

# Программа третьего коллоквиума по курсу «Математическая статистика и ее приложения»

Мех-мат МГУ, экономический поток, март 2019

1. Доверительные интервалы и доверительные области. Метод центральной статистики. Асимптотические доверительные интервалы. Построение асимптотических доверительных интервалов с помощью асимптотически нормальных оценок. Примеры.
2. Линейная регрессионная модель. Оценка по методу наименьших квадратов, ее основные свойства. Лемма об оптимальности в классе несмещенных линейных оценок. Несмещенная оценка для параметра дисперсии в линейной регрессионной модели.
3. Линейная гауссовская модель. Достаточные статистики в линейной гауссовской модели. Оптимальные оценки параметров в линейной гауссовской модели, их распределения.
4. Распределения хи-квадрат, Стьюдента и Фишера. Теорема об ортогональных разложениях гауссовского случайного вектора. Доверительные интервалы и эллипсоиды для параметров гауссовской линейной модели. Примеры.
5. Проверка статистических гипотез: общие принципы и основные понятия (критическое множество, уровень значимости, альтернативы, ошибки первого и второго родов, функция мощности). Сравнения критериев: равномерно наиболее мощные критерии. Несмещенность и состоятельность статистического критерия. Лемма Неймана–Пирсона для проверки простых гипотез. Построение с ее помощью наиболее мощных критериев.
6. Семейства с монотонным отношением правдоподобия. Монотонность функции мощности для таких семейств. Теорема о монотонном отношении правдоподобия. Свойства построенного равномерно наиболее мощного критерия. Примеры.
7. Двойственность доверительного оценивания и проверки гипотез. Пример построения равномерно наиболее мощного критерия в случае отсутствия монотонного отношения правдоподобия: равномерное распределение.
8. Линейные гипотезы в линейной гауссовской модели.  $F$ -критерий для проверки линейной гипотезы в гауссовской линейной модели, его свойства. Пример: проверка однородности двух нормальных выборок.

9. Обобщенный (условный) метод наименьших квадратов, вычисление статистики для  $F$ -критерия с его помощью. Пример: проверка однородности для  $k$  нормальных выборок.

## Список литературы

- [1] А.А. Боровков, *Математическая статистика*, 4-е изд., Лань, Спб., 2010.
- [2] А.Н. Ширяев, *Вероятность-1*, 5-е изд., МЦНМО, М., 2011.
- [3] Г.И. Ивченко, Ю.И. Медведев, *Математическая статистика*, Книжный дом “Либроком”, М., 2014.
- [4] Э. Леман, *Теория точечного оценивания*, Наука, М., 1991.
- [5] Б.А. Севастьянов, *Курс теории вероятностей и математической статистики*, 2-е изд., Институт компьютерных исследований, М.-Ижевск, 2004.
- [6] Ю.Н. Тюрин, *Математическая статистика. Записки лекций*, [электронная версия](#).
- [7] Э. Леман, *Проверка статистических гипотез*, Наука, М., 1979.
- [8] П. Бикел, К. Доксам, *Математическая статистика. Вып. 1*, Финансы и статистика, М., 1983.
- [9] П. Бикел, К. Доксам, *Математическая статистика. Вып. 2*, Финансы и статистика, М., 1983.
- [10] Г. Крамер, *Математические методы статистики*, Мир, М., 1975.