Описательная статистика на ГИА[1]

Г.И.Фалин, д.ф.м.н., проф.
кафедра теории вероятностей
механико-математический факультет
МГУ им М.В.Ломоносова (Москва)

А.И.Фалин, к.ф.м.н., доцент
кафедра общей математики
факультет ВМиК
МГУ им М.В.Ломоносова (Москва)

Мы предлагаем несколько задач по описательной статистике, которые могли бы быть предложены при подготовке к ГИА. Эти задачи позволяют получить (простейшее) реальное представление об этой науке и стимулируют настоящее, а не формальное, изучение статистики. Они соответствуют главам I, II, III учебного пособия [3] и составлены в духе задач британских экзаменов на получение общего сертификата о среднем образовании (GCSE).

Ключевые слова: ФГОС, ГИА, описательная статистика, опыт Великобритании, GCSE.

1. Введение

Общеобразовательный уровень обсуждаемого проекта Федерального Государственного Общеобразовательного Стандарта по математике и информатике для среднего (полного) общего образования (ФГОС СОО) предполагает «…(5) сформированность представлений о процессах и явлениях, имеющих вероятностный характер, о статистических закономерностях в реальном мире; имение использовать основные статистические характеристики при исследовании данных и принятии решений в простейших практических ситуациях, умение находить и оценивать вероятности наступления событий в простейших практических ситуациях; …»[1].

[1] Г.И.Фалин, А.И.Фалин. Описательная статистика на ГИА. *Математика в школе*, 2011, №7, стр.21-30.

Вместе с тем при аттестации выпускников на ГИА и ЕГЭ задачи по теории вероятностей и статистики раньше вообще отсутствовали, а сейчас представлены только в демонстрационном варианте КИМ для проведения в 2011 году государственной аттестации выпускников 9 классов по математике [2] (их всего две – задачи 17 и 18) .

Задача 17. На каждые 1000 электрических лампочек приходится 5 бракованных. Какова вероятность купить исправную лампочку?

Решение задачи 17. число исправных лампочек равно 1000−5=995. Поэтому вероятность купить исправную лампочку равна $\frac{995}{1000}=0,995$.

Замечание. Строго говоря, решение задачи 17 нельзя считать полным без

(1) явного указания пространства элементарных событий Ω: в нашем случае это предполагает нумерацию лампочек, так что $\Omega=\{1, 2, \ldots, 1000\}$;

(2) указания на их равновозможность (вследствие того, что ни одна из лампочек не имеет преимуществ перед другими);

(3) указания множества A элементарных исходов, благоприятствующих наступлению события «куплена исправная лампочка»: если, например, исправные лампочки имеют номера от 1 до 995, то $A=\{1, 2, \ldots, 995\}$.

Вряд ли, однако, авторы демонстрационного варианта будут требовать столь аккуратного решения (во всяком случае, критерии оценивания [2] не дают на этот счёт никаких указаний), так что задача сводится к делению числа 995 на 1000.

Задача 18. Записан рост (в сантиметрах) пяти учащихся: 158, 166, 134, 130, 132. На сколько отличается среднее арифметическое этого набора чисел от его медианы?

Решение задачи 18. Среднее арифметическое данного набора чисел равно

$$\frac{158+166+134+130+132}{5}=\frac{720}{5}=144.$$

Чтобы найти медиану данного набора чисел, запишем эти числа по возрастанию:

$$130,\ 132,\ 134,\ 158,\ 166,$$

и возьмём число, стоящее посередине, т.е. 134. Поэтому среднее и медиана отличаются на 10 (точнее говоря, среднее больше медианы на 10).

Замечание. Как среднее арифметическое, так и медиана появляются в общем курсе элементарной математики без всякой связи со статистикой или теорией вероятностей. Предложенная задача никак не связана ни с теорией вероятностей, ни со статистикой и сводится к выполнению (в соответствии с тривиальным алгоритмом) пары арифметических действий над целыми числами, причём эти числа подобраны так, что после группировки (158 и 132, 166 и 134) их легко сложить в уме.

Теория вероятностей – это наука о специфических закономерностях массовых однородных экспериментов, характеризующихся устойчивостью частот, и методах разработки на этой основе определённых рекомендаций для практических действий. Статистика (в её простейшем виде) – это наука о методах сбора, обработки и анализа данных, характеризующих количественные закономерности жизни общества. Обе эти науки (тесно связанные между собой) не сводятся к тривиальным упражнениям по арифметике. Цель их преподавания в средней школе – вооружить выпускника школы знаниями и навыками, необходимыми в его дальнейшей жизни.

