

ПРОГРАММА
курса “Скачкообразные марковские процессы”
(осенний семестр 2011 – 2012)

профессор А.В.Булинский

1. Процессы с независимыми приращениями. Критерий существования в терминах характеристических функций приращений.
2. Пуассоновский процесс как процесс с независимыми приращениями, имеющий локально-конечную меру интенсивности.
3. Доказательство того, что процесс восстановления, построенный по независимым экспоненциальным величинам с показателем $\lambda > 0$, является пуассоновским процессом интенсивности λ . Построение пуассоновского процесса с локально-конечной мерой интенсивности.
4. Точечный (пространственный) пуассоновский процесс с конечной и σ -конечной мерами интенсивности.
5. Построение càdlàg версии пуассоновского процесса (с локально-конечной мерой интенсивности) с неубывающими траекториями.
6. Теорема о том, что скачки пуассоновского процесса имеют величину 1, если мера интенсивности m обладает свойством $m(\{t\}) = 0$ для каждого $t \geq 0$.
7. Фильтрация, момент остановки τ , σ -алгебра \mathcal{F}_τ .
8. Строго марковское свойство для процессов с независимыми стационарными приращениями.
9. Доказательство того, что пуассоновский процесс интенсивности $\lambda > 0$ может рассматриваться как процесс восстановления, отвечающий последовательности независимых экспоненциальных величин с параметром λ .
10. Функционал Лапласа для точечного пуассоновского процесса.
11. Маркированный пуассоновский процесс.
12. Система массового обслуживания $M|G|\infty$. Распределение числа клиентов в момент времени $t > 0$.
13. Эквивалентные определения марковских процессов.
14. Марковость процесса с независимыми приращениями.

15. Марковские цепи с непрерывным временем. Свойства переходных вероятностей. Построение цепи с заданными начальным распределением и переходными вероятностями.
16. Пуассоновский процесс как цепь Маркова.
17. Однородные марковские цепи. Условие стандартности. Существование генератора.
18. Построение конечной марковской цепи по инфинитезимальной матрице.
19. Прямые и обратные уравнения Колмогорова.
20. Эргодическая теорема. Стационарные марковские процессы. Формулы Эрланга.
21. Теорема “соствязания” пуассоновских процессов.
22. Конструкция Дуба марковской цепи.
23. Критерий Ройтера отсутствия взрыва для марковских цепей.
24. Критерий Ройтера для процессов рождения и гибели.
25. Ветвящиеся (марковские) процессы с непрерывным временем. Вероятность вырождения.

ЛИТЕРАТУРА

- [1] А.В.Булинский, А.Н.Ширяев. Теория случайных процессов. ФИЗМАТЛИТ, 2005.
- [2] М.Я.Кельберт, Ю.М.Сухов. Вероятность в примерах и задачах, т.2. Марковские цепи как отправная точка теории случайных процессов и их приложения. МЦНМО, 2009.
- [3] Дж.Кингман. Пуассоновские процессы. МЦНМО, 2007.
- [4] P.Brémaud. Markov Chains. Gibbs Random Fields, Monte Carlo Simulation, and Queues. Springer, 1999.