АНДРЕЙ БОРИСОВИЧ ШИДЛОВСКИЙ

(к 90-летию со дня рождения)

Исполнилось девяносто лет старейшему профессору механико-математического факультета Московского государственного университета, заслуженному деятелю науки РСФСР, заслуженному профессору МГУ Андрею Борисовичу Шидловскому, крупному российскому учёному-математику, одному из ведущих специалистов по теории чисел в нашей стране, известному своими научными результатами во многих странах.

А. Б. Шидловский родился 13 августа 1915 г. в уездном городе Алатыре Симбирской губернии. Его родители Борис Андреевич Шидловский (1884—1942) и Александра Всеволодовна Шидловская (Скороходова) (1887—1976) — уроженцы Симбирской губернии. Отец, принадлежавший к обедневшему дворянскому роду, получил образование на экономическом отделении Санкт-Петербургского политехнического института им. Петра Великого и к моменту рождения сына (единственного ребенка в семье) работал в Уездной землеустроительной комиссии в Алатыре. Впоследствии он работал на различных юридических должностях, сменив много мест, причиной чему было его социальное происхождение. Отец Александры Всеволодовны вышел из крепостных крестьян, четверо же её братьев получили университетское образование, а семеро сестёр, как и она, окончили гимназию в Симбирске. Всю свою взрослую жизнь она проработала машинисткой: до замужества — в удельном округе, а после революции — в различных учреждениях, в том числе в Народном комиссариате путей сообщения.

Летом 1917 г. семья Шидловских вернулась в Симбирск. В 1930 г. Андрей Борисович успешно окончил 7-й класс 3-й советской школы в г. Ульяновске и как высшую награду получил рекомендацию в техникум. В феврале 1931 г. он поступил учиться в ФЗУ Мосэнерго, по окончании которой через два года получил специальность токаря 5-го разряда. К этому времени семья его уже жила в Подмосковье. По окончании ФЗУ Андрей Борисович работал токарем на заводе, а в апреле 1934 г. по комсомольской мобилизации был направлен на строительство первой очереди Московского метрополитена. Работал он проходчиком на шахте № 30 на Манежной площади, конечно же не подозревая, что спустя годы будет учиться и жить в стоящем рядом здании Московского университета, а затем изолировщиком на наклонной шахте № 2 на станции метро «Кировская». Некоторое время ему приходилось часто ночевать в тогда ещё не уничтоженном здании Казанского собора, где на первом этаже находилась столовая Метростроя. По окончании строительства первой очереди метро в марте 1935 г. он вернулся работать на завод. За время работы Андрею Борисовичу удалось побывать и секретарём комсомольской организации, и заместителем председателя завкома. В 1936—1937 гг. он проходил службу в армии, а после демобилизации продолжил учёбу сначала на специальных курсах, а затем в вечерней школе рабочей молодёжи. В это время он зарабатывал на жизнь, работая руководителем духового оркестра. В 1939 г. Андрей Борисович окончил 10-й класс и получил аттестат зрелости со всеми отличными отметками. В этом же году он был зачислен на механико-математический факультет МГУ как отличник без экзаменов по результатам собеседования.

Учёбу прервала война. 26 июня 1941 г. Андрей Борисович добровольцем ушёл в армию. В 1942—1943 годах он находился на Брянском фронте, откуда был направлен в Саратов во 2-е Киевское училище самоходной артиллерии. По окончании училища в начале 1944 г. он был оставлен в нём командиром взвода для преподавательской работы. Конец войны Андрей Борисович встретил в Киеве, куда было возвращено училище. В 1945 г. он был направлен как командир батареи тяжёлых самоходных установок на Дальний Восток в порт Дальний (Китай), откуда и демобилизовался летом 1946 г. в звании лейтенанта.

Вернувшись в Москву, Андрей Борисович восстановился в сентябре 1946 г. на механико-математическом факультете МГУ. На третьем курсе он стал посещать семинар А. О. Гельфонда, заинтересовался теорией трансцендентных чисел, и это определило его дальнейшую судьбу. В 1950 г. он окончил с отличием механико-математический факультет и был рекомендован в аспирантуру, где учился под руководством А. О. Гельфонда. Это время было очень непростым для него. В 1945 г. Андрей Борисович женился на Любови Григорьевне Пантелеевой, и в 1951 г. в семье уже было три дочери. Чтобы содержать семью, приходилось совмещать учёбу с работой. В студенческие годы Андрей Борисович работал учителем математики в вечерней средней школе, а во время учебы в аспирантуре читал лекции и вёл занятия в Химико-технологическом институте мясной и молочной промышленности.

