

д.ф.м.н., проф. Фалин Геннадий Иванович

Основы актуарной и финансовой математики

обязательный годовой спец.курс для студентов 3 курса
актуарной группы

Курс посвящен:

- основам математики финансов и инвестиций,
- математике страхования жизни,
- простейшим приложениям этой теории.

Курс основан на требованиях программ профессиональных квалификационных экзаменов Института и Факультета Aktuариев Великобритании по:

- финансовой математике (экзамен CT1),
- по актуарной математике (экзамен CT5).

Кроме того мы :

- даём общее представление о реальных финансовых и страховых продуктах и методах их анализа.
- уделяем значительное внимание реальным финансовым расчётам и, в частности, показываем, как применять для этих целей пакет Microsoft Excel.

Тема 1

**История страхования и актуарной
деятельности в России и в зарубежных
странах.**

**Современные программы подготовки и
аттестации актуариев.**

АКТУАРИЙ — профессионал со специальной подготовкой по математике, статистике, финансам, экономике, который

- разрабатывает модели разнообразных ситуаций, связанных с неопределённостью в величине и времени будущих денежных потоков.
- решает реальные задачи, возникающие в работе страховых компаний, пенсионных фондов, инвестиционных банков и т.д. (например, рассчитывает премии и резервы по договорам страхования, оценивает обязательства пенсионного фонда перед участниками).

Для количественной оценки финансовых рисков (как правило, речь идёт об астрономических суммах) и правильного управления ими актуарии должны (*кроме* хорошего знания математики и статистики)

- знать соответствующую *предметную область*,
- понимать общие принципы функционирования бизнеса,
- знать законы и разнообразные нормативные документы,
- обладать хорошими навыками общения.

Слово «актуарий» произошло от латинского *actuarius* (счетовод).

1911 Encyclopædia Britannica: The name of *actuarius* ... in ancient Rome, was given to the clerks who recorded the *Acta Publica* of the senate, and also to the officers who kept the military accounts and enforced the due fulfilment of contracts for military supplies.

В английском языке оно появилось в середине 16 века и первоначально обозначало секретаря или архивариуса суда.

Oxford dictionary: *actuary* ['aktʃʊəri, -tjʊ-] Origin: mid 16th cent. originally denoting a clerk or registrar of a court

1911 Encyclopædia Britannica: ACTUARY. ... In its English form the word has undergone a gradual limitation of meaning. At first it seems to have denoted any clerk or registrar...

Современное значение: человек, который собирает и анализирует статистические данные с целью анализа страховых рисков (сер. 19в.); «актуарии, т.е. люди, искусные в вычислениях» (Акт об Обществах Взаимопомощи-1819)

Oxford dictionary: *actuary* ['aktʃʊəri, -tjʊ-] – a person who compiles and analyses statistics and uses them to calculate insurance risks and premiums... The current sense dates from the mid 19th cent.

1911 Encyclopædia Britannica: ACTUARY. ... then more particularly the secretary and adviser of any joint-stock company, but especially of an insurance company; and it is now applied specifically to one who makes those calculations as to the probabilities of human life, on which the practice of life assurance and the valuation of reversionary interests, deferred annuities, &c., are based. The first mention of the word in law is in the Friendly Societies Act of 1819, where it is used in the vague sense, "actuaries, or persons skilled in calculation," ...

В России до недавнего времени считалось, что «актуарий» – это обычно

- сотрудник страховой компании, пенсионного фонда и т.п., который занимает в своей организации должность «актуария»
- выпускник высшего учебного заведения, в дипломе которого указана специальность «актуарная математика», «актуарный анализ» и т.п.

Закон об организации страхового дела в РФ (№ 4015-1 от 27.11.1992 с последующими изменениями и дополнениями до введения 293-ФЗ от 2.11.2013 «Об актуарной деятельности в РФ»):

Статья 8.1. Страховые актуарии.

1. *Страховые актуарии* - физические лица, постоянно проживающие на территории Российской Федерации, имеющие квалификационный аттестат и осуществляющие на основании трудового договора или гражданско-правового договора со страховщиком деятельность по расчетам страховых тарифов, страховых резервов страховщика, оценке его инвестиционных проектов с использованием актуарных расчетов.

Федеральный закон о НПФ (от 07.05.1998 N 75-ФЗ):

актуарий - лицо, которое отвечает требованиям, установленным для лиц, осуществляющих проведение актуарного оценивания деятельности фондов в порядке, определяемом Банком России;

Актuariй в строгом смысле этого слова

В США или Великобритании «актуарием» имеют право себя называть (и нанимать соответствующие должности в бизнесе) лишь члены определённых профессиональных объединений.

Общество Актuariев (Society of Actuaries, США) – 26 тысяч членов,

Институт и Факультет Актuariев (Institute and Faculty of Actuaries, Великобритания) – 10 тысяч членов.

«ОБ АКТУАРНОЙ ДЕЯТЕЛЬНОСТИ В РФ»

Федеральный Закон N 293-ФЗ от 2 ноября 2013 года

Статья 2.

3) **актуарий** - физическое лицо, осуществляющее на профессиональной основе в соответствии с трудовым договором или гражданско-правовым договором актуарную деятельность и являющееся членом саморегулируемой организации актуариев;

4) **ответственный актуарий** - актуарий, сведения о котором внесены уполномоченным органом в единый реестр ответственных актуариев, который имеет право осуществлять в соответствии с трудовым договором или гражданско-правовым договором подготовку актуарного заключения для направления его в уполномоченный орган и несет ответственность за обоснованность содержащихся в таком заключении выводов в соответствии с законодательством Российской Федерации;



DW SIMPSON[®]

2014 SALARY SURVEY

<i>Life 2014</i>	< 1 yr	1-3 yrs	3-5 yrs	5-7 yrs	7-10 yrs	10-15 yrs	15-20 yrs	20+ yrs
1 Exam	50-61	55-70	56-74					
2 Exams	55-65	56-76	60-81	68-88				
3 Exams	56-69	60-81	65-88	69-99				
4 Exams	59-75	65-89	68-94	74-102	78-112			
5 Exams		67-94	69-105	76-112	84-125			
ASA		73-105	77-115	82-130	84-143	99-165	109-236	118-246+
FSA			97-149	105-164	116-206	132-255	150-365	163-450+

Место работы

Институт и Факультет Aktuариев (Великобритания, 10 тысяч полных членов):

- 3,5 тысячи – страховые и перестраховочные компании,
- 4 тысячи – консультационные компании,
- 300 – управление инвестициями,
- 130 – розничные банки,
- 150 – инвестиционные банки,
- 200 – государственная служба,
- 100 – университеты.

Основной приток свежих сил в актуарную профессию идет из математики.

