

Определение инструментальных погрешностей инерциальной навигационной системы на неподвижном основании*

Н. А. ПАРУСНИКОВ

*Московский государственный университет
им. М. В. Ломоносова*

В. В. ТИХОМИРОВ

*Московский государственный университет
им. М. В. Ломоносова*

С. А. ТРУБНИКОВ

*Московский государственный университет
им. М. В. Ломоносова
e-mail: strubnikov@mail.ru*

УДК 621.396.933:527.8

Ключевые слова: инерциальная навигационная система, калибровка, наблюдаемость.

Аннотация

В задачах инерциальной навигации, топопривязки и аэрогравиметрии определяющее влияние на точность оказывает знание моделей инструментальных погрешностей инерциальной навигационной системы и значений параметров этих моделей. Рассматривается возможность определения параметров погрешностей (калибровки) платформенной инерциальной навигационной системы без использования специальных стендов. Высокая наблюдаемость задачи достигается за счёт угловых эволюций гироскопов, приводящих к большому отклонению от первоначального положения, что обеспечивается специальным режимом управления гироскопом. Вместо формального выделения наблюдаемых и ненаблюдаемых составляющих погрешностей эффективность калибровки оценивается по её влиянию на точность решения навигационной задачи.

Abstract

N. A. Parusnikov, V. V. Tikhomirov, S. A. Trubnikov, Determination of instrument errors for inertial navigation system on a stationary base, Fundamentalnaya i prikladnaya matematika, vol. 11 (2005), no. 7, pp. 159–166.

In inertial navigation, topographic location, and airborne gravimetry, the defining influence on accuracy has the knowledge of the instrument error models and the parameter values for these models. The possibility to determine these parameters for platform-based inertial navigation systems without using special stands is considered. High observability of relevant parameters stems from the gyro platform angular evolution that results in large

* Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ, грант 04-01-00738.

deviations from the initial state. This is delivered by a special mode of the gyro platform control. Instead of formal determination of the observable and unobservable components, the quality of calibration is measured by its influence on the accuracy of navigation.

Введение

В задачах инерциальной навигации, топопривязки и аэрогравиметрии определяющее влияние на точность их решения оказывает знание моделей инструментальных погрешностей и значений параметров этих моделей.

Например, в задаче аэрогравиметрии гравиметр, установленный на гиropлатформе инерциальной навигационной системы (ИНС), должен измерять вертикальную составляющую перегрузки, действующей на его чувствительную массу. Но приборная вертикаль, в силу инструментальных погрешностей и погрешностей выставки, не совпадает с идеальной. Поэтому в измерение гравиметра входят составляющие от горизонтальных перегрузок. Отсюда следует необходимость определения углов рассогласования приборной и идеальной вертикали, что обычно осуществляется в процессе полёта с привлечением дополнительной информации неинерциальной природы (например, от спутниковой навигационной системы). Предварительное определение параметров инструментальных погрешностей ИНС позволяет решить задачу существенно более точно.

Обычно идентификация параметров осуществляется на специальных калибровочных стендах. Однако некоторые параметры моделей инструментальных погрешностей ИНС, которые можно считать постоянными в течение полёта, могут различаться от запуска к запуску ИНС. Поэтому желательно уточнять эти параметры между полётами. Помимо этого, привлекательна идея освобождения от необходимости стендовой калибровки.

В статье рассматривается возможность определения параметров инструментальных погрешностей ИНС на старте. Высокая степень наблюдаемости параметров задачи достигается за счёт больших угловых эволюций гиropлатформы, что обеспечивается специальным режимом управления гиropлатформой.

Системы координат и принятые обозначения

Основные положения теории инерциальной навигации представлены в [1–4]. При введении систем координат и обозначений будем следовать [3]. Далее рассматривается двухкомпонентная платформенная ИНС.

Введём следующие системы координат (трёхгранники, все системы координат правые ортогональные). Пусть O — центр Земли и система координат $O\eta$ ($O\eta_1\eta_2\eta_3$) жёстко связана с вращающейся Землей, ось $O\eta_3$ совпадает с осью вращения Земли, плоскость $O\eta_1\eta_3$ — плоскость гринвичского меридиана.

Пусть M — точка, в которой расположена приведённая масса ньютонометров ИНС. Будем считать, что точка M неподвижна относительно системы координат

$O\eta$ и задана своими географическими координатами: северной широтой φ , восточной долготой λ и высотой h , которые считаются известными. Введём систему координат Mx ($Mx_1x_2x_3$) так, чтобы ось Mx_3 совпадала с направлением географической вертикали в точке M , а плоскость Mx_2x_3 — с плоскостью текущего меридиана.

