

"Введение в топологию",
программа, второй курс, осень 2012-2012
уч.год.

А.С.Мищенко

2 декабря 2012 г.

1. Мощность множества. Теорема Кантора-Бернштейна о равномоцных множествах.
2. Терема Кантора о множестве всех подмножеств.
3. Структура открытого множества на прямой.
4. Открытость шаровой окрестности.
5. Счетная база подмножестве евклидового пространства.
6. Плотность подмножества рациональных чисел на вещественной прямой.
7. Непрерывность композиции непрерывных отображений.
8. Непрерывность сужения непрерывного отображения.
9. Непрерывность объединения непрерывных отображений.
10. Эквивалентность определений непрерывности по Коши и по Гейне.
11. Гомеоморфность интервалов различной длины.
12. Гомеоморфность открытого диска и евклидового пространства.
13. Гомеоморфность открытого диска и открытого куба.
14. Гомеоморфность замкнутого диска и замкнутого куба.
15. Гомеоморфность плоскости без точки $\mathbb{R}^2 \setminus \{x_0\}$ и открытого круга без точки $\{(x, y) : 0 < x^2 + y^2 < 1\}$
16. Гомеоморфность двумерного тора T^2 и декартового произведения окружностей $S^1 \times S^1$.

17. Гомеоморфность группы трехмерных специальных ортогональных матриц $\mathrm{SO}(3)$ и трехмерного вещественного проективного пространства $\mathbb{R}P_3$.
18. Замкнутость графика непрерывного отображения.
19. Хаусдорфовость тихоновского произведения.
20. Хаусдорфовость метрического пространства.
21. Нормальность метрического пространства.
22. Лемма Урысона.
23. Теорема Титце.
24. Разбиение единицы.
25. Вторая аксиома счетности. Сепарабельность пространства со второй аксиомой счетности.
26. Теорема Урысона о метризуемости нормального пространства со второй аксиомой счетности.
27. Компактные топологические пространства. Непрерывный образ компактного пространства.
28. Компактность замкнутого подмножества компактного пространства.
29. Критерий компактности подмножества евклидова пространства \mathbb{R}^n .
30. Нормальность хаусдорфова компактного пространства.
31. Компактность декартового произведения компактных пространств.
32. Гомотопия непрерывного отображения. Категорные свойства гомотопии.
33. Гомотопическая эквивалентность топологических пространств. Категорные свойства.
34. Стягиваемость евклидова пространства.
35. Ретракция, деформационная ретракция.
36. Гомотопическая эквивалентность окружности и $\mathbb{R}^2 \setminus \{0\}$.
37. Гомотопическая эквивалентность одномерного графа и букета окружностей.
38. Аксиома о продолжении гомотопии, ее эквивалентная формулировка в виде ретракции.

39. Факторпространство по стягиваемому подмножеству.
40. Накрытия. Аксиома о накрывающей гомотопии.
41. Фундаментальная группа пунктированного топологического пространства. Корректность определения групповой структуры.
42. Функториальные свойства фундаментальных групп.
43. Поведение фундаментальной группы при перемене отмеченной точки.
44. Связь фундаментальных групп пространства и его накрытия.
45. Универсальное накрытие окружности.
46. Вычисление фундаментальной группы окружности.
47. Фундаментальная группа декартового произведения пространств.
48. Теорема ван Кампена.
49. Построение универсального накрытия.
50. Построение накрытия по подгруппе фундаментальной группы.
51. Теорема Нильсена-Шрайера о свободности подгруппы свободной группы.
52. Гомотопическое доказательство основной теоремы алгебры о корнях комплексного многочлена.
53. Свободные гомотопии замкнутых путей и их связь с фундаментальной группой.
54. Теорема об отсутствии ретракции двумерного диска на окрестность.
55. Теорема Брауэра о неподвижной точке.
56. Теорема о причесывании ежа.

Список литературы

- [1] Александров П.С. *Введение в теорию множеств и общую топологию*, "Наука Москва, 1977
- [2] Мищенко А.С., Соловьев Ю.П., Фоменко А.Т. *Сборник задач по дифференциальной геометрии и топологии*, Москва, 2000
- [3] О.Я.Виро и др. *Элементарная топология*,
- [4] Allen Hatcher, *Algebraic Topology*, 2000.
- [5] Постников, М.М. *Лекции по алгебраической топологии. Основы теории гомотопий*, М., «Наука», Главная редакция физико-математической литературы, 1984.