В 2008-2010 гг. студенческими членами Института и Факультета Актуариев стали 2049 человек. Из них в университете изучали/изучают:

- математику – 1193 человека (58.2%),
- актуарную науку – 457 (22.3%),
- физику – 96 (4.7%),
- экономику – 94 (4.6%);
- остальные специальности дали меньше 10% новых студенческих членов.

Актуарная наука в России до революции 1917г.

Актуарий – судебный писец, заносящий в регистр представляемые в суд акты, равно и пишущий самые акты. В России такое лицо называлось *подьячий* (см.). Петр Великий, создавая канцелярии коллегий, в общем для них генеральном регламенте 1220 г. (№ 3534) ввел должность *актуариуса*. Она определена в гл. XXXII регламента следующим образом: "Актуариус имеет по должности чина своего получаемые в коллегии письма прилежно собирать, оным реестр чинить, листы перемечивать, и о том квитанцную (или роспискам) книгу иметь, в которой, ежели служители коллегии из тех дел и писем некоторые для отправления своего дела возьмут, и в приеме оных росписки дадут, вносятся; при отдаче же тех дел оные росписки уничтожаются, и в той книге отмечать, что принято. Также имеет он Актуариус надзирание и попечение о бумаге, перьях, чернилах, сургуче, воске, о дровах, свечах и о прочем, что надлежит, и сверх того некоторая часть дел ему придается; а где в Коллегиях Регистратор не обретается, надлежит Актуариусу его дела во всем исправлять: також и Регистратор равно имеет чинить, где Актуариуса нет". Не точно разграниченная от регистратора, эта должность актуариуса не везде была замещена и затем слилась с должностью регистратора.

Ф.А.Брокгаузъ и И.А.Ефронъ, «Энциклопедический словарь», С.-Петербургъ, 1890-1907

...Распространение страховых операций выдвинуло целый ряд теоретических вопросов и заставило многих заняться специально их исследованием. Область страховых, или так назыв. *актуарных*, знаний касается математики, статистики и политической экономии. Законы, относящиеся к населению, имеют здесь особое значение и служат основанием для вычисления премий и для производства всех расчетов, связанных с ведением операций по С. жизни... Для вычисления премий, помимо таблиц смертности, важное значение имеют вычисления сложных процентов...

Литература. Б. Ф. Малешевский, "Теория и практика пенсионных касс" (1890); С. Е. Савич, "Элементарная теория С. жизни и трудоспособности" (1900)...

Ф.А.Брокгаузь и И.А.Ефронъ, «Энциклопедический словарь», С.-Петербургъ, 1890-1907

Буняковский В.Я. О вероятной численности контингентов русской армии в 1883, 1884 и 1885 годах. 1875. Приложение к XXV тому записок Имп. Академии Наук. Читано на заседании физ-мат отд. 18 марта 1875 г.

КОНТИНГЕНТ. РУССКОЙ АРМИИ ВЪ 1883, 1884 И 1885 ГГ. 15

ствующаго возрасту 21 — 22 г., къ указанію той же таблицы, соотвѣтствующему возрасту 8—9 л. Опредѣлимъ это отношеніе по тремъ моимъ *таблицамъ смертности*, изъ которыхъ одна вычислена на основаніи итоговъ умершихъ въ 1862 году, другая по подобнымъ даннымъ за 1870 годъ, а третья — на основаніи среднихъ итоговъ умершихъ въ восьмилѣтній періодъ 1863 — 1870 г.; всѣ три таблицы составлены при нормѣ 1000 годовыхъ рожденій *).

Такъ какъ возрастное обозначеніе въ первой таблицѣ отнесено не къ годовымъ періодамъ

0 — 1 г., 1 — 2 г., 2 — 3 г., 3 — 4 г.,

а къ точно опредѣленнымъ возрастамъ

0, 1 г., 2 г., 3 г.,

то для полученія указаній, соотвѣтствующихъ возрастамъ 8—9 л. и 21 — 22 г., я приму приблизительно *среднія* изъ двухъ смежныхъ указаній, какъ показано ниже:

8-ми годамъ соотвѣтст. указаніе 567

9-ти » » » 561

Средняя: 564.

ГЛАВА VIII.

О страховании жизни.

§ 39. Расчеты стоимостей различных видовъ страхованія жизни основаны на нормѣ роста капитала и на таблицахъ смертности, служащихъ для исчисленія вѣроятностей тѣхъ или иныхъ предположеній о жизни и смерти людей; ибо эти расчеты связаны съ разсмотрѣніемъ суммъ, которыя должны быть выданы или получены въ различные эпохи времени, въ зависимости отъ жизни или смерти определенныхъ лицъ.

Посредствомъ известнаго множителя, выражающаго ростъ капитала во времени, подобныя суммы приводятся къ одной эпохѣ, которую мы назовемъ основнымъ моментомъ времени.

Относя всё капиталы къ основному моменту, превращаютъ капиталъ A въ

$$\frac{A}{(1+i)^n},$$

если полученіе или выдача капитала A послѣдуетъ черезъ n лѣтъ послѣ основнаго момента времени, при чемъ i означаетъ число постоянное и измѣряетъ годовой ростъ капитала.

Если же капиталъ A долженъ быть выданъ или полученъ за n лѣтъ до основнаго момента времени, то его превращаютъ въ

$$A(1+i)^n.$$

С точки зрения актуарной профессии актуарное образование, полученное в университете, рассматривается лишь как основа для дальнейшего полноценного профессионального образования.

Даже выпускник престижного университета в США или Великобритании с дипломом бакалавра или магистра по актуарной науке не имеет права называть себя актуарием и занимать соответствующие должности в бизнесе.

Лишь после изучения профессии в соответствии с требованиями Общества Актуариев (в США), Института и Факультета Актуариев (в Великобритании) и т.д. он может считаться актуарием.

В России необходимо получить звание **ответственного актуария** от Центрального Банка.



Центральный банк
Российской Федерации

Актuarная деятельность

<http://www.cbr.ru/sbrfr/?PrtId=actuarial>

Примерный вариант экзаменационного билета к квалификационному экзамену для лиц, желающих вступить в саморегулируемую организацию актуариев

- I. Финансовая математика**
- II. Актуарная математика**
- III. Теория риска**
- IV. Инвестиции**
- V. Нормативно-правовые основы деятельности актуариев**

<http://www.cbr.ru/sbrfr/actuarial/exam.pdf>

I. Финансовая математика

1. Пенсионер получает материальную помощь в течение двух лет в соответствии со следующим графиком: первый год – ежемесячно (пренумерандо) равными суммами из расчета 5 000 руб. в год; второй год – раз в полгода (пренумерандо) равными суммами из расчета 5 000 руб. в год. Рассчитать современную стоимость (на начало первого года) указанного потока платежей при условии, что $i^{(4)} = 8\%$ годовых. а) 7 511 руб. б) 7 813 руб. в) 8 984 руб. г) 9 353 руб. д) 9 828 руб.