Трёхграннику Mx соответствует трёхгранник Ox , оси которого параллельны осям Mx . Вектор ω_x абсолютной угловой скорости трёхгранника Ox задаётся проекциями на собственные оси, $\omega_x = (\omega_1, \omega_2, \omega_3)^T$, причём

$$\omega_1 = 0, \quad \omega_2 = u \cos \varphi, \quad \omega_3 = u \sin \varphi,$$

где u — угловая скорость вращения Земли.

Обозначим через f вектор внешней удельной силы, приложенной к точке M , измеряемый ньютонометрами: $f_x = (0, 0, g)^T$, где g — модуль удельной силы тяжести в точке M . С гиropлатформой и расположенными на ней двумя ньютонометрами связывается приборный трёхгранник Mz ($Mz_1z_2z_3$). Выбор трёхгранника Mz , вообще говоря, неоднозначен (см. далее) и связан с выбором моделей инструментальных погрешностей. В идеале Mz совпадает с Mx , оси чувствительности ньютонометров совпадают с Mz_1 и Mz_2 , а оси прецессии гиropлатформы — с Mz_1, Mz_2 и Mz_3 .

Принятая модель инструментальных погрешностей

Погрешности геометрии (перекосы)

Выберем ось Mz_1 совпадающей с осью чувствительности первого ньютонометра l_1 . Ось Mz_2 выберем в плоскости, образованной осями чувствительности первого и второго ньютонометров, так, чтобы ось Mz_2 была ортогональна оси Mz_1 .

Из-за неидеальности установки ньютонометров ось Mz_2 не вполне совпадает с осью чувствительности второго ньютонометра l_2 . Орты осей чувствительности ньютонометров в системе координат Mz определяются малым углом δ :

$$e_{l_1} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad e_{l_2} = \begin{pmatrix} \delta \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}.$$

Примечание. Возможен иной выбор осей трёхгранника Mz , например такой, при котором оси чувствительности направлены так:

$$e_{l_1} = \begin{pmatrix} 1 \\ -\delta/2 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad e_{l_2} = \begin{pmatrix} \delta/2 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}.$$

Введём орты осей прецессии гироскопов, на базе которых построена гиropлатформа, в осях Mz :

$$\begin{pmatrix} 1 \\ \theta_{21} \\ \theta_{31} \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} \theta_{12} \\ 1 \\ \theta_{32} \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} \theta_{13} \\ \theta_{23} \\ 1 \end{pmatrix},$$

где θ_{ij} — малые величины, характеризующие неидеальность ориентации осей прецессии гироскопов относительно осей приборного трёхгранника Mz , определяемого осями ньютонометров.

Обозначим через M_1 центр подвеса гироплатформы и определим эту точку в осях трёхгранника Mz вектором ρ :

$$\rho = \overrightarrow{MM_1} = \begin{pmatrix} \rho_1 \\ \rho_2 \\ \rho_3 \end{pmatrix}.$$

Погрешность, вызванная несовпадением точки M_1 и центров масс гироскопов, называется дебалансом.

Ошибки масштабов, смещение нулей, составляющие типа белого шума

Другой тип учитываемых погрешностей — это ошибки масштабов, смещение нулей и составляющие типа белого шума в измерительных и управляющих системах. Их влияние описывается следующими соотношениями.

Ньютонометры. Обозначим f'_{l_i} , $i = 1, 2$, выходной сигнал i -го ньютонометра:

$$f'_{l_i} = f_{l_i} + \delta_i f_{l_i} + \varepsilon_i + \varepsilon_i^s,$$

где f_{l_i} — проекция силы f на ось l_i , δ_i — погрешность масштаба ньютонометра, ε_i — смещение показаний ньютонометра, ε_i^s — составляющая погрешности типа белого шума. С учётом перекосов осей l_1 и l_2 имеем

$$\begin{aligned} f'_{l_1} &= f_{z_1} + \delta_{11} f_{z_1} + \varepsilon_1 + \varepsilon_1^s, \\ f'_{l_2} &= f_{z_2} + \delta_{21} f_{z_1} + \delta_{22} f_{z_2} + \varepsilon_2 + \varepsilon_2^s, \end{aligned} \quad (1)$$

где f_{z_i} — проекция силы f на ось Mz_i ,

Гиropлатформа. Обозначим ω''_z вектор-столбец, составленный из проекций абсолютной угловой скорости приборного трёхгранника Mz на собственные оси. Его величина задаётся датчиками моментов гиropлатформы и следующим образом зависит от управляющего сигнала $W = (W_1, W_2, W_3)^T$:

$$\omega''_z = (E + \Theta')W + \nu + \dot{\rho}^T f, \quad (2)$$

где E — единичная матрица, матрица $\Theta' = (\theta'_{ij})$ включает, помимо перекосов, погрешности коэффициентов усиления в каналах управления датчиками моментов гиropлатформы, $\nu = (\nu_1, \nu_2, \nu_3)^T$ — уходы гиropлатформы, связанные, в основном, с трением в осях, а последнее слагаемое представляет приведённый момент дебаланса гиropлатформы.

