Виртуальный четырёхногий робот: конструкция, управление, моделирование, эксперименты*

Я. АУСТЕН
Институт коммуникаций и кибернетики г. Нанта, Франция
e-mail: Yannick.Aoustin@irccyn.ec-nantes.fr

А. М. ФОРМАЛЬСКИЙ
Московский государственный университет им. М. В. Ломоносова
e-mail: formal@imec.msu.ru

К. ШЕВАЛЛЬРО
Институт коммуникаций и кибернетики г. Нанта, Франция
e-mail: Christine.Chevallereau@irccyn.ec-nantes.fr

УДК 531.36

Ключевые слова: виртуальный четырёхногий шагающий робот, динамическая модель, динамически устойчивая ходьба, пассивный удар, интуитивный закон управления, моделирование, эксперимент.

Аннотация

Рассматривается макет шагающего робота, который содержит платформу и две двухзвенные ноги и представляет собой тем самым пятизвенный механизм. Передняя нога этого робота моделирует идентичные движения двух передних ног четырёхногого объекта, задняя нога моделирует идентичные движения двух задних ног такого объекта. Ноги имеют пассивные (неуправляемые) стопы, вытянутые во фронтальной плоскости. Благодаря этому робот устойчив во фронтальной плоскости. Этот робот может рассматриваться как «виртуальный» четырёхногий объект.

Механизм управляется четырьмя электромоторами. Его система управления включает в себя компьютер, сервосистемы и усилители мощности. Перемещение аппарата представляет собой плоскую ходьбу с галопирующей походкой, которая подобна *курбету* лошади. В фазе двойной опоры аппарат статически устойчив и число управляющих приводов превосходит число степеней свободы. В одноопорной фазе он представляет собой неустойчивую систему, у которой число приводов меньше числа степеней свободы.

В статье описана схема механизма, характеристики приводов и стратегия управления. Представлена динамическая модель плоской ходьбы в двухопорной и одноопорной фазах, а также в момент удара ноги о поверхность.

Результаты экспериментов близки к результатам математического моделирования.

*Национальный центр научных исследований Франции и область Пеи-де-ла-Луар обеспечили первоначальное финансирование проекта.

Фундаментальная и прикладная математика, 2005, том 11, № 8, с. 5—28.
© 2005 *Центр новых информационных технологий МГУ, Издательский дом «Открытые системы»*

Abstract

Y. Aoustin, A. Formal'sky, C. Chevallereau, Virtual quadruped: mechanical design, control, simulation, and experimentation, Fundamentalnaya i prikladnaya matematika, vol. 11 (2005), no. 8, pp. 5—28.

We consider a prototyped walking robot containing a platform and two double-link legs. Thus, it is a five-link mechanism. The front leg models identical motions of two quadruped's front legs, the back leg models identical motions of two quadruped's back legs. The legs have passive (uncontrolled) feet that extend in the frontal plane. Due to this the robot is stable in the frontal plane. This robot can be viewed as a "virtual" quadruped.

Four DC motors drive the mechanism. Its control system comprises a computer, hardware servo-systems, and power amplifiers. The locomotion of the prototype is planar *curvet* gait. In the double support our prototype is statically stable and over actuated. In the single support it is unstable and under actuated system. There is no flight phase.

We describe here the scheme of the mechanism, the characteristics of the drives and the control strategy. The dynamic model of the planar walking is recalled for the double and single support phases and for the impact instant.

The experiments give results that are close to those of the simulation.

1. Введение

Шагающие роботы можно разделить на различные классы. Во-первых, это статически устойчивые роботы, движение которых организуется так, что проекция центра масс на опорную поверхность всегда лежит внутри опорного многоугольника (см., например, [7, 9, 14, 16, 19, 21, 28]). В режиме статической устойчивости можно обычно совершать только медленные движения (см. [31]). Для того чтобы достичь высоких скоростей, были построены машины с эластичными ногами; они не принадлежат к семейству статически устойчивых роботов, хотя при их создании также изучался опорный треугольник (см. [2, 5]). Во-вторых, «полуустойчивые» роботы. Их движение организуется так, чтобы точка нулевого момента располагалась внутри опорного контура [15, 32]. Это семейство содержит двуногие или четырёхногие роботы, которые имеют иногда меньше трёх стоп на земле. В некоторых фазах движения у этих шагающих механизмов имеет место дефицит числа управляющих воздействий. У них возможно свободное вращение вокруг точки контакта ноги с опорой или вокруг оси, образованной двумя точками контакта. Проблема синтеза закона управления такими роботами наиболее сложна. Много статей посвящено этому типу шагающих роботов, например двуногим роботам, которые приспособлены к окружающей человека среде (см., например, [1, 4, 6, 10, 23]). Однако четырёхногие роботы также представляют собой интересные для изучения объекты (см. [17]). В [8, 12, 13, 18, 20, 26, 30] построена динамически устойчивая ходьба четырёхногого аппарата. Существует несколько видов походки четырёхногих объектов. Это, например, *иноходь, рысь, курбет* [11,24,25,29]. Два последовательных «полушага» четырёхногого объекта обычно несимметричны. В [8, 26, 30] описаны