2. По заданному значению силы роста процентной ставки $\delta = \ln(1,06)$ найти современную стоимость потока платежей, поступающего в негосударственный пенсионный фонд и состоящего из взноса по 200 руб. при $t=2$; 500 руб. при $t=3$ и 600 руб. при $t=3,5$. а) 1 245 руб. б) 1 087 руб. в) 2 100 руб. г) 850 руб. д) 966 руб.

3. Негосударственный пенсионный фонд получил два потока платежей: 1) 100 руб. в момент времени $t=0$; 200 руб. в $t=n$ и 300 руб. в $t=2n$. 2) 600 руб. в $t=10$. Найти эффективную годовую процентную ставку i , при условии одинаковой современной стоимости двух потоков платежей. Дано $v^n=0.76$. а) 3.5 % б) 4.0 % в) 4.5 % г) 5.0 % д) 5.5 %

4. Участник открыл в фонде два пенсионных счета: 10 руб. в настоящий момент и 20 руб. через 15 лет. В фонде деньги инвестировались в первые 10 лет под номинальную учетную ставку d , начисляемую ежеквартально, а затем под номинальную процентную ставку 6%, начисляемую раз в полгода. К концу 30 года размер накопленных средств составил 100 руб. Определите d . а) 4.33 % б) 4.43 % в) 4.53 % г) 4.63 % д) 4.73 %

5. Для создания благотворительного фонда ежегодно выделяется 10 тыс. руб., которые вкладываются в банк, начисляющий проценты по ставке с силой роста 12% годовых. Определить сумму, накопленную фондом за 5 лет, если взносы делаются в начале года, проценты начисляются непрерывно. а) 84 154 руб. б) 64 481 руб. в) 90 125 руб. г) 98 714 руб. д) 75 422 руб.

6. Работник уплачивает взносы в управляющую компанию раз в полугодие (пренумерандо) в течение 25 лет. Размер одного взноса составляет 400 руб. Посчитать накопленную величину вложенных средств к концу срока при условии, что в течение первых 15 лет процентная ставка $i^{(12)}$ составляет 6% годовых, в течение оставшихся 10 лет процентная ставка $i^{(6)}$ составляет 6% годовых. а) 41 414 руб. б) 43 123 руб. в) 44 356 руб. г) 45 809 руб. д) 46 703 руб.

7. Долг в размере 1 000 тыс. руб. погашается аннуитетными платежами, уплачиваемыми постнумерандо раз в полугодие в течение трех лет. Эффективная процентная ставка составляет 15% годовых. Найти величину оставшегося долга после первого года его погашения. а) 625 тыс. руб. б) 756 тыс. руб. в) 802 тыс. руб. г) 712 тыс. руб. д) 511 тыс. руб.

8. Сила роста изменяется со временем по следующей формуле: $\delta(t)=0.05+0.002t$. В момент времени $t=0$ сумма составляет 1 руб., определить накопленную к моменту времени $t = 7$ сумму. а) 1.290331 руб. б) 1.490331 руб. в) 1.390331 руб. г) 1.112901 руб. д) 1.248743 руб.

II. Актуарная математика

11. Договор пожизненного страхования лица в возрасте ровно x лет предусматривает выплату страховой суммы $S = 10\,000$ рублей в конце года смерти. Премия размера $P=188$ рублей уплачивается ежегодно в начале года. При расчете брутто-премии были сделаны следующие предположения: Ставка доходности $i = 6\%$ годовых. Комиссия второго и последующих лет: $c = 3\%$ от годовой премии. Расходы второго и последующих лет: $D = 50$ рублей за год в начале второго и последующих лет действия полиса. Расходы при выплате страхового обеспечения: $e = 3\%$ от страховой суммы. Пусть ${}_tV$ обозначает брутто-резерв по полису на конец t -го года страхования. Найдите ${}_tV$, если известно, что ${}_{t+1}V = 814.61$ и вероятность смерти в течении t -го года страхования $q_{x+t}=0.0054$. а) 684.46 б) 685.12 в) 691.97 г) 692.56 д) 697.23 .

16. Вычислите $10000 {}_{2.2}q_{[51]+0.5}$, используя Актуарную иллюстративную таблицу смертности и предполагая равномерное распределение смертей в течение каждого года жизни. а) 91 б) 93 в) 95 г) 97 д) 99

III. Теория риска

22. Актуарий использует генератор случайных чисел для оценки вероятности θ того, что убыток по страховому полису будет выше данного значения. Исходя из предположения о нормальном распределении рассчитываемой оценки со средним $\theta = 0.47$ и дисперсией равной 0.15, вычислите минимальное число случайных чисел, необходимое, чтобы оценить θ с погрешностью не выше, чем 0.01 с вероятностью 95%. а) 5 386 б) 5 520 в) 5 600 г) 5 763 д) 5 831

23. Убытки по страховому портфелю описываются обобщенным Пуассоновским процессом с годовой интенсивностью $\lambda=3$. Индивидуальные убытки независимы и имеют экспоненциальное распределение со средним $\mu=1/3$. Премии содержат нагрузку $\theta=20\%$ и процесс их получения непрерывный. Свободные активы в начале процесса равны $U=100$. Вычислите величину коэффициента поправки (коэффициента подстройки) R . а) 0.33 б) 0.50 в) 0.52 г) 0.67 д) 0.72

27. Страховая компания имеет портфель полисов, убытки по которым подчиняются экспоненциальному распределению со средним $1/\lambda$. Страховая компания имеет договор перестрахования эксцедента убытка с уровнем собственного удержания 100. В течение 1 года страховщик имел: 85 убытков с суммами ниже 100 и со средней величиной убытка 42; 39 убытков, сумма каждого из которых выше уровня собственного удержания. Вычислите оценку λ максимального правдоподобия. а) 0.01138 б) 0.01556 в) 0.02347 г) 0.03448 д) 5 831

31. Страховая компания имеет портфель 10 000 полисов страхования зданий, покрывающих риск наводнения. Известно, что

- Вероятность наводнения $p=0.03$ одна и та же для всех зданий,
- По одному полису может быть не более одного убытка в год,
- Риски для разных зданий независимы.