В 1953 г. Андрей Борисович закончил аспирантуру и в январе 1954 г. защитил кандидатскую диссертацию. Его оппонентами были А. Я. Хинчин и Н. И. Фельдман. По окончании аспирантуры он стал работать старшим преподавателем на кафедре математического анализа Московского педагогического института им. В. И. Ленина (МГПИ), заведующим которой был в то время П. С. Новиков, а затем там же на кафедре теории чисел много лет — доцентом и профессором по совместительству. С осени 1954 г. по рекомендации А. Я. Хинчина Андрей Борисович был приглашён для работы на кафедру математического анализа механико-математического факультета МГУ, а с февраля 1955 г. прошёл по конкурсу на должность доцента. В 1959 г. он защитил докторскую диссертацию. Ему оппонировали А. О. Гельфонд, Ю. В. Линник и А. Г. Постников. С 1960 г. Андрей Борисович работает профессором кафедры теории чисел МГУ, а после смерти А. О. Гельфонда с 1968 г. возглавляет эту кафедру.

Андрей Борисович — прекрасный педагог, любящий работать со студентами и отдающий этому свою душу. В течение многих лет он читал на механико-математическом факультете МГУ основной курс математического анализа, общий курс теории чисел, читал различные специальные курсы и вёл специальные семинары. Строгий и придирчивый преподаватель и вместе с тем очень внимательный к студенческим нуждам человек, он часто сетует, что требовательность к студентам снижается, падает их учебная дисциплина. Он выучил несколько поколений студентов, многие из которых сами стали преподавателями и учёными, переняли его стиль работы с молодёжью. Под его руководством защищены 15 кандидатских диссертаций, а трое из его учеников защитили докторские диссертации.

О научных достижениях А. Б. Шидловского мы скажем ниже. Здесь же отметим, что его глубокие результаты в теории трансцендентных чисел получили мировую известность и сформировали важное научное направление. Он является создателем научной школы в теории чисел и много лет руководит научно-исследовательским семинаром кафедры теории чисел МГУ, объединяющим специалистов по теории чисел Москвы и многих городов страны. Он выступал с научными докладами на многих теоретико-числовых конференциях в нашей стране и за рубежом, на Третьем и Четвёртом Всесоюзных математических съездах в 1956 и 1961 годах, на Международных математических конгрессах в Москве в 1966 г. и Ницце в 1970 г. Он читал лекции и выступал с докладами в учебных и научных организациях нашей страны, Болгарии, Венгрии, Румынии, Чехословакии, Югославии, ГДР и ФРГ, Кубы и Испании. Андрей Борисович — автор двух учебников «Диофантовы приближения и трансцендентные числа» (1982), «Введение в теорию чисел» (1984, 1995) и монографии «Трансцендентные числа» (1987, перевод на английский язык 1989). Помимо книг им опубликовано около 100 научных работ. В 1980 г. Андрею Борисовичу присвоено почётное звание «Заслуженный деятель науки РСФСР».

Андрей Борисович никогда не замыкался только на занятиях математикой. Во время работы и учебы в университете он вёл активную общественную и организационную деятельностью: избирался членом профкома факультета, ряд лет был секретарём партийных организаций отделения математики и факультета, работал заместителем декана факультета по учебным делам. Он много лет член Учёных Советов отделения математики и механико-математического факультета МГУ, ряд лет был членом Учёного Совета математического факультета МГПИ, несколько лет состоял в экспертной комиссии ВАК по математике, членом научно-методического совета Минвуза СССР.

Область научных интересов Андрея Борисовича определилась в аспирантуре МГУ, где он после доклада А. О. Гельфонда на одном из семинаров заинтересовался работами К. Зигеля, в которых предпринималась попытка создать общий метод для доказательства трансцендентности и алгебраической независимости значений в алгебраических точках так называемых E-функций. Этот класс функций, введённый в 1929 г. К. Зигелем, состоит из целых функций с определёнными арифметическими свойствами коэффициентами их ряда Тейлора в точке $z = 0$. E-функции образуют кольцо, замкнутое относительно дифференцирования, интегрирования в пределах от 0 до z и замены z на αz при алгебраическом $\alpha \neq 0$. Типичным примером E-функции является целая обобщённая гипергеометрическая функция

$$ {}_pF_q\left(\begin{matrix} \alpha_1, \dots, \alpha_p \\ \beta_1, \dots, \beta_q \end{matrix} \middle| \, z \right) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(\alpha_1)_n \dots (\alpha_p)_n}{(\beta_1)_n \dots (\beta_q)_n} \cdot \frac{z^n}{n!}, \tag{1} $$

где $(\alpha)_0 = 1$ и $(\alpha)_n = \alpha \cdot (\alpha + 1) \cdot \ldots \cdot (\alpha + n - 1)$, с параметрами α_i, β_j — рациональными числами. Название «E-функции», вероятно, связано с тем, что все они в некотором смысле похожи на e^z. Подход, предложенный К. Зигелем, позволил ему, по существу, доказывать алгебраическую независимость значений E-функций, удовлетворяющих линейным однородным дифференциальным уравнениям второго порядка с коэффициентами из $\mathbb{C}(z)$. Уже первые результаты А. Б. Шидловского позволили распространить идеи Зигеля на решения неоднородных дифференциальных уравнений и доказать ряд теорем о значениях E-функций, удовлетворяющих дифференциальным уравнениям произвольных порядков. Так, например, было доказано утверждение об алгебраической независимости над $\mathbb{Q}$ при любом алгебраическом α, $\alpha \neq 0$, и любом натуральном r чисел

$$\psi_k^{(i)}(\alpha), \quad 0 \leqslant i < k \leqslant r,$$

где

$$\psi_k(z) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{z^n}{(n!)^k}, \quad k \geqslant 1.$$

Одним из замечательных результатов, доказанных А. Б. Шидловским в 1954 г., является следующая окончательная теорема.