Демонстрационный вариант ГИА (в части, относящейся к теории вероятностей и статистике) подтверждает худшие опасения специалистов по школьной математике: экзаменационные задачи выродятся в задачи на деление двух чисел. Это тем более обидно, что есть замечательное учебное пособие по теории вероятностей и статистике для общеобразовательных учреждений [3]. Кроме того, эти науки давно преподаются школьникам в возрасте от 14 до 16 лет в странах с высокоразвитой системой школьного образования. Скажем, в Великобритании в возрасте (примерно) 16 лет школьники сдают экзамены на получение общего сертификата о среднем образовании (General Certificate of Secondary Education – GCSE); эти экзамены являются аналогом российской ГИА. Задачи по теории вероятностей и статистике предлагаются как на экзамене по математике, так и на экзамене по статистике (в Великобритании статистика изучается и как отдельный предмет).

В настоящей статье мы предлагаем несколько задач по описательной статистике, которые могли бы быть предложены при подготовке к ГИА (задачи по теории вероятностей мы рассмотрим в отдельной статье). Эти задачи позволяют получить (простейшее) реальное представление об этой науке и стимулируют настоящее, а не формальное, изучение статистики. Они соответствуют главам I, II, III учебника [3] и составлены с использованием вариантов [4–7] британских экзаменов на получение общего сертификата о среднем образовании (GCSE). Хотя все задачи являются оригинальными, мы старались сохранить дух британских экзаменов, включая уровень сложности задач и их практическую направленность.

2. Задачи

Задача 1. В рекламном проспекте «Кипр-08», изданном одной из туристических компаний, в разделе «Полезная информация» приведена следующая таблица о погоде на Кипре

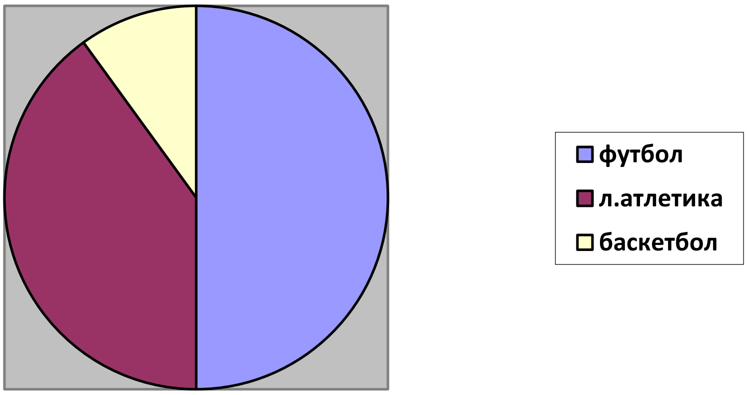
Месяц	Количество дождливых дней		Месяц	Количество дождливых дней
Январь	13		Июль	Нет
Февраль	9		Август	Нет
Март	7		Сентябрь	1
Апрель	5		Октябрь	4
Май	2		Ноябрь	6
Июнь	нет		Декабрь	11

и написано: «На Кипре 330 солнечных дней в году!»

(1) Используя данные, приведённые в таблице, подсчитайте общее число дождливых дней на Кипре в году.

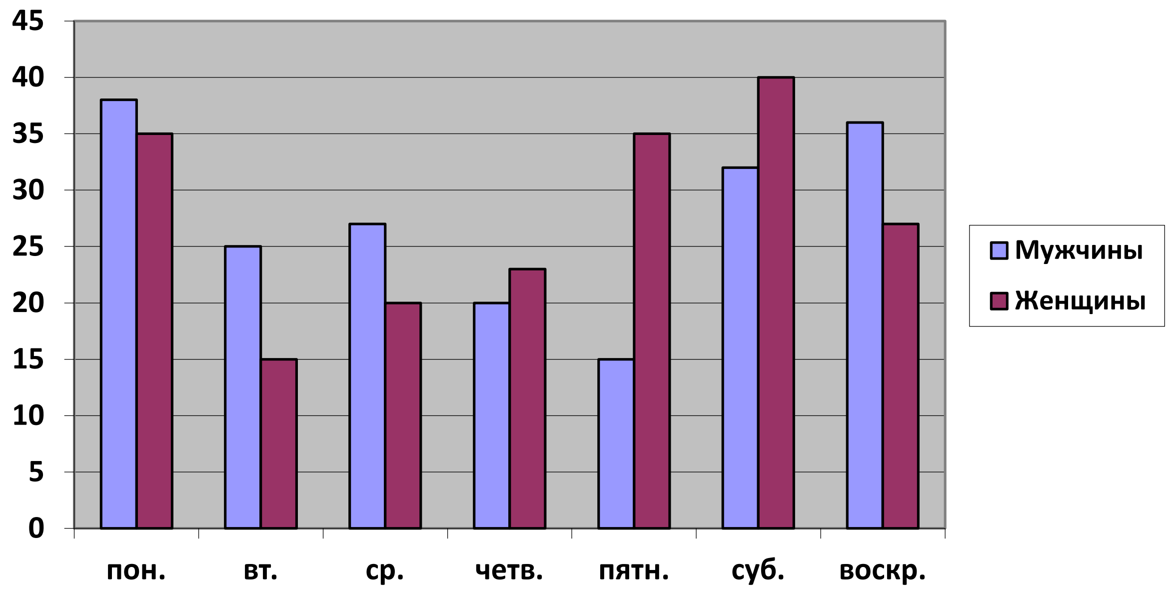
(2) Проанализируйте полученный результат.