аппараты с четырьмя телескопическими ногами. Эти роботы, как и описываемый здесь, используют походку типа галоп, но без фазы полёта. В отличие от нашего, каждая нога у этих роботов имеет один управляемый поворотный тазобедренный сустав и пассивный эластичный призматический сустав. С предложенной стратегией управления такой робот осуществляет устойчивую ходьбу. Наш робот «SemiQuad» имеет колени, и каждая нога имеет два привода. Стратегия управления основана на быстром разгибании и сгибании ноги в колене; при этом возможно оторвать ногу от поверхности. Скорость перемещения нашего четырёхногого аппарата меньше скорости робота «Scout II» [8]. Однако сравнивать качество двух законов управления трудно, потому что они используются для аппаратов совершенно разной конструкции, разных размеров и с разными приводами. В [22] рассматривается макет, который перемещается в сагиттальной плоскости. Он имеет платформу, два тазобедренных сустава и два коленных. Управление в каждом суставе осуществляется эластичным приводом с силовой обратной связью (см. [27]). Конструкция этого робота наиболее приспособлена для бега.

Динамическая ходьба четырёхногих аппаратов представляет собой очень интересный объект исследования. Поэтому было решено построить макет, который представляет собой «получетырёхногий» аппарат, или виртуальный четырёхногий аппарат. Он имеет две ноги, которые соединены между собой платформой. Походка робота (типа курбет) в сагиттальной плоскости такова, что он использует принцип виртуальной ноги [29], когда движения передних ног (соответственно движения задних ног) синхронизированы. Наш макет ходит в динамически устойчивом режиме.

Статья организована следующим образом. Во втором разделе описан наш виртуальный четырёхногий механизм. В третьем разделе приведена динамическая модель механизма. Стратегия управления объясняется в четвёртом разделе. Пятый раздел посвящён математическому моделированию. В шестом представлены первые экспериментальные результаты.

2. Описание механизма

Рассматривается походка четырёхногого аппарата типа *курбет*, когда обе передние ноги движутся идентично по отношению к корпусу и обе задние движутся также идентично. Другими словами, углы между корпусом и бёдрами двух передних ног (двух задних) всё время одинаковы. Углы в коленных суставах также всё время одинаковы. Это означает, что передние ноги аппарата связаны одна с другой и задние также связаны одна с другой (рис. 1, *а*). Модель четырёхногого робота с попарно связанными передними и задними ногами эквивалентна [29] модели робота с двумя виртуальными ногами (рис. 1, *б*). Подобные походки представлены в [8, 22, 26, 30]. Таким образом, изучается виртуальный четырёхногий аппарат с двумя ногами «SemiQuad» (рис. 2).

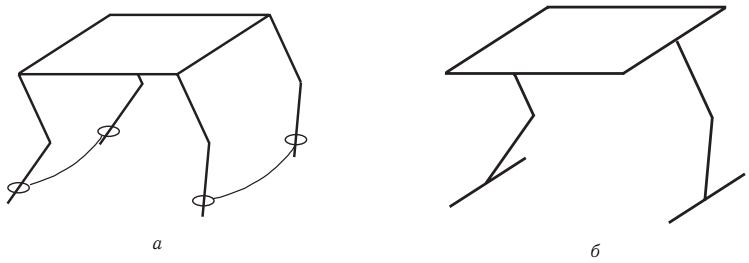


Рис. 1.
а — робот со спаренными передними и спаренными задними ногами;
б — робот с двумя виртуальными ногами

Макет состоит из платформы и двух одинаковых двухзвенных ног с коленями. Ноги имеют пассивные (неуправляемые) стопы, которые вытянуты во фронтальной плоскости (см. рис. 1, *б*). Таким образом, механизм может совершать только плоскую ходьбу. Поэтому здесь рассматривается только двухмер-