Теорема 1. *Пусть совокупность E-функций*

$$f_1(z), \ldots, f_m(z), \quad m \geqslant 1, \tag{2}$$

является решением системы линейных дифференциальных уравнений

$$y_k' = q_{k,0}(z) + \sum_{i=1}^{m} q_{k,i}(z) y_i, \quad k = 1, \ldots, m, \tag{3}$$

где $q_{k,i}(z) \in \mathbb{C}(z)$, а α — любое алгебраическое число, отличное от 0 и полюсов всех функций $q_{k,i}(z)$. Тогда для того, чтобы числа

$$f_1(\alpha), \ldots, f_m(\alpha)$$

были алгебраически независимы над $\mathbb{Q}$, необходимо и достаточно, чтобы функции (2) *были алгебраически независимы над $\mathbb{C}(z)$.*

Доказательство алгебраической независимости решений линейных дифференциальных уравнений представляет собой достаточно сложную задачу, во многих случаях не решённую. Однако теорема 1 принципиально исчерпывает теоретико-числовую часть исследования арифметических свойств значений E-функций в алгебраических точках.

В 1956 г. Андрей Борисович усилил утверждение теоремы 1, доказав, что в её условиях

$$\operatorname{tr\,deg}_{\mathbb{Q}} \mathbb{Q}(f_1(\alpha), \ldots, f_m(\alpha)) = \operatorname{tr\,deg}_{\mathbb{C}(z)} \mathbb{C}(f_1(z), \ldots, f_m(z)).$$

В частности, из этого результата удалось вывести, что любая целая трансцендентная E-функция, удовлетворяющая линейному дифференциальному уравнению с рациональными коэффициентами, во всех алгебраических точках, за исключением конечного числа, принимает трансцендентные значения, а также что любая алгебраически независимая над $\mathbb{C}(z)$ совокупность E-функций, входящая как часть в некоторое решение системы (3), во всех алгебраических точках, за исключением конечного числа, принимает алгебраически независимые над $\mathbb{Q}$ значения. В 1967 г. Андрей Борисович в случае, когда коэффициенты рядов Тейлора функций $f_k(z)$ и число α есть рациональные числа, доказал, что в условиях теоремы 1 для линейно независимых с 1 над $\mathbb{C}(z)$ функций $f_k(z)$ при любом положительном числе ε и целых числах $a_0, \ldots, a_m$ выполняется неравенство

$$|a_0 + a_1 f_1(\alpha) + \ldots + a_m f_m(\alpha)| > c \cdot H^{-m-\varepsilon},$$
$$H = \max(|a_0|, \ldots, |a_m|), \quad c = c(\varepsilon) > 0.$$

Доказанная оценка лишь на ε в показателе степени отличается от достижимых верхних оценок. Этот результат получил многочисленные обобщения и усиления в виде оценок мер линейной и алгебраической независимости значений E-функций.

Метод, сформировавшийся в работах К. Зигеля и А. Б. Шидловского, был впоследствии существенно развит и обобщён. Прежде всего следует отметить серию работ А. Б. Шидловского, посвящённых исследованию алгебраической независимости значений E-функций при наличии между ними алгебраических соотношений, количественным результатам об оценках мер алгебраической независимости значений E-функций, методам доказательства алгебраической независимости решений линейных дифференциальных уравнений и приложениям общих теорем к конкретным E-функциям. Многое в этой области сделали как ученики Андрея Борисовича, так и зарубежные математики. Подробное обсуждение этих исследований можно найти в упомянутой выше книге «Трансцендентные числа». Сам метод в книгах ряда известных зарубежных учёных получил название «метод Зигеля—Шидловского».

Оказалось возможным применить метод Зигеля—Шидловского для исследования так называемых G-функций. G-функциями, например, являются рассмотренные выше гипергеометрические ряды с рациональными параметрами при $p = q$. Они имеют конечный радиус сходимости.

Идеи А. Б. Шидловского, созданная им теория получают своё развитие в трудах многих известных математиков. Продолжают возникать новые варианты доказательств его теорем. Теория E-функций постоянно обогащается. Например, в 2004 г. Ф. Бейкерс доказал старую гипотезу К. Зигеля о линейной независимости значений E-функций.

Вклад Андрея Борисовича Шидловского в теорию трансцендентных чисел очень велик, его результаты, статьи, книги будут вдохновлять новые поколения математиков, звать их в прекрасную науку — теорию чисел. Желаем ему многих лет активной деятельности и новых научных свершений.

А. И. Галочкин, Ю. В. Нестеренко, В. Г. Чирский