Задача 2. В классе 40 учеников. Во время урока физкультуры они разбиты на три группы: школьники из первой группы играют в баскетбол, из второй – в футбол, а третья группа занимается лёгкой атлетикой. Информация о числе школьников в этих группах содержится в следующей круговой диаграмме.



С помощью транспортира определите число школьников в каждой группе.

Задача 3. Владелец газетного киоска, решил выяснить, кто чаще покупает газеты – мужчины или женщины. С этой целью он на протяжении недели проводил статистическое исследование и фиксировал общее число газет, купленных за день мужчинами, и общее число газет, купленных за день женщинами. Результаты этого исследования показаны на столбиковой диаграмме:



(1) Сколько газет купили женщины в понедельник?

(2) Сколько газет купили мужчины в пятницу?

(3) Представьте данные о продажах в виде таблицы.

(4) Владелец киоска думает, что женщины покупают газеты чаще, чем мужчины. Подтверждают ли данные о продажах это мнение?

Задача 4. По заданию учителя в ноябре школьник проводил метеорологические наблюдения и, в частности, записывал температуру воздуха на улице. Часть из его результатов приведена в таблице.

день	3.11	4.11	5.11	6.11	7.11	8.11	9.11	10.11	11.11	12.11
температура	-5°	-4°	-5°	-7°	-8°	-9°	-6°	-10°	-6°	-2°

(1) Какой день из указанных в таблице был самым холодным?

(2) Какова была температура воздуха на улице в этот день?

(3) Каким является это значение температуры в ряду значений температур – наибольшим или наименьшим?

(4) Найдите размах температур за период с 3 по 12 ноября.

Задача 5. Контрольную работу по математике писали 32 школьника. Из них 5 человек получили оценку «5», 11 человек – оценку «4», 13 человек – оценку «3», а остальные – «2». Заполните до конца следующую таблицу

оценка	2	3	4	5
Число школьников, получивших оценку		13	11	5
Доля от общего числа школьников в %				

и подсчитайте средний балл за контрольную.

Задача 6. Специалист страховой компании подготовил отчёт о результатах работы компании за прошедший день. В частности, в отчёте говорится, что за день было заявлено 5 страховых случаев, и средний размер ущерба составил 6258 руб. Он уже собирался сдавать отчёт руководителю своего отдела, как ему сообщили о двух новых страховых случаях: на 5216 руб. и на 12074 руб. Определите новый средний размер ущерба.

Задача 7. Торговая компания хочет понять, сколько денег тратят её покупатели за один визит в магазин. Первые 32 покупателя пробили чеки на следующие суммы (в рублях): 108; 54; 62; 74; 40; 38; 85; 92; 64; 25; 80; 143; 50; 63; 38; 79; 155; 28; 61; 83; 62; 42; 76; 47; 70; 83; 35; 192; 140; 52; 64;88

Компанию не интересует точная сумма S, указанная в чеке; для неё покупки делятся на мелкие ($10 \le S < 50$), средние ($50 \le S < 100$), крупные ($100 \le S < 200$); при этом компания имеет в виду, что никто из её покупателей не тратит меньше 10 рублей и (за крайне редким исключением) больше 200 рублей.

(1) Заполните следующую таблицу:

Покупка	Встретилось в списке	Всего
Мелкая		
Средняя		
Крупная		

При этом сначала в графе «Встретилось в списке» отмечайте каждую покупку чёрточкой, формируя из них квадрат с диагоналями: (таким образом, фигура └ символизирует 2 покупки, фигура □ – 4, а фигура ⊠– 6 покупок).

