

ПРОГРАММА
курса “Введение в теорию вероятностей”
(осенний семестр 2011 – 2012)

профессор А.В.Булинский

1. Модели случайных экспериментов.
2. Системы подмножеств непустого множества (алгебры, σ -алгебры, π - и λ -системы). Борелевская σ -алгебра. Теорема о π - λ -системах.
3. Мера. Вероятностное пространство (аксиоматика Колмогорова). Частотная интерпретация вероятности.
4. Дискретные вероятностные пространства. Биномиальное и пуассоновское распределения. Классическое определение вероятности.
5. Свойства вероятности. Вероятность на алгебре подмножеств некоторого множества. Счетная аддитивность, конечная аддитивность и непрерывность в “нуле” (пустом множестве).
6. Функция распределения вероятности на пространстве $(\mathbb{R}, \mathcal{B}(\mathbb{R}))$ и ее свойства.
7. Построение вероятности на $(\mathbb{R}, \mathcal{B}(\mathbb{R}))$ по функции F , обладающей свойствами функции распределения.
8. Понятие плотности распределения. Основные распределения (равномерное, экспоненциальное, нормальное, Коши).
9. Теорема Каратеодори.
10. Условная вероятность. Независимость событий (попарная и в совокупности). Вероятностное доказательство формулы Эйлера в теории чисел.
11. Леммы Бореля – Кантелли.
12. Формула полной вероятности. Формула Байеса.
13. Случайные величины и их распределения.
14. Действия над случайными величинами. Независимые случайные величины.
15. Модель пуассоновского случайного поля.
16. Теорема Пуассона (с оценкой погрешности).
17. Случайные блуждания по решетке \mathbb{Z}^d .

18. Интеграл Лебега и его свойства. Пространство L^p .
19. Равномерная интегрируемость. Теоремы о предельном переходе под знаком интеграла.
20. Математическое ожидание, дисперсия, ковариация и их свойства. Неравенство Чебышева.
21. Вероятностное доказательство теоремы Вейерштрасса.
22. Сходимость случайных величин (почти наверное, по вероятности, в пространстве L^p , по распределению).
23. Законы больших чисел (слабый и усиленный). Теоремы Хинчина и Колмогорова.
24. Цепи Маркова с конечным числом состояний.

ЛИТЕРАТУРА

- [1] А.А.Боровков. Теория вероятностей. УРСС. 2009.
- [2] Б.В.Гнеденко. Курс теории вероятностей. УРСС, 2006.
- [3] В.Феллер. Введение в теорию вероятностей, т. 1,2. Мир, 1984.
- [4] А.Н.Ширяев. Вероятность. т.1,2. МЦНМО, 2007.
- [5] J.Jacod, Ph.Protter. Probability Essentials. Springer, 2000.
- [6] O.Kallenberg. Foundations of Modern Probability. Springer, 1997.
- [7] L.Korallov, Ya.Sinai. Introduction to Probability Theory. Springer, 2007.