При дальнейшем анализе предполагается, что все введённые параметры моделей погрешностей являются случайными константами с нулевым средним,

некоррелированными между собой и с заданными априорными дисперсиями, ε_i^s , $i = 1, 2$, — белый шум с известной интенсивностью.

Методика определения параметров инструментальных погрешностей

В дальнейшем считается, что до начала калибровки проведена выставка ИНС, причём так, что идеальным положением приборного трёхгранника служит географический трёхгранник. Иная азимутальная ориентация не меняет сути дела и легко может быть учтена в алгоритме калибровки.

Метод определения параметров инструментальных погрешностей состоит в линеаризации задачи относительно программного движения и последующем оценивании параметров методом калмановской фильтрации. Управление гироскопической платформой осуществляется таким образом, чтобы она совершала большие угловые эволюции. Считается, что соответствующие сигналы управления известны точно.

Далее рассматривается более простой с точки зрения математического описания разомкнутый режим калибровки (размыкается канал подачи на датчики моментов управляющего сигнала от бортового вычислителя ИНС).

Введём модельный трёхгранник M_y , определив его матрицей ориентации $L = L(t)$ по отношению к идеальному трёхграннику M_x . Обозначим угловую скорость трёхгранника M_y относительно M_x в осях M_y через W_0 , тогда имеет место кинематическое соотношение

$$\dot{L} = \hat{W}_0 L. \quad (3)$$

Обозначим абсолютную угловую скорость трёхгранника M_y в собственных осях через W_y , тогда

$$W_y = W_0 + L\omega_x, \quad (4)$$

где ω_x — вектор абсолютной угловой скорости трёхгранника M_x . При известном W_0 и заданном начальном значении L , например $L(0) = E$, матрица L вычисляется посредством интегрирования уравнения (3); тогда вектор W_y определяется из соотношения (4). Выберем W_y в качестве управления, подаваемого на датчики моментов и обеспечивающего заданное угловое движение гироплатформы.

Положение приборного трёхгранника M_z относительно модельного M_y определим вектором малого поворота β , так что

$$p_z = (E + \hat{\beta})p_y$$

для любого вектора p . Обозначим ω_z вектор абсолютной угловой скорости трёхгранника M_z в проекциях на собственные оси, тогда в соответствии с (2)

$$\omega_z = W_y + \delta\omega_z, \quad \delta\omega_z = \Theta W_y + \nu + \hat{f}\rho. \quad (5)$$

Поскольку угловая скорость трёхгранника Mz относительно My равна $\delta\omega_z$, имеет место кинематическое уравнение ошибок

$$\dot{\beta} = \hat{W}_y \beta + \delta\omega_z. \quad (6)$$

Для введённой ранее силы f имеем соотношение

$$f_z = (E + \hat{\beta})f_y.$$

Показания ньютометров f'_l в соответствии с (1) определяются соотношениями

$$f'_{l_1} = f_{z_1} + \delta f_1, \quad f'_{l_2} = f_{z_2} + \delta f_2,$$

где

$$\delta f_1 = \delta_{11}f_{z_1} + \varepsilon_1 + \varepsilon_1^s, \quad \delta f_2 = \delta_{21}f_{z_1} + \delta_{22}f_{z_2} + \varepsilon_2 + \varepsilon_2^s.$$

Отсюда имеем линеаризованные измерения (первые две компоненты вектора σ , $\sigma = f'_l - f_y$, $f_y = Lf_x$):

$$\begin{aligned} \sigma_1 &= \beta_3 f_{y_2} - \beta_2 f_{y_3} + \delta_{11} f_{y_1} + \varepsilon_1 + \varepsilon_1^s, \\ \sigma_2 &= -\beta_3 f_{y_1} + \beta_1 f_{y_3} + \delta_{21} f_{y_1} + \delta_{22} f_{y_2} + \varepsilon_2 + \varepsilon_2^s. \end{aligned} \quad (7)$$

Добавим к уравнениям ошибок (6) формирующие уравнения для параметров модели инструментальных погрешностей (любая константа s описывается уравнением $\dot{s} = 0$). Тогда задача калибровки сводится к задаче оценивания вектора x по измерениям σ , удовлетворяющим соотношениям

$$\dot{x} = Ax, \quad \sigma = Hx + \varepsilon^s,$$

где $x = (\beta, \nu, \Theta', \rho, \delta, \varepsilon)^T \in \mathbb{R}^{23}$, $\sigma = (\sigma_1, \sigma_2)^T \in \mathbb{R}^2$, а вид матриц A и H очевиден из (6) и (7).