Величина индивидуального убытка подчиняется нормальному распределению со средним 400 и стандартным отклонением 50. Страховщик желает приобрести пропорциональное перестрахование с уровнем удержания α таким, чтобы вероятность того, что суммарные выплаты по портфелю превысят 120 000, была равна 1%. Предполагая, что распределение суммарных годовых убытков может быть аппроксимировано нормальным, вычислите α . а) 76.3% б) 89.8% в) 85.1% г) 88.2% д) 92.4%

33. Страховая компания продает полисы ДМС. Известно, что:

- страховая выплата по обычной госпитализации имеет логнормальное распределение с параметрами $\mu=7$ и $\sigma=2$,
- страховая выплата по госпитализации после аварии в два раза больше страховой выплаты по обычной госпитализации,
- 25% пациентов госпитализируются после аварий.

Найти вероятность того, что страховая выплата превысит 15 000. а) 0.09 б) 0.11 в) 0.13 г) 0.15 д) 0.17

IV. Инвестиции

34. Ставка без риска равна 13%, ожидаемая доходность рыночного портфеля – 25%, бета-коэффициент акции компании относительно рыночного портфеля – 1.4.

Определить ожидаемую доходность: а) 41.3% б) 29.8% в) 27.1% г) 24.4%

36. Применяется модель CAPM. Ожидается, что акция некоторой фирмы через год будет стоить 40 рублей. Дивиденды не выплачиваются, и коэффициент бета меньше 1.0. Рыночная доходность 13%, безрисковая ставка 5%. Какое (какие) из следующих утверждений верны? I. Текущая цена акции не менее 35.40 руб. II. Если значение коэффициента бета увеличивается, текущая цена акции также увеличивается. III. Если безрисковая ставка увеличивается, текущая цена акции уменьшается. а) только II б) только I и II в) только I и III г) только II и III д) I, II, и III

37. За P рублей приобретается 20-летняя облигация номинальной стоимостью 1 000 рублей с годовым купоном и погашением в конце срока в размере 1 050 рублей. Эффективная годовая ставка доходности 8.25%. Первый купон составляет 75 рублей. Каждый последующий купон на 3% больше, чем предыдущий. Определите P . а) 985 б) 1 000 в) 1 050 г) 1 075 д) 1 115

39. Есть возможность выбора между двумя объектами инвестиций:
Денежные потоки.

Момент времени	Вариант А	Вариант Б
0	-74 054	-74 054
1	+25 000	0
2	+25 000	0
3	+25 000	0
4	+25 000	+121 600

Необходимая доходность 10%. Какой вариант надо выбрать и почему?

а) Вариант А, потому что ему соответствует более низкая доходность.

б) Вариант А, потому что он быстрее окупается.

в) Любой вариант, потому что у них одинаковая доходность и дисконтированный период окупаемости.

г) Вариант Б, потому что он принесет больше.

д) Вариант Б, поскольку по нему выше современная стоимость денежных поступлений за вычетом вложений.

V. Нормативно-правовые основы деятельности актуариев

44. Уполномоченным органом, осуществляющим формирование политики в области актуарной деятельности, нормативное регулирование актуарной деятельности и деятельности саморегулируемых организаций актуариев, надзор за деятельностью саморегулируемых организаций актуариев и субъектов актуарной деятельности является:

- а) Министерство финансов Российской Федерации
- б) Центральный банк Российской Федерации
- в) Федеральная служба по финансовым рынкам Российской Федерации
- г) Федеральная служба страхового надзора Российской Федерации

48. Порядок формирования страховых резервов по страхованию жизни, утвержденный приказом Министерства финансов Российской Федерации от 09.04.2009 № 32н «Об утверждении Порядка формирования страховых резервов по страхованию жизни», предусматривает, что при расчете математического резерва допускается применение (при любых обстоятельствах):

- а) ретроспективного метода;
- б) перспективного метода;
- в) как перспективного, так и ретроспективного методов.
- г) метода, используемого для расчета выкупных сумм, выплачиваемых страхователю при расторжении договора страхования по виду страхования

Институт и Факультет Aktuариев Великобритании

появился 1 августа 2010 года в результате слияния Института Aktuариев (Англия) и Факультета Aktuариев (Шотландия)

получает около 9 млн. фунтов в год за счет членских взносов и платы за квалификационные экзамены, имеет около 20 млн. фунтов чистых активов

издаёт два журнала: Анналы Aktuарной Науки (Annals of Actuarial Science – два раза в год) и Британский Aktuарный Журнал (British Actuarial Journal – три раза в год)

Общая структура программы подготовки и аттестации актуариев

4 группы курсов (stages в терминологии ИФА):

1. Ключевых технических (Core technical – CT)
2. Ключевых прикладных (Core applications – CA)
3. Технических для специалистов (Specialist Technical – ST)
4. Приложений для специалистов (Specialist Applications – SA)

Ключевой технический этап

1. Финансовая математика (Financial Mathematics – курс CT1)
2. Финансы и финансовая отчётность (Finance and Financial Reporting – курс CT2)
3. Теория вероятностей и математическая статистика (Probability and Mathematical Statistics – курс CT3)
4. Модели (Models – курс CT4)
5. Актуарная математика в страховании жизни (Contingencies – курс CT5)
6. Статистические методы (Statistical Methods – курс CT6)
7. Экономика бизнеса (Business Economics – курс CT7)
8. Финансовая экономика (Financial Economics – курс CT8)
9. Понимание бизнеса (Business Awareness – курс CT9)

Плата: CT1-CT8 по £195, CT9 – £1074.

Актuarные звания

Член-корреспондент: все 9 ключевых технических предмета (CT1-CT9), все 3 ключевых прикладных предмета (CA1-CA3), иметь практические актуарные навыки (эквивалентные одному году работы), прослушать однодневный курс по профессии.
400 чел. £456 в год

Полный член: член-корреспондент + 2 экзамена по техническим курсам для специалистов (ST) + 1 экзамен по приложениям для специалистов (SA) + практические актуарные навыки (эквивалентные трем годам работы). 10 тыс. чел. £690 в год

Для того, чтобы заинтересовать студентов университетов актуарной карьерой, Институт и Факультет Актуариев в ряде случаев может освободить выпускников университетов, получивших дипломы по актуарной науке, математике, статистике, экономике, от формальной сдачи ряда экзаменов. Обычно это делается, если программа обучения в университете аккредитована Институтом и Факультетом Актуариев. В Великобритании такую аккредитацию имеют около двух десятков университетов (Кембриджа, Оксфорда, Бирмингема, Бристоля, Эдинбурга, Кента, Лидса, Сити, Лондонская школа экономики, Имперский колледж и т.д.).

Аккредитацию имеют несколько университетов других стран: университет Дублина, университетский колледж Дублина и Национальный университет (Ирландия), университет Ватерлоо (Канада), технологический университет Сингапура, университет Гонконга, университеты Сиднея, Перта и Мельбурна (Австралия), Индийский статистический институт (Калькутта), технический университет Лиссабона (Португалия), Каирский университет (Египет), университет Замбии.

