

Программа второго коллоквиума по курсу «Математическая статистика и ее приложения»

Мех-мат МГУ, экономический поток, декабрь 2018

1. Метод максимального правдоподобия. Примеры. Экстремальное свойство функции правдоподобия. Теорема о существовании состоятельного решения уравнения правдоподобия. Состоятельность оценки максимального правдоподобия.
2. Теорема об асимптотической нормальности состоятельного решения уравнения правдоподобия. Асимптотическая нормальность оценки максимального правдоподобия.
3. Теорема Бахадура (б/д). Пример, показывающий возможность невыполнения неравенства $\sigma^2(\theta) \geq i^{-1}(\theta)$ на множестве лебеговой меры нуль. Асимптотически эффективные оценки. Асимптотическая эффективность и эффективность оценки максимального правдоподобия.
4. Условное математическое ожидание случайной величины относительно σ -алгебры. Теорема Радона–Никодима (б/д) и обоснование существования условного математического ожидания. Явный вид условного математического ожидания в случае, если σ -алгебра порождена счетным разбиением.
5. Основные свойства условного математического ожидания (10 штук).
6. Условное математическое ожидание $E(\xi|\eta = y)$, существование и основные свойства. Связь с $E(\xi|\eta)$. Вычисление $E(f(\xi, \eta)|\eta)$ в случае независимых случайных величин ξ и η .
7. Условное распределение и условная плотность одной случайной величины относительно другой. Теорема о вычислении условного математического ожидания с помощью условной плотности. Теорема о достаточном условии существования условной плотности.
8. Теорема о наилучшем квадратичном прогнозе. Байесовская оценка, априорные и апостериорные плотности. Теорема о байесовской оценке, ее оптимальность в байесовском подходе к сравнению оценок.
9. Минимаксные оценки. Достаточное условие минимаксности оценки. Наихудшие априорные распределения. Пример с минимаксной оценкой для параметра в схеме Бернулли. Второе достаточное условие минимаксности оценки.

10. Достаточные статистики. Теорема Колмогорова–Блэкуэлла–Рао об улучшении несмещенных оценок и ее многомерное следствие. Полные статистики. Теорема об оптимальной оценке.

Список литературы

- [1] А.А. Боровков, *Математическая статистика*, 4-е изд., Лань, Спб., 2010.
- [2] А.Н. Ширяев, *Вероятность-1*, 5-е изд., МЦНМО, М., 2011.
- [3] Г.И. Ивченко, Ю.И. Медведев, *Математическая статистика*, Книжный дом “Либроком”, М., 2014.
- [4] Э. Леман, *Теория точечного оценивания*, Наука, М., 1991.
- [5] Б.А. Севастьянов, *Курс теории вероятностей и математической статистики*, 2-е изд., Институт компьютерных исследований, М.-Ижевск, 2004.
- [6] Ю.Н. Тюрин, *Математическая статистика. Записки лекций*, [электронная версия](#).