Решение этой задачи производится методом калмановской фильтрации. Обычно применение фильтра Калмана сопровождается анализом наблюдаемости системы с целью отсека ненаблюдаемых переменных. В данном случае интерес представляет не то, какие переменные являются наблюдаемыми, а то, как наличие оценок этих переменных в той или иной их комбинации влияет на точность решения навигационной задачи в полёте. Вместо анализа наблюдаемости проведён анализ поведения элементов ковариационной матрицы ошибки оценки.

Выбор закона изменения управляющего сигнала $W_0 = W_0(t)$, подаваемого в режиме калибровки, неоднозначен и определяется тремя обстоятельствами:

- максимальные углы наклона платформы и угловые скорости должны удовлетворять заданным техническим ограничениям,
- угловые эволюции платформы должны быть максимально информативны,
- по окончании калибровки платформа должна занимать исходное положение, за исключением, быть может, азимутального угла.

Выбор управления в численных экспериментах был произведён так, чтобы вектор силы тяжести в осях My заметал достаточно большую поверхность на

сфере, а угловое движение платформы состояло из поворотов относительно всех трёх осей.

В ходе численного моделирования процесса калибровки были приняты следующие априорные среднеквадратичные погрешности для оцениваемых параметров: $\sigma_\beta = 0,1^\circ$, $\sigma_\nu = 0,1^\circ/\text{час}$, $\sigma_{\theta_{ij}} = 10^{-4}$, $\sigma_\rho = 10^{-3}$, $\sigma_\delta = 10^{-4}$, $\sigma_\varepsilon = 10$ мГал при шаге счёта, равном 1 секунде.

Программное управление соответствовало последовательности трёх движений: 0,75 часа с относительной угловой скоростью $W_0 = (\Omega, 0, 0)^T$, затем 1,5 часа $(0, 0, -\Omega)^T$ и, наконец, 0,75 часа $(0, -\Omega, 0)^T$, $\Omega = 60^\circ/\text{час}$. При этом величины углов наклона гиropлатформы достигают 45° .

Численные эксперименты показывают, что при данной комбинации движений оцениваются все параметры, кроме постоянных смещений нуля ньютонометров. В то же время при отклонении гиropлатформы на меньшие углы или использовании меньшего числа угловых движений существенно ухудшается наблюдаемость параметров.

Для того чтобы проверить влияние калибровки на точность решения навигационной задачи, проведено моделирование полёта летательного аппарата. Точность работы ИНС оценивалась посредством интегрирования дисперсионного уравнения, соответствующего уравнениям ошибок ИНС, с учётом и без учёта калибровки. Параметры уравнений ошибок ИНС вычислялись вдоль специально выбранной условной траектории, характеризуемой значительными горизонтальными перегрузками. Именно, траектория движения была выбрана так, чтобы

$$V_e = V \cos \psi, \quad V_n = V \sin \psi, \quad \psi(t) = \psi_0 - A_0 \sin \frac{2\pi t}{T_0},$$

где V_e , V_n — восточная и северная компоненты относительной скорости движения, $V = 200$ м/с, $\psi_0 = \pi/4$, $A_0 = \pi/5$, $T_0 = 900$ с. При этих параметрах траектория полёта имеет вид «змейки», а максимальные горизонтальные перегрузки составляют $0,1g$. При этом среднеквадратичная ошибка автономной ИНС достигает 30 км за час полёта, в то время как среднеквадратичная погрешность откалиброванной системы не превышает 1,2 км за то же время.

Заключение

Результаты моделирования свидетельствуют об эффективности исследованного способа калибровки. При проверке на реальных данных может оказаться, что при больших углах наклона гиropлатформы следует учитывать сопутствующие нелинейности.

Заметим также, что возможна иная (замкнутая) схема калибровки, состоящая в том, что калибровочный сигнал добавляется к управляющему сигналу, подаваемому на датчики моментов гиropлатформы, работающей в составе ИНС. Информационно такая схема эквивалентна рассмотренной выше.

Литература

- [1] Андреев В. Д. Теория инерциальной навигации (автономные системы). — М.: Наука, 1966.
- [2] Бромберг П. В. Теория инерциальных систем навигации. — М.: Наука, 1979.
- [3] Голован А. А., Горицкий А. Ю. и др. Алгоритмы корректируемых инерциальных навигационных систем, решающих задачу топопривязки. — Препринт механико-математического ф-та МГУ. — 1994. — № 2.
- [4] Парусников Н. А., Морозов В. М., Борзов В. И. Задача коррекции в инерциальной навигации. — М.: Изд-во Моск. ун-та, 1982.