Количество и перечень засчитываемых экзаменов зависят от университета, программы обучения, полученных оценок. Например, выпускники программы по актуарной науке университета Сити (Лондон) могут зачесть сразу 8 экзаменов, от СТ1 до СТ8. Выпускники статистической программы университета Кембриджа могут претендовать за зачёт только двух экзаменов, СТ3 и СТ6, а выпускники-математики университета Бристоля – лишь СТ3.

Заявление на зачёт экзаменов должно быть заверено актуарием из компании, где работает заявитель, сам заявитель должен быть студенческим членом Института и Факультета Актуариев.

За каждый зачтённый экзамен он должен заплатить определенную сумму (155 фунтов за один предмет из списка СТ1-СТ9, 420 фунтов за СА-1, 220 фунтов за экзамен по остальным предметам). Для заявителей из других стран плата примерно на 60% ниже.

Для получения статуса студента Института и Факультета Актуариев необходимо подать заявление в ИФА и заплатить вступительный взнос в размере 172 фунтов.

Поддержание студенческого членства предполагает ежегодный членский взнос в размере 282 фунтов (эти суммы уменьшаются до 130 фунтов и 192 фунтов соответственно для студентов, проживающих вне Европы).

Всего в ИФА около около 11000 студентов.

Кроме того, на автоматический зачёт экзамена могут претендовать кандидаты, которые сдали актуарные экзамены в обществах актуариев США, Австралии, Индии, Южной Африки, защитили диссертацию по актуарной или математической тематике или имеют определённую профессиональную квалификацию (например, магистр делового администрирования, дипломированный менеджер финансовых рисков и т.п.). Список экзаменов, которые могут быть зачтены по этим основаниям, довольно ограничен.

Желающих сдать квалификационные экзамены Института Актуариев и получить чрезвычайно востребованную на рынке труда квалификацию довольно много. Уровень требований таков, что до половины кандидатов проваливаются. Например, экзамен СТ1 в апреле 2012 сдавали 660 человек, а успешно сдали 357 человек (54%), экзамен СТ5 в апреле 2012 сдавали 846 человек, а успешно сдали 507 человек (60%). Кандидат может пересдавать экзамен без всяких проблем, если только у него есть достаточные средства, т.к. каждая попытка сдать экзамен обходится в 195 фунтов (около 10 тысяч рублей).

**Экзамен СТ1 – Финансовая математика
(Financial Mathematics)
3 октября 2012 года**

Задача 1. Инвестор рассматривает два проекта. Один из них – это депозит на 91 день, по которому выплачиваются проценты в соответствии с эффективной годовой ставкой 4%. Второй – казначейский вексель. Вычислите простую годовую учётную ставку для казначейского векселя, если известно, что оба инструмента обеспечивают одну и ту же эффективную доходность. (3 балла)

Задача 2. Номинальная годовая учётная ставка для платежа через один квартал равна 8%.

- (i) Вычислите эквивалентную интенсивность процентов. (1 балл)
- (ii) Вычислите эквивалентную эффективную годовую процентную ставку. (1 балл)
- (iii) Вычислите эквивалентную номинальную годовую учётную ставку для платежа через один месяц. (2 балла) (Всего 4 балла)

Задача 3. 1 января 2010 г. инвестиционный фонд оценивался в £120m и в £140m 1 января 2011 г. Немедленно после оценки 1 января 2011 г. в фонд внесли £200m. 1 июля 2012 г. фонд оценивался в £600m.

(i) Вычислите среднюю по времени эффективную годовую ставку дохода, TWRR, за этот период времени. (3 балла)

(ii) Объясните, почему для рассмотренного примера эквивалентная по финансовому результату ставка дохода, MWRR, должна быть выше средней по времени ставки дохода, TWRR. (2 балла) (Всего 5 баллов)

Задача 4. 1 сентября 2012 заключён десятимесячный форвардный контракт на покупку акции, стоимость которой в этот день равна £10. Выплата дивидендов в размере £1 на акцию ожидается 1 декабря 2012, 1 марта 2013 и 1 июня 2013.

(i) Рассчитайте форвардную цену, если номинальная безрисковая процентная ставка на полгода составляет 8% годовых, а арбитраж отсутствует. (4 балла)

(ii) Объясните, почему при расчёте форвардной цены нет необходимости использовать ожидаемую цену акции в момент исполнения форвардного контракта. (2 балла) (Всего 6 баллов)

Задача 5. (i) Опишите характеристики еврооблигаций. (4 балла)

(ii) (a) Опишите характеристики депозитного сертификата.

(b) На рынке торгуются два вида депозитных сертификатов некоторого банка. Номинальная годовая процентная ставка для одномесечного сертификата равна 12 процентов. Двухмесячный сертификат обеспечивает номинальную годовую доходность 24% с ежемесячным начислением процентов. Предполагая отсутствие арбитража, рассчитайте номинальную годовую форвардную процентную ставку с начислением процентов через месяц для второго месяца. (4 балла) (Всего 8 баллов)

Задача 6. Заём выдан под $i=6\%$ годовых на 10 лет. Он должен быть возвращён ежегодными выплатами возрастающего размера. Выплаты должны производиться раз в год, в конце года. Первый выплата должна составлять £200, затем выплаты каждый год будут увеличиваться на £100.

(i) Вычислите сумму займа. (2 балла)

(ii) (a) Вычислите, какую сумму в седьмой выплате составляют проценты.

(b) Вычислите, какая сумма в седьмой выплате выплачивается в счёт погашения основной суммы займа. (4 балла)

(iii) Немедленно после седьмой выплаты заёмщик просит увеличить срок возврата займа до 15 лет и хочет возвращать невыплаченную сумму займа одинаковыми ежегодными платежами. Займодавец соглашается, но в момент изменения условий договора займа меняет процентную ставку на 8% годовых. Вычислите размер пересмотренных ежегодных выплат. (3 балла)

(Всего 9 баллов)

Задача 7. Человек желает вложить деньги таким образом, чтобы получить через двадцать лет £200,000. В первые десять лет с вероятностью 0.3 инвестированные средства будут приносить 4% годовых, а с вероятностью 0.7 – 6%. Во вторые десять лет с вероятностью 0.3 инвестированные средства будут приносить 4% годовых, а с вероятностью 0.7 – 6%, однако процентная ставка во втором десятилетнем периоде не зависит от процентной ставки в первом десятилетнем периоде.