(2) Какие покупки, мелкие, средние или крупные, делаются чаще всего?

(3) Что можно сказать о среднем размере покупки на основе данных этой таблицы (не используя исходные данные о точной сумме каждой покупки)?

Задача 8. В классе 12 мальчиков и 10 девочек. Учительница задала каждому ученику 20 задач на сложение двузначных чисел в уме. В таблице 1 приведены результаты этого теста для мальчиков, а в таблице 2 – для девочек.

Таблица 1

Номер школьника по порядку	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Число правильно решённых задач	15	12	8	16	14	11	17	7	16	20	15	14

Таблица 2

Номер школьника по порядку	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Число правильно решённых задач	17	15	14	16	13	17	16	12	14	16

Подсчитайте среднее число правильно решённых задач одним мальчиком и среднее число правильно решённых задач одной девочкой, а также размах числа правильно решённых задач мальчиками и девочками.

Можно ли с помощью этих результатов определённо сказать, кто лучше считает в уме – мальчики или девочки?

Задача 9. Каждую субботу школьник ездит в гости к своей бабушке, которая живёт на другом конце города. На протяжении трёх месяцев (13 недель) он записывал время в пути и получил следующий ряд чисел (это время в минутах): 48, 62, 71, 53, 58, 51, 121, 58, 49, 60, 62, 54, 59.

(1) Подсчитайте среднее время в пути и суммарное абсолютное отклонение результатов наблюдений от этого среднего.

(2) Подсчитайте медиану времени в пути и суммарное абсолютное отклонение результатов наблюдений от этой медианы.

(3) Какое число, среднее значение или медиана, по вашему мнению, лучше характеризует длительность поездки? Почему?

Задача 10. В классе 32 ученика. В следующей таблице приведены их годовые оценки по алгебре и по русскому языку:

		Оценка по русскому языку		
		3	**4**	**5**
Оценка по алгебре	**3**	8	2	3
	4	1	2	11
	5	1	1	3

Например, оценку «3» по алгебре и «5» по русскому языку имеет три ученика, а оценку «5» по алгебре и «3» по русскому языку – только один ученик.

(1) Найдите среднее значение и медиану оценок по математике и по русскому языку.

(2) На родительском собрании классный руководитель сказала, что успеваемость по русскому языку лучше, чем успеваемость по математике. Аргументируйте этот вывод с помощью полученных результатов о средних значениях и медианах.

Задача 11. Каждое утро Коля добирается до школы на автобусе. Обладая аналитическим складом ума, он решил проверить, есть ли зависимость между температурой воздуха на улице и временем ожидания автобуса. С этой целью на протяжении двух недель (всего 12 учебных дней) перед выходом в школу он записывал показания уличного термометра, а на автобусной остановке засекал по своим наручным часам время ожидания автобуса. Результаты наблюдений приведены в таблице.

день	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
температура	-5°	-4°	-5°	-7°	-8°	-9°	-6°	-10°	-6°	-2°	-1°	-2°
время (мин)	9	7	8	10	11	10	7	12	10	7	6	4

(1) Нарисуйте декартову систему координат и изобразите результаты наблюдений точками, отмечая на оси x-ов абсолютное значение температуры воздуха (в градусах мороза), а на оси y-ов – время ожидания (в минутах).

(2) Проведите на глаз прямую линию так, чтобы разброс этих точек вокруг прямой был минимальным.

(3) Подтверждает ли полученный рисунок гипотезу о том, что время ожидания тем больше, чем холоднее на улице?

(4) В один из дней после окончания исследования, перед выходом в школу термометр показал температуру -3°. Оцените примерное время ожидания автобуса этим утром.

3. Решения задач

Решение задачи 1. (1) Общее число дождливых дней в году на Кипре равно сумме всех чисел, стоящих во втором и четвёртом столбцах таблицы:

$$13+9+7+5+2+1+4+6+11=58.$$

(2) Этот результат означает, что число солнечных дней на Кипре равно $365-58=307$ (для обычного года) или $366-58=308$ (для високосного года). В каждом случае мы считаем, что день на Кипре либо дождливый, либо солнечный, хотя, возможно, и с небольшой облачностью (на этом острове не бывает дней, когда всё небо затянуто облаками, а дождей нет). Эти данные противоречат рекламному объявлению: «На Кипре 330 солнечных дней в году!», так что доверять «полезной информации» от туристической компании нельзя. При выборе месяца для поездки имеет смысл найти альтернативные источники информации.

