

Программа четвертого коллоквиума по курсу «Математическая статистика и ее приложения»

Мех-мат МГУ, экономический поток, май 2019

1. Критерии согласия в дискретном случае. Статистика хи-квадрат Пирсона в полиномиальной схеме Бернулли с m исходами. Теорема Пирсона о предельном распределении статистики хи-квадрат. Критерий согласия хи-квадрат, его состоятельность.
2. Проверка о принадлежности дискретного распределения параметрическому семейству. Идея применения метода максимального правдоподобия и обобщенная статистика хи-квадрат. Теорема о предельном распределении этой статистики в условиях регулярности (б/д). Параметрический критерий хи-квадрат. Критерий независимости хи-квадрат и его свойства. Критерий однородности хи-квадрат и его свойства.
3. Критерии согласия в непрерывном случае. Теорема Колмогорова (формулировка) и распределение Колмогорова. Доказательство первой части теоремы Колмогорова: доказательство независимости распределения статистики \hat{D}_n от вида истинной функции распределения. Критерий Колмогорова и его свойства.
4. Слабая сходимость вероятностных мер в метрических пространствах, борелевская сигма-алгебра в метрическом пространстве. Теорема Александрова.
5. Цилиндрическая и борелевская сигма-алгебры на $C[0, 1]$. Сходимость по распределению случайных процессов с непрерывными траекториями на $[0, 1]$, наследование сходимости при взятии непрерывной функции. Принцип инвариантности Донскера–Прохорова (б/д).
6. Лемма о сходимости $\sqrt{n}\hat{D}_n$ по распределению к максимуму модуля броуновского моста на $[0, 1]$. Броуновский мост, его распределение как предел условных распределений винеровского процесса.
7. Вычисление совместного распределения (m_n, M_n, S_n) для простейшего симметричного случайного блуждания. Вычисление совместного распределения (m, M, W_1) для винеровского процесса. Нахождение распределения максимума модуля броуновского моста.
8. Ранговые методы. Критерий Уилкоксона для проверки однородности двух независимых выборок. Статистики ранговых сумм Уилкоксона и Манна–Уитни, вычисление ее математического ожидания и дисперсии в случае нулевой гипотезы. Построение

доверительных интервалов для параметра сдвига с помощью статистики Уилкоксона. оценка параметра сдвига: медиана Ходжеса–Лемана.

9. Понятие U-статистики. Теорема об асимптотической нормальности U-статистики. Следствие: асимптотическая нормальность статистик Манна–Уитни и Уилкоксона.

Список литературы

- [1] А.А. Боровков, *Математическая статистика*, 4-е изд., Лань, Спб., 2010.
- [2] А.Н. Ширяев, *Вероятность-1*, 5-е изд., МЦНМО, М., 2011.
- [3] Г.И. Ивченко, Ю.И. Медведев, *Математическая статистика*, Книжный дом “Либроком”, М., 2014.
- [4] Э. Леман, *Теория точечного оценивания*, Наука, М., 1991.
- [5] Б.А. Севастьянов, *Курс теории вероятностей и математической статистики*, 2-е изд., Институт компьютерных исследований, М.-Ижевск, 2004.
- [6] Ю.Н. Тюрин, *Математическая статистика. Записки лекций*, [электронная версия](#).
- [7] Э. Леман, *Проверка статистических гипотез*, Наука, М., 1979.
- [8] П. Бикел, К. Доксам, *Математическая статистика. Вып. 1*, Финансы и статистика, М., 1983.
- [9] П. Бикел, К. Доксам, *Математическая статистика. Вып. 2*, Финансы и статистика, М., 1983.
- [10] Г. Крамер, *Математические методы статистики*, Мир, М., 1975.
- [11] П. Биллингсли, *Сходимость вероятностных мер*, Наука, М., 1977.