

Вторая к.р. май 2009

1. При каких $a > 0$ и $b > 0$ процесс $aW(bt)$ будет винеровским?
2. Найти ковариационную функцию для следующих процессов: а) $X(t) = tW(1/t), t \geq 0$ б) $Y(t) = W(t) - tW(1), 0 \leq t \leq 1$ в) $Z(t) = (t+1)Y(\frac{t}{t+1})$
3. Дана ковариационная функция $K(t)$ стационарного в широком смысле процесса $X(t)$. Найти ковариационную функцию процесса $Y(t) = X(t) + X'(t)$
4. Найти ковариационную функцию процесса $X(t) = \int_0^t W(u)du$

Задания к зачету.

0. Необходимо уметь решать все задачи из контрольных работ.

1. Пусть ξ_n – последовательность н.о.р.с.в. $P(\xi_n = 1) = P(\xi_n = -1) = 1/2$. Какие из следующих последовательностей образуют цепь Маркова?

а) $\eta_n = \xi_n \xi_{n+1}$ б) $\zeta_n = (\xi_n + \xi_{n+1})/2$

2. На телеграфный пункт приходит два пуассоновских потока телеграмм интенсивности λ_1 и λ_2 . Найти плотность распределения момента поступления n -ой телеграммы.

3. Найти распределение приращений процесса $Z(t) = (1+t)Y(\frac{t}{1+t})$, где $Y(t) = W(t) - tW(1)$, а $W(t)$ - винеровский процесс.

4. Доказать, что по распределению $Y(t) = Y(1-t)$

5. Является ли винеровским процесс $X(t) = \begin{cases} W(t), t \leq 1 \\ 2W(1) - W(t), t > 1 \end{cases}$?

6. Доказать, что для процесса $X(t)$ с независимыми приращениями имеет место формула $K(s, t) = D(X(\min(t, s)))$

7. Дана ковариационная функция $K(t)$ стационарного в широком смысле процесса $X(t)$. Найти ковариационную функцию процесса $Y(t) = X(t) + X''(t)$

8. Найти ковариационную функцию процесса $X(t) = \int_0^t N(u)du$, где $N(u)$ - пуассоновский процесс.

9. Ковариационная функция процесса $X(t)$ выражается формулой $K(s, t) = \sigma^2 st$. Найти $D \int_0^T Y(t)dt$, где $Y(t) = \sin \frac{\pi t}{T} X(t)$.