Решение задачи 2. Угол сектора диаграммы, соответствующего второй группе (футбол), очевидно, равен 180°. Он составляет $\frac{180^{\circ}}{360^{\circ}}=\frac{1}{2}$ развёрнутого угла. Поэтому в футбол играет половина всех школьников, т.е. 20 человек.
Угол сектора диаграммы, соответствующего первой группе (баскетбол), равен 36°. Он составляет $\frac{36^{\circ}}{360^{\circ}}=\frac{1}{10}$ развёрнутого угла. Поэтому в футбол играет десятая часть всех школьников, т.е. 4 человек. Оставшиеся школьники, 40-20-4=16 человек, занимаются лёгкой атлетикой. Это же число можно получить и из нашей диаграммы. Угол сектора диаграммы, соответствующего третьей группе (лёгкая атлетика), равен 144°. Он

составляет $\frac{144^\circ}{360^\circ}=\frac{2}{5}$ развёрнутого угла. Поэтому в футбол играет $\frac{2}{5}$ всех школьников, т.е. $\frac{2}{5}\times 40=16$ человек.

Решение задачи 3. (1) В понедельник женщины купили 35 газет. (2) В пятницу мужчины купили 15 газет. (3) Следующая таблица соответствует диаграмме 1:

	пон.	вт.	ср.	четв.	пятн.	суббота	воскр.
Мужчины	38	25	27	20	15	32	36
Женщины	35	15	20	23	35	40	27

(4) За неделю мужчины купили 193 газеты, а женщины – 195. Хотя женщины и купили на 2 газеты больше, чем мужчины, по отношению к общему числу газет, купленных женщинами, эта разница составляет лишь $\frac{2}{195}\approx 0,01=1\%$. Столь малое относительное отличие можно объяснить не большим интересом женщин к чтению газет, а какими-то случайными факторами. Не исключено, что на следующей неделе мужчины купят больше газет, чем женщины.

Решение задачи 4. Самым холодным было 10 ноября, когда температура была равна -10°. Это значение температуры является наименьшим в ряду чисел –5, –4, –5, –7, –8, –9, –6, –10, –6, –2.

Самым «тёплым» было 12 ноября, когда температура была равна -2°. Размах набора чисел – это разность между наибольшим и наименьшим числами из этого набора. В нашем случае размах равен (–2) – (–10) = 8 (градусов).

Решение задачи 5. Оценку «2» получили 32 – (5 + 11 + 13) = 3 человека, что составляет $\frac{3}{32}=0,09375\approx 9\%$ от общего числа школьников. Оценку «3» получили 13 человек, что составляет $\frac{13}{32}=0,40625\approx 41\%$ от общего числа школьников. Оценку «4» получили 11 человек, что составляет

$\frac{11}{32} = 0.34375 \approx 34\%$ от общего числа школьников. Оценку «5» получили 5 человек, что составляет $\frac{5}{32} = 0,15625 \approx 16\%$ от общего числа школьников. Поэтому таблица с данными примет вид:

оценка	2	3	4	5
Число школьников, получивших оценку	3	13	11	5
Доля от общего числа школьников (в %)	9%	41%	34%	16%

Сумма баллов, полученных всеми школьниками за контрольную, равна $2\times3+3\times13+4\times11+5\times5=114$. Поэтому средний балл за контрольную равен $\frac{114}{32} = 3,5625 \approx 3,6$.

Решение задачи 6. Общая сумма ущерба по 5 страховым случаям равна $5\times6258 = 31290$ руб. С учётом только что заявленных случаев, общая сумма потерь компании по всем 7 страховым случаям равна 31290+5216+12074=48580 руб. Поэтому новое значение среднего ущерба равно $\frac{48580}{7} = 6940$ руб.

Решение задачи 7. (1) Таблица с результатами подсчётов выглядит следующим образом:

Покупка	Встретилось в списке	Всего
Мелкая	⊠∟	8
Средняя	⊠⊠⊠ |	19
Крупная	⧄	5

(2) Из этой таблицы ясно видно, что наиболее распространены средние покупки.

(3) Про сумму S одной мелкой покупки мы знаем лишь то, что $10 \le S < 50$. Про общую сумму $S_{\text{м}}$, потраченную на 8 мелких покупок, мы можем сказать лишь то, что $80 \le S_{\text{м}} < 400$. Аналогично, относительно общей суммы $S_{\text{с}}$, потраченной на все 19 средних покупок мы можем сказать лишь то, что $950 \le S_{\text{с}} < 1900$, а про общую сумму $S_{\text{к}}$, потраченную на все 5 крупных покупок, мы можем сказать лишь то, что $500 \le S_{\text{к}} < 1000$. Складывая три этих

неравенства, для общих расходов $S_{\text{общ.}} = S_{\text{м}} + S_{\text{с}} + S_{\text{к}}$ мы получим двойное неравенство: $1530 \le S_{\text{общ.}} < 3300$. Средняя сумма одной покупки равна $\frac{S_{\text{общ.}}}{32}$. На основе данных таблицы мы можем утверждать лишь то, что эта величина находится в пределах от $\frac{1530}{32} \approx 47$ руб. 81 коп. до $\frac{3300}{32} \approx 103$ руб. 13 коп.

