

д.ф.-м.н., профессор Г.И.Фалин  
**Дополнительные главы актуарной математики**  
 (полугодовой спецкурс)  
**Примеры задач**

**Задача** (LTAM, Spring 2022, Question 18) Страховщик учитывает аквизиционные расходы  $E_0$  как отрицательный «доход» в момент заключения договора и в результате тестирования прибыли по полностью дискретному договору страхования жизни получил следующую характеристику дохода:  $\sigma_0 = -220$ ,  $\sigma_1 = 78$ ,  $\sigma_k = 48$  для  $k = 2, 3, \dots$

Вычислите дисконтированный период окупаемости для ставки дисконтирования  $r = 20\%$ .

**Задача** (CT5, 27 April 2015, Question 6). Человек, возраст которого ровно 55 лет, заключает договор страхования на три года со страховой суммой £150,000, которая выплачивается в конце года смерти (если она наступит во время действия договора). На заключение и поддержание договора страховщик тратит: £260 в момент заключения договора, £70 в начале второго и третьего года (если застрахованный ещё жив в этот момент). Премия в размере £900 выплачивается в начале каждого страхового года (пока застрахованный жив).

Вычислите ожидаемые потери или прибыль для страховщика по этому договору на момент его заключения.

При расчётах используйте одну и ту же процентную ставку 3% для дисконтирования и вычисления инвестиционного дохода и таблицу AM92 (Select), фрагмент которой приведён ниже:

Age, $x$	Duration 0 $q_{[x]}$	Duration 1 $q_{[x-1]+1}$	Durations 2+ $q_{[x-k]+k} \equiv q_x$
55	0.003358	0.004363	0.004469
56	0.003742	0.004903	0.005025
57	0.004171	0.005507	0.005650

**Задача** (CT5, 22 September 2008, Question 6). Мужчина в возрасте 62 года покупает договор смешанного страхования на три года на следующих условиях:

1. если он доживает до конца срока действия договора, то ему выплачивается £100,000;
2. если он умирает во время действия договора, то эта сумма выплачивается в следующую годовщину договора;

3. премия в размере £30,000 выплачивается в начале каждого года действия договора.

Вычислите ожидаемый доход или убыток страховщика по этому договору, используя следующий тарифный базис:

1. процентная ставка одна и та же как для дисконтирования, так и для вычисления инвестиционного дохода: 7.5% годовых;
2. смертность:  $q_{[x-t]+t} = \frac{1}{4-t}q_x$  для всех  $x$  и  $t = 0, 1$  или  $2$ , где  $q_{62} = 0.018$ ,  $q_{63} = 0.02$ ,  $q_{64} = 0.022$ ;
3. расходы игнорируйте.

**Задача** (SoA, Exam LTAM, April 24, 2020, Question 3). Страховая компания заключила с человеком в возрасте  $x$  лет договор страхования жизни на 3 года. Премии по договору выплачиваются в начале каждого года действия договора, а страховая выплата в случае смерти застрахованного на протяжении ближайших трёх лет производится в очередную годовщину заключения договора. Страховая сумма для первого года равна \$100000, для второго — \$200000, для третьего — \$300000. Вычислите нетто-резерв в конце первого года, если для дисконтирования используется процентная ставка  $i = 6\%$ ,  $q_x = 3\%$ ,  $q_{x+1} = 5\%$ ,  $q_{x+2} = 7\%$ .

**Задача** (ЦБ РФ, Типовой вариант экзаменационного билета квалификационного экзамена, Задача № 20) Контракт по смешанному страхованию жизни на срок 3 года для клиента, возраст которого 61 год, предполагает выплату страховой суммы равной 850 тыс. руб. в конце страхового года в случае смерти или в конце срока действия полиса в случае дожития. Уплата страховых взносов осуществляется в начале каждого страхового года в размере 276344.15 руб. Начальные издержки составляют 51 тыс. руб. Найти норму прибыльности контракта, выраженную внутренней годовой процентной ставкой, при следующих предположениях:

- Компания обязана формировать нетто-резервы;
- Нетто резервы вычисляются по ставке 5% годовых, ставка инвестиционного дохода 6% годовых;
- Вероятности дожития для  $[61]$ ,  $\{ {}_1P_{[x]}, {}_2P_{[x]}, {}_3P_{[x]} \}$  равны соответственно  $\{0,9951; 0,988; 0,9755\}$ .

**Задача** (CT5, 29 April 2014, Question 12) Мужчина в возрасте 65 лет за разовую премию величиной £42,000 приобрёл в страховой компании трёхлетнюю пожизненную ренту с выплатой £15,000 в конце каждого года. Страховщик проводит

тестирование прибыли для этого договора, используя следующие актуарные предположения:

- Смертность: PMA92C20.
- Проценты, зарабатываемые на наличные и резервы: 5% годовых.
- Начальная комиссия: 1% от полученной премии.
- Начальные расходы: £350.
- Возобновляемые расходы: £55 при каждой рентной выплате с увеличением на 3% в год.
- Ставка дисконтирования риска: 7% годовых.

Кроме того, компания создаёт резервы по этому договору. Резерв в конце каждого страхового года (после очередной рентной выплаты) равен алгебраической сумме предстоящих выплат, т.е.  ${}_1V = £30,000$ ,  ${}_2V = £15,000$ ,  ${}_3V = 0$ .

(i) Вычислите текущую стоимость ожидаемого дохода по договору:

- (a) при учёте резервов;
- (b) игнорируя резервы.

(ii) Кратко объясните, почему отличаются два значения, вычисленные в пункте (i).

(iii) Как изменились бы текущие стоимости, вычисленные в пунктах (i)(a) и (i)(b), если бы для дисконтирования использовалась ставка 4% годовых (вместо 7% годовых). Кратко опишите причины этого изменения.