(i) Вычислите сумму, которую следует инвестировать, если бы человек производил расчёты, используя среднее значение годовой процентной ставки в каждом десятилетнем периоде. (2 балла)

(ii) Предположим, что инвестирована сумма, вычисленная в пункте (i). На сколько в среднем результат инвестиции превысит сумму £200,000. (3 балла)

(iii) Вычислите размах накопления, если инвестирована сумма, вычисленная в пункте (i). (2 балла)

(Всего 7 баллов)

Задача 8. Интенсивность процентов, $\delta(t)$, является функцией времени (измеряемого годами) и в момент t , даётся формулой

$$\delta(t) = \begin{cases} 0.03 + 0.01t, & \text{для } 0 \leq t \leq 9, \\ 0.06, & \text{для } t > 9. \end{cases}$$

(i) Получите и упростите насколько это возможно выражение для $v(t)$, где $v(t)$ – текущая стоимость единичной денежной суммы, которая должна быть выплачена в момент t . (5 баллов)

(ii) (a) Вычислите текущую стоимость суммы £5000, которая подлежит выплате в конце пятнадцатого года.

(b) Вычислите постоянную интенсивность процентов, соответствующую этой операции. (4 балла)

Между моментами $t=11$ и $t=15$ поступает непрерывный поток платежей со скоростью $\rho(t) = 100 \cdot e^{-0.02t}$ (денежных единиц в год).

(iii) Вычислите текущую стоимость этого потока платежей. (4 балла)

(Всего 13 баллов)

Задача 9. (i) Расскажите о трёх теориях, которые были выдвинуты для объяснения формы кривой доходности. (7 баллов)

Правительство некоторой страны только что выпустило пять облигаций со сроком до погашения один, два, три, четыре и пять лет соответственно. Эти облигации погашаются по номиналу, а проценты по ставке 4% выплачиваются в конце каждого года.

(ii) Подсчитайте дюрацию однолетней, трёхлетней и пятилетней облигаций, если общая годовая эффективная доходность при погашении равна 5%. (6 баллов)

(iii) Объясните, почему пятилетняя облигация с купонной ставкой 8% годовых имеет меньшую дюрацию, чем пятилетняя облигация с купонной ставкой 4% годовых. (2 балла)

Через четыре года после выпуска, сразу же после выплаты купона, правительство предвидит проблемы с обслуживанием оставшегося долга и предлагает владельцам пятилетних облигаций два возможных варианта решения проблемы.

Вариант 1: в установленное время облигация гасится с выплатой 79% номинальной стоимости, а последняя купонная выплата не производится.

Вариант 2: погашение облигации отодвигается на семь лет от установленной даты погашения, а купонная ставка уменьшается до 1% годовых до конца текущего и продлённого срока.

Предположим, что бонды были выпущены по цене, равной £95 за £100 номинала.

(iv) Подсчитайте эффективную годовую ставку дохода для вариантов 1 и 2 для всего срока существования облигации и определите, какой вариант обеспечит большую доходность. *(6 баллов)*

(v) Предложите два других соображения, которые держатели облигаций могли бы учесть, принимая решение о том, на какой вариант согласиться. *(2 балла)*

(Всего 23 балла)

Задача 10. Рассматривается два инвестиционных проекта.

(i) Объясните, почему сравнение дисконтированных периодов окупаемости или периодов окупаемости в большинстве случаев не подходит для того, чтобы сделать выбор между двумя инвестиционными проектами. (3 балла)

Каждый из двух проектов предполагает начальное вложение в размере $P = £3m$. Доходы от этих двух проектов таковы:

Проект А

За первый год проект А принесёт £0.5m. За второй год он принесёт £0.55m. Поступления от этого проекта будут продолжать увеличиваться на 10% в год, а в конце шестого года прекратятся. Предположим, что все деньги, заработанные на протяжении года, поступают в середине года.

Проект В

Проект В будет приносить £0.64m в год на протяжении шести лет. Предположим, что на протяжении этого периода деньги поступают непрерывно и равномерно.

(ii) (a) Найдите период окупаемости проекта В.

(b) Найдите дисконтированный период окупаемости проекта В при технической эффективной годовой ставке 4%. (5 баллов)

(iii) Определим точку пересечения как техническую годовую процентную ставку, при которой чистые приведённые стоимости двух проектов равны. Покажите, что существует по меньшей мере одна точка пересечения, значение которой лежит от 0% до 4%. (6 баллов)

(iv) Вычислите продолжительность потока поступлений от проектов А и В при технической процентной ставке 4% годовых. (6 баллов)

(v) Объясните, почему при увеличении технической процентной ставки, использовавшейся выше при расчётах, текущая стоимость потока поступлений от проекта А будет уменьшаться быстрее, чем текущая стоимость потока поступлений от проекта В. (2 балла)

(Всего 22 балла)

**Экзамен СТ5 – Актуарная математика в
страховании жизни (Contingencies)
апрель 2012 года**

Задача 1. (а) Разъясните смысл обозначения ${}_{45}q_{[60]+1}$

(б) Вычислите значение этой величины, используя таблицу смертности AM92 [3 балла]

Задача 2. В соответствии с условиями договора страхования жизни постоянная премия в размере $P = \text{£}3,000$ платится раз в год в начале каждого года действия договора. Страховая сумма, которая выплачивается в конце года смерти, равна сумме всех внесённых к этому моменту премий без процентов. Для договора, который всё ещё действует в начале двенадцатого года, дана следующая информация: резерв в начале двенадцатого года равен V , резерв в конце этого года (в расчёте на каждого дожившего до этого момента) равен V_1 , вероятность смерти на протяжении этого года равна $q = 0.03$, расходы в размере $e = \text{£}90$ должны быть выплачены в начале года, компания зарабатывает $i = 4\%$ годовых (отрицательный балас по договору растёт в соответствии с той же процентной ставкой). Все резервы выше вычислены непосредственно перед поступлением очередной премии. Для каждого договора, действующего в начале двенадцатого года, подсчитайте ожидаемый доход или потери к концу этого года. [3 балла]

Задача 3. Подсчитайте $a_{50:\overline{15}|}$ и $(IA)_{50:\overline{15}|}^1$, используя техническую процентную ставку и таблицу смертности AM92. [4 балла]

Задача 4. Супружеская пара, муж в возрасте 60 лет и жена в возрасте 55 лет, покупают полис совместного страхования жизни, который обеспечивает выплату страховой суммы £100,000 немедленно после второй смерти. Подсчитайте среднее значение современной стоимости этого договора. Техническая основа расчётов: таблица смертности RMA92C20 для мужчины, RFA92C20 для женщины; годовая процентная ставка 4%. Расходы не учитываются. [4 балла]