Замечание. Отметим, что если использовать полные исходные данные о расходах покупателей, то $S_{\text{общ.}} = 2373$. Значит, средняя сумма одной покупки равна $\frac{S_{\text{общ.}}}{32} \approx 74$ руб. 16 коп. При этом медиана исходного набора равна 64 (руб.).

Решение задачи 8. Среднее число правильно решённых задач одним мальчиком равно

$$\bar{x} = \frac{15+12+8+16+14+11+17+7+16+20+15+14}{12} = \frac{165}{12} = 13{,}75.$$

Среднее число правильно решённых задач одной девочкой равно

$$\bar{y} = \frac{17+15+14+16+13+17+16+12+14+16}{10} = \frac{150}{10} = 15.$$

Для мальчиков наибольшее число правильно решённых задач равно 20, а наименьшее равно 7. Поэтому для мальчиков размах числа правильно решённых задач равен 20 – 7 = 13.

Для девочек наибольшее число правильно решённых задач равно 17, а наименьшее – 12. Поэтому для девочек размах числа правильно решённых задач равен 17 – 12 = 5.

Таким образом, для девочек среднее число правильно решённых задач одним человеком больше, чем для мальчиков. Кроме того, значения размахов показывают, что результаты девочек разбросаны гораздо меньше, т.е. более стабильны. Поэтому разумно сделать вывод, что девочки этого класса лучше считают в уме, чем мальчики.

Решение задачи 9. (1) Среднее время в пути равно

$$\frac{48+62+71+53+58+51+121+58+49+60+62+54+59}{13} = 62 \text{ (мин.)}$$

Это число отклоняется от времени, потраченного на первую поездку, на $|48-62| = 14$ мин., от времени, потраченного на вторую поездку – на

$|62-62|=0$ мин. и т.д. Поэтому суммарное абсолютное отклонение результатов наблюдений от этого среднего равно

$$14+0+9+9+4+11+59+4+13+2+0+8+3=136.$$

(2) Чтобы найти медиану, упорядочим результаты наблюдений по возрастанию: 48, 49, 51, 53, 54, 58, 58, 59, 60, 62, 62, 71, 121, и возьмём число, стоящее в этом ряду точно посередине. Это будет седьмое по порядку число, т.к. перед ним стоит ровно 6 чисел и после него стоит ровно 6 чисел, т.е. число 58 – это и будет искомая медиана. Суммарное абсолютное отклонение результатов наблюдений от найденной медианы равно

$$10+9+7+5+4+0+0+1+2+4+4+13+63=122.$$

(3) Для медианы суммарное абсолютное отклонение от результатов наблюдений меньше, чем для среднего. Поэтому, видимо, медиана лучше характеризует длительность поездки.

Дополнительным аргументом в пользу медианы может служить следующее соображение. Для всех поездок, за исключением одной, время в пути было около 1 часа (когда немного меньше, когда немного больше). Но одна поездка заняла 121 мин., т.е. более 2 часов. Столь большое значение, видимо, явилось следствием каких-то маловероятных случайных событий и, скорее всего, нетипично. Если его удалить из списка анализируемых значений, то для нового ряда из 12 чисел среднее значение будет равно

$$\frac{48+62+71+53+58+51+58+49+60+62+54+59}{12}\approx 57 \text{ (мин.)}$$

т.е. будет практически совпадать с медианой исходного набора из 13 наблюдений. Однако, поскольку это резко выделяющееся, экстремальное, значение было включено в расчёт среднего, это привело к увеличению среднего на 5 мин.

Если бы вместо числа 121 стояло ещё большее число, то среднее изменилось бы сильнее, в то время как медиана вообще бы не изменилась. Поэтому медиана менее чувствительна к наличию экстремальных значений и при их наличии точнее характеризует набор в целом.

