

Программа курса «Методы экстремальной комбинаторики»

лектор — к.ф.-м.н. Д. А. Шабанов

осень 2012

1. “Полуслучайный” (“nibble”) метод в комбинаторике. Проблема Эрдеша–Ханани об асимптотически оптимальных покрытиях в гиперграфах. Теорема Рёдля о почти оптимальном покрытии в гиперграфе. Теорема Пиппенджера о почти совершенных сочетаниях в гиперграфах.
2. “Полуслучайный” (“nibble”) метод в комбинаторике. Теорема Йоханссена об оценке хроматического числа графа без треугольников. Точность оценки в теореме Йоханссена.
3. Метод дифференциальных уравнений. Теорема Кима о нижней оценке числа Рамсея $R(3, t)$ (основная идея доказательства и его схема). Сочетание метода дифференциальных уравнений и “nibble” метода.
4. Лемма регулярности Семереди для графов. Вероятностный подход к доказательству леммы регулярности. Ее обобщения для гиперграфов (б/д).
5. Применения леммы регулярности: теорема Эрдеша–Стоуна для чисел Турана $ex(n, G)$.
6. Применения леммы регулярности: теорема Хватала–Рёдля–Троттера–Семереди о числах Рамсея графов с ограниченной максимальной степенью вершины.
7. Вероятностный метод в условиях сильных зависимостей. Локальная лемма для отрицательно коррелированных событий и ее применение к случайным биекциям. Теорема Лу и Секеи об упаковках гиперграфов. Следствия: теорема Хайнала–Семереди для гиперграфов, совершенные сочетания в гиперграфах и оценки турановских плотностей.

Список литературы

- [1] N. Alon, J. Spencer, *Probabilistic method*, 3rd edition, Wiley, 2008.
- [2] S. Jukna, *Extremal combinatorics*, 2nd edition, Springer-Verlag, 2011.
- [3] J. H. Kim, “The Ramsey number $R(3, t)$ has order of magnitude $t^2/\log t$ ”, *Random Structures and Algorithms*, **7:3** (1995), 173–207.

- [4] L. Lu, L. Székely, “Using Lovasz Local Lemma in the space of random injections”, *Electronic Journal of Combinatorics*, **13** (2007), Research paper №63.
- [5] C. Chavtal, V. Rödl, E. Szemerédi, W. Trotter, “The Ramsey number of a graph with bounded maximum degree”, *Journal of Combinatorial Theory, Series B*, **34**:3 (1983), 239–243.