Задача 5. Десятилетний договор инвестиционного страхования жизни имеет следующий вектор дохода: $(-40, -12, -6, -1, 5, -4, 8, 20, 25, 30)$. Каким будет вектор дохода, если сформировать резервы, которые обнулят отрицательные значения дохода. База расчётов: вероятность смерти на протяжении года равна для каждого возраста, годовая процентная ставка [4 балла]

Задача 6. (a) Предположим, что на промежутке $[67;68]$ интенсивность смертности является постоянной величиной. Найдите её для предельной таблицы AM92. (b) Подсчитайте значение ${}_{0.5}q_{67.25}$, используя предположение о постоянной интенсивности смертности и результат, полученный в пункте (a). [4 балла]

Задача 7. Опишите типичные выплаты при выходе на пенсию участника пенсионной схемы, привязанной к окладу. [6 баллов]

Задача 8. Опишите влияние профессии на смертность и заболеваемость. [6 баллов]

Задача 9. (i) Перечислите основные виды расходов страховой компании, занимающейся страхованием жизни. [2 балла]

(ii) Приведите по одному примеру расхода каждого вида (из перечисленных в вашем ответе на вопрос (i)) и укажите, как он обычно учитывается при расчёте премии. [4 балла] [Всего 6 баллов]

Задача 10. В соответствии с договором страхования жизни страховыми случаями являются смерть застрахованного (страховая сумма равна £10,000) и назначение инвалидности (разовая выплата £1,000).

(a) Нарисуйте диаграмму переходов цепи Маркова, которая могла бы использоваться при актуарном оценивании этого договора.

(b) Выпишите формулу для актуарной современной стоимости выплат по такому договору. [6 баллов]

Задача 11. (i) Опишите преимущества и недостатки использования необработанных коэффициентов смертности (crude mortality rate) и непосредственно стандартизованных коэффициентов смертности (directly standardised mortality rate) для сравнения смертности в двух или более различных группах населения. [4 балла]

Вам известны следующие данные относительно некоторой группы людей:

Возраст/численность: 50/100000, 55/95000, 60/80000. Общее число смертей в этой группе равно 1,250.

(ii) Используя таблицу ELT15 (для мужчин) подсчитайте стандартизованное отношение смертностей (standardised mortality ratio – SMR). [3 балла] [Всего 7 баллов]

Задача 12. Договор смешанного страхования жизни на 10 лет гарантирует выплату страховой суммы £100,000 в случае смерти застрахованного до истечения срока действия договора и выплату £50,000, если застрахованный проживёт эти 10 лет. Подсчитайте среднее значение и дисперсию современной стоимости обязательств страховщика по этому договору. Техническая основа расчётов: постоянная интенсивность смертности 0.03 на протяжении всего срока действия договора, годовая процентная ставка 5%. [8 баллов]

Задача 13. Страховая компания заключает с мужчиной в возрасте $x=20$ лет договор смешанного страхования жизни на $n=20$ лет. В момент смерти или по окончании срока действия договора (в зависимости от того, какое событие наступит раньше) выплачивается страховая сумма $SA=£85,000$ плюс бонус. Компания предполагает, что размер будущего бонуса на очередной год будет определяться в конце каждого года действия договора таким образом, что полная выплата на n -й год будет равна $SA \cdot (1+b)^{n-1}$, где $b=1.92308\%$, а полная выплата по дожитию будет равна $SA \cdot (1+b)^{40}$. Подсчитайте ежемесячную премию P по этому договору.

Основа расчётов: таблица смертности – AM92, техническая процентная ставка – $i=6\%$ годовых, первоначальная комиссия равна 480% от первой премии, возобновляемая комиссия составляет 2.5% от последующих премий, первоначальные расходы составляют £325, возобновляемые расходы равны £75 и оплачиваются в начале второго и последующих лет действия договора. Кроме того, предполагается, что возобновляемые расходы будут расти на £5 в год, начиная с третьего года действия договора. [10 баллов]

Задача 14. Страховая компания заключила с группой 40-летних мужчин ряд договоров страхования жизни на 20 лет с убывающей страховой суммой. Страховая выплата производится в конце года смерти и составляет £200,000 для первого года действия договора, £190,000 – для второго и т.д., т.е. ежегодно уменьшается на £10,000 пока не достигнет величины £10,000 для двадцатого (последнего) года действия договора. Премии выплачиваются раз в год на протяжении всего срока действия договора. Компания рассчитывает свои резервы на базе нетто-премий; допускаются отрицательные резервы.

(i) Покажите, что годовая нетто-премия для каждого договора примерно равна £204. [4 балла]

Предположим, что в начале 10-го года портфель страховщика содержал 625 таких договоров и 3 застрахованных умерли на протяжении этого года.

(ii) Подсчитайте доход или потери страховой компании за 10-й год от смертности. [6 баллов]

(iii) Кратко прокомментируйте результаты, полученные при выполнении задания (ii). [2 балла]

Основа расчётов: таблица смертности – предельная AM92, процентная ставка 4% годовых, расходов нет. [Всего 12 баллов]

Задача 15. Страховая компания заключает договор временного страхования жизни на 3 года с мужчиной в возрасте 57 лет. Постоянная премия платится в начале каждого года действия договора (если застрахованный жив в этот момент). Страховая сумма равна £150,000 и выплачивается в конце года смерти. При подсчёте премии компания использует следующие предположения: компания зарабатывает 6% годовых (отрицательный балас по договору растёт в соответствии с той же процентной ставкой), смертность описывается таблицей AM92, начальные расходы равны £350, в момент выплаты второй и третьей премий имеются возобновляемые расходы в размере £50, начальная комиссия составляет 15% от первой премии, в момент выплаты второй и третьей премий имеются возобновляемая комиссия в размере 2.5% от премии, техническая процентная ставка, используемая при дисконтировании денежных сумм, равна 6%.

(i) Запишите выражение для случайной величины, которая даёт общие будущие потери в момент начала действия договора. [5 баллов]

(ii) Приравнявая среднее значение величины приведённых потерь к 0, подсчитайте премию (используйте формулы для стандартных видов страхования и рент). [4 балла]

(iii) При тех же предположениях вычислите премию с использованием метода денежных потоков (разрывы договоров в расчёт не принимать). [6 баллов]

(iv) Без каких-либо дополнительных вычислений объясните влияние:

(a) формирования резервов на расчёты в пункте (iii).

(b) увеличения технической процентной ставки до 8%. [2 балла][Всего 17 баллов]

Основные сложности с усвоением курса:

(1) Экзамен (письменный, упор на решение задач квалификационных экзаменов)

Два этапа:

- (1) финансовая математика (в конце 1-го семестра) – 5 задач;
- (2) актуарная математика (в конце 2-го семестра) – 5 задач.