Замечание. Результат о том, что для медианы суммарное абсолютное отклонение от результатов наблюдений меньше, чем для среднего, не случаен, а связан со следующим общим свойством медианы m произвольного набора $x_1,\ldots,x_n$: функция $\sum_{k=1}^{n}|x_k-a|$ достигает наименьшего значения при $a=m$. Если же в качестве характеристики суммарного отклонения рассматривать величину $\sum_{k=1}^{n}\left(x_k - a\right)^2$, то её минимум достигается при $a = \frac{x_1 + \ldots + x_n}{n}$, а само минимальное значение будет равно дисперсии набора чисел $x_1, \ldots, x_n$, умноженной на n.

Решение задачи 10. (1) Суммируя данные по строкам таблицы, мы получим следующую таблицу с данными об успеваемости по алгебре.

Оценка по алгебре	**3**	**4**	**5**
Число учащихся	13	14	5

Поэтому средняя оценка по алгебре равна $\frac{3\times13+4\times14+5\times5}{32} = \frac{120}{32} \approx 3{,}75$.

Если выписать оценки всех учеников по алгебре в порядке возрастания, то мы получим ряд:
3, 3, 3, 3, 3, 3, 3, 3, 3, 3, 3, 3, 3, 4, 4, 4, 4, 4, 4, 4, 4, 4, 4, 4, 4, 4, 4, 5, 5, 5, 5, 5.
Медиана набора, состоящего из нечётного количества чисел – это число, стоящее ровно посередине. Если же набор состоит из чётного количества чисел, то медиана набора – это среднее арифметическое двух чисел, стоящих ровно посередине. В нашем случае набор состоит из 32 чисел; 16 первых из них, стоящие на местах с 1 по 16, образуют первую половину набора, 16 последних, стоящих на местах с 17 по 32, – вторую половину набора. Посередине расположены места 16 и 17. На них стоят числа 4 и 4. Их среднее арифметическое равно 4 – это и будет медиана.

Этот же вывод можно получить и проще. Так как общее число оценок «3» равно 13, а затем идёт 14 оценок «4», на местах 16 и 17 будут стоять две четвёрки, так что их среднее арифметическое (т.е. медиана) равно 4.

Суммируя данные по столбцам таблицы, мы получим следующую таблицу с данными об успеваемости по русскому языку.

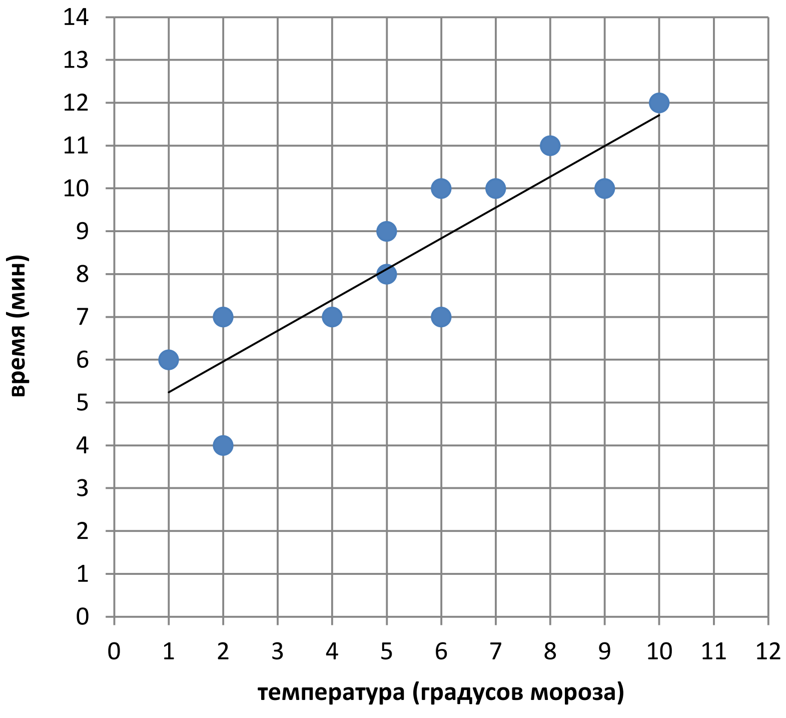
Оценка по русскому языку	**3**	**4**	**5**
Число учащихся	10	5	17

Поэтому средняя оценка по русскому языку равна $\frac{3\times10+4\times5+5\times17}{32} = \frac{135}{32} \approx 4{,}22$.

