.
17. Размерность аффинных колец.

II. Базисы Гребнера и гомологические методы.

1. Тензорная, симметрическая и внешняя алгебра модуля над коммутативным кольцом.
2. Свободные и проективные резольвенты, производные функторы, функторы Ext и Tor .
3. Базисы Гребнера полиномиальных идеалов и их применения.
4. Модули дифференциалов.
5. Регулярные последовательности и комплекс Козюля.
6. Глубина модуля. Кольца и модули Коэна - Маколея.
7. Регулярные локальные кольца.
8. Критерий точности конечного свободного комплекса. Теорема Гильберта - Берча.
9. Кольца Горенштейна, канонические модули, дуализирующие комплексы.

Литература

1. Атья М., Макдональд И. Введение в коммутативную алгебру . "Мир", М.-1972.
2. Зарисский О., Самюэль П. Коммутативная алгебра. М.-1963.
3. Бурбаки Н. Коммутативная алгебра. М.-1971.
4. Бурбаки Н. Гомологическая алгебра. М.-1987.
5. Серр Ж.-П. Локальная алгебра и теория кратностей. Сб. пер. "Математика". 1963. - 7, № 5. - с.3-93.

6. Eisenbud D. Commutative Algebra with a View Toward Algebraic Geometry. Springer. – 1995.
7. Kaplansky I. Commutative Rings. Allyn and Bacon. – 1970.
8. Matsumura M. Commutative Ring Theory Cambridge Univ. Press. – 1986.

Автор: д.ф.-м.н. профессор Е.С.Голод