"Чем определяется уровень подготовки математика? Ни перечень курсов, ни их программы уровень не определяют. Единственный способ зафиксировать, чему мы действительно научили своих студентов - это перечислить задачи, которые они должны уметь решать в результате обучения." (В.И.Арнольд. Математический тривиум, Успехи Математических Наук, 1991, том 46, вып1, стр. 225-232)

(2) нужно понять предметную область (финансы и страхование), пусть даже и в минимальном объеме.

Об этой трудности проф. В. Н. Тутубалин писал так: "преподавания, более ориентированного на реальную ситуацию, эти студенты, пожалуй, и не поймут и не примут. Например, я вспоминаю, как я заменял одного из коллег на лекции по математической статистике. Я попытался объяснить студентам-математикам, откуда может взяться случайный разброс результатов измерений. Для примера я взял измерение диаметра монеты. Сначала я сказал, что при измерении штангенциркулем (т.е. с точностью до 0.1 мм) никакого разброса не наблюдается: все измерения дают одинаковый результат. Получить разброс можно при измерении микрометром (точность измерений 0.01 мм): тогда результат явно зависит от угла поворота монеты по отношению к линии, соединяющей измерительные упоры микрометра. Дальнейшая логика состояла в том, что диаметра монеты как такового не существует: мы, очевидно, должны измерять средний по углу диаметр. Но как мы можем удостовериться, что при произвольном выборе разных положений монеты мы усредняем именно по равномерному распределению на окружности? Для этого нужно сделать несколько серий измерений и проверить гипотезу равенства математических ожиданий в этих сериях: вот зачем математическая статистика. (Крайне невероятно, чтобы мы в разных сериях усредняли по одной и той же мере на окружности, но такой, что она не совпадает с равномерным распределением.) Однако студенты-математики отключились уже в тот момент, когда я заговорил о штангенциркуле и микрометре, и получился полный конфуз. *Вот если бы я доказывал теорему о сходимости чего-нибудь с вероятностью 1, то это было бы вполне к месту.*"

(3) нужно понять ограниченность математики при решении многих задач, особенно в областях, связанных с психологией и поведением людей:

"Когда в следующий раз очередной Мертон предложит элегантную модель управления рисками и предсказания шансов, когда появится новый компьютер – с совершенной памятью, вмещающий все прошлые и способный, как станут утверждать, вычислить будущие риски, – инвесторам надо бежать прочь (и бежать быстро) от этих наваждений."

(цитата из документальной книги Р.Ловенстайна "Когда гений терпит поражение", в которой рассказывается история успеха и краха компании Long-Term Capital Management в 1998 г., который не привел к катастрофическим последствиям только из-за чрезвычайных мер Федеральной резервной системы и основных банков США. Основная причина краха LTCM -- бездумная вера в могущество изоощренных моделей финансовой математики нобелевских лауреатов Мертона и Шоулза, которые входили в руководство компании).

(4) нужно понять, что (ниже все цитаты из статьи В.И.Арнольда "О преподавании математики", УМН, 1998, вып.1):

- **"математика — это та часть физики, в которой эксперименты дешёвы",**
- **"сложные модели редко бывают полезными",**
- **"«Тонкий яд математического образования» (по выражению Ф. Клейна) для физика состоит именно в том, что абсолютизируемая модель отрывается от реальности и перестаёт с нею сравниваться"**

«В середине двадцатого века была предпринята попытка разделить математику и физику. Последствия оказались катастрофическими. Выросли целые поколения математиков, незнакомых с половиной своей науки и, естественно, не имеющих никакого представления ни о каких других науках. Они начали учить своей уродливой схоластической псевдоматематике сначала студентов, а потом и школьников (забыв о предупреждении Харди, что для уродливой математики нет постоянного места под Солнцем).

Поскольку ни для преподавания, ни для приложений в каких-либо других науках схоластическая, отрезанная от физики, математика не приспособлена, результатом оказалась всеобщая ненависть к математикам — и со стороны несчастных школьников (некоторые из которых со временем стали министрами), и со стороны пользователей.»

«Уродливое здание, построенное замученными комплексом неполноценности математиками-недоучками, не сумевшими своевременно познакомиться с физикой, напоминает стройную аксиоматическую теорию нечётных чисел. Ясно, что такую теорию можно создать и заставить учеников восхищаться совершенством и внутренней непротиворечивостью возникающей структуры (в которой определена, например, сумма нечётного числа слагаемых и произведение любого числа сомножителей). Чётные же числа с этой сектантской точки зрения можно либо объявить ересью, либо со временем ввести в теорию, пополнив её (уступая потребностям физики и реального мира) некоторыми «идеальными» объектами.

К сожалению, именно подобное уродливое извращённое построение математики господствовало в преподавании математики в течение десятилетий. Возникнув первоначально во Франции, это извращение быстро распространилось на обучение основам математики сперва студентов, а потом и школьников всех специальностей (сперва во Франции, а потом и в других странах, включая Россию).»

«... в математике разработана специальная технология, которая, в применении к реальному миру, иногда полезна, а иногда может приводить и к самообману. Эта технология называется моделированием. При построении модели происходит следующая идеализация: некоторые факты, известные лишь с некоторой долей вероятия или лишь с некоторой точностью, признаются «абсолютно» верными и принимаются за «аксиомы». Смысл этой «абсолютности» состоит ровно в том, что мы позволяем себе оперировать с этими «фактами» по правилам формальной логики, объявляя «теоремами» всё то, что из них можно вывести.

Понятное дело, что ни в какой реальной деятельности полностью полагаться на подобные дедукции невозможно. Причиной является хотя бы то, что параметры изучаемых явлений никогда не бывают известными нам абсолютно точно, а небольшое изменение параметров (например, начальных условий процесса) может совершенно изменить результат. Скажем, по этой причине надёжный долгосрочный динамический прогноз погоды невозможен и останется невозможным, сколь бы ни совершенствовались компьютеры и регистрирующие начальные условия датчики.

Совершенно таким же образом небольшое изменение аксиом (в которых ведь мы точно уверены быть не можем) способно, вообще говоря, привести к иным выводам, чем дают выведенные из принятых аксиом теоремы. И чем длиннее и искуснее цепь выводов («доказательств»), тем менее надёжен окончательный результат.»

«Сложные модели редко бывают полезными (разве что для диссертантов).

Математическая технология моделирования состоит в том, чтобы от этой неприятности отвлечься и говорить о своей дедуктивной модели так, как если бы она совпадала с реальностью.

Тот факт, что этот — явно неправильный с точки зрения естествознания — путь часто приводит к полезным результатам в физике, называют «непостижимой эффективностью математики в естественных науках» (или «принципом Вигнера»).