Если выписать оценки всех учеников по русскому языку в порядке возрастания, то мы получим ряд:
3, 3, 3, 3, 3, 3, 3, 3, 3, 3, 4, 4, 4, 4, 4, 5, 5, 5, 5, 5, 5, 5, 5, 5, 5, 5, 5, 5, 5, 5, 5, 5.
Посередине, на местах 16 и 17, стоят числа 5 и 5. Их среднее арифметическое равно 5 – это и будет медиана. Этот же вывод можно получить и проще. Так как общее число оценок «3» и «4» равно 10+5=15, а затем идут оценки «5», на местах 16 и 17 будут стоять две пятёрки, так что их среднее арифметическое (т.е. медиана) равно 5.

(2) По алгебре как среднее значение, так и медиана оценок меньше, чем соответствующая величина по русскому языку. Кроме того, наивысшую оценку «5» по алгебре имеет только 5 учеников, в то время как по русскому языку наивысшую оценку имеет 17 учеников. Поэтому вывод классного руководителя о том, что успеваемость по русскому языку лучше, чем успеваемость по математике, вполне аргументирован.

Решение задачи 11. (1) Результаты наблюдений графически представлены на следующем рисунке (он называется диаграммой рассеивания).



(2) Видно, что по заданному значению температуры нельзя точно определить время ожидания (иначе говоря, зависимость времени ожидания от абсолютного значения температуры не является функциональной). Например, значению x = 2 (градуса мороза) соответствует два значения времени ожидания: 4 (мин) и 7 (мин). Этот факт легко объясняется

случайными факторами, влияющими на движение автобуса (дорожная обстановка, время, которое тратят пассажиры на посадку и высадку и т.д.). Однако легко провести (даже на глаз) прямую линию, вокруг которой группируются отмеченные точки – эта линия изображена на этом же рисунке.

(3) Эта прямая является графиком возрастающей линейной функции, так что полученный рисунок подтверждает гипотезу о том, что время ожидания тем больше, чем холоднее на улице.

(4) Из рисунка видно, что значению $x = 3$ (градуса мороза) соответствует значение времени ожидания около 6,7 мин. Из рисунка видно, что реальные значения времени ожидания могут отличаться от значений, соответствующих проведённой прямой, на 2 минуты. Поэтому, имея в виду влияние факторов случайности, можно предположить, что ждать придётся от 5 до 9 минут.

4. Заключение

1. Наш многолетний опыт преподавания говорит, что цель «правильного» экзамена – не только и не столько проверка знаний, сколько задание ориентира в учёбе, стимул для тяжёлой повседневной работы по овладению знаниями. Конечно, ГИА и ЕГЭ призваны зафиксировать реальный уровень знаний и умений, достигнутый выпускниками. Но при этом задачи экзамена, по сути своей, должны проверять знание соответствующей темы, а не способности к элементарным вычислениям.

2. К сожалению, в настоящее время изучение математики (да и других предметов) часто сводится не к изучению собственно предмета, а к изучению методов сдачи экзамена по этому предмету. Но учить нужно по учебникам, а не по пособиям для подготовки к ГИА или ЕГЭ. В результате изучения школьного курса статистики учащийся, встречая в реальной жизни таблицы, диаграммы и другие элементы описательной статистики, должен понимать их смысл и уметь их анализировать.

3. Для лучшего овладения предметом не нужно ограничиваться задачами из учебников и пособий. Учитель и школьники должны научиться «видеть» простые статистические задачи, связанные с повседневной жизнью класса, школы, города и т.д.

4. Рассматриваемые задачи по возможности не должны сводиться лишь к сбору, графическому представлению информации, вычислению средних или других статистических характеристик. Очень важно вырабатывать у учащихся умение делать на основе полученного решения задачи пусть и простые, но содержательные выводы (понимая, что эти выводы могут и не быть однозначными).

Список литературы

1. Проект ФГОС среднего (полного) общего образования //сайт издательства «Просвещение»/ URL: http://www.standart.edu.ru (дата обращения 18.12.2010).

2. Демонстрационный вариант контрольных измерительных материалов для проведения в 2011 году государственной (итоговой) аттестации (в новой форме) по МАТЕМАТИКЕ. Федеральная служба по надзору в сфере образования и науки Российской Федерации, 2010.

3. Тюрин Ю.Н. и др. Теория вероятностей и статистика. М., МЦНМО, 2004.

4. General Certificate of Secondary Education. Statistics. Higher Tier Specimen Paper. AQA, 2010.

5. General Certificate of Secondary Education. Mathematics (Specification A). Foundation Tier Paper 1, 18 May 2009. AQA.

6. General Certificate of Secondary Education. Mathematics. Unit 1. Higher Tier Specimen Paper, 2012 Specification. AQA, 2010.

7. General Certificate of Secondary Education. Mathematics Syllabus A. Paper 2 (Foundation Tier), 15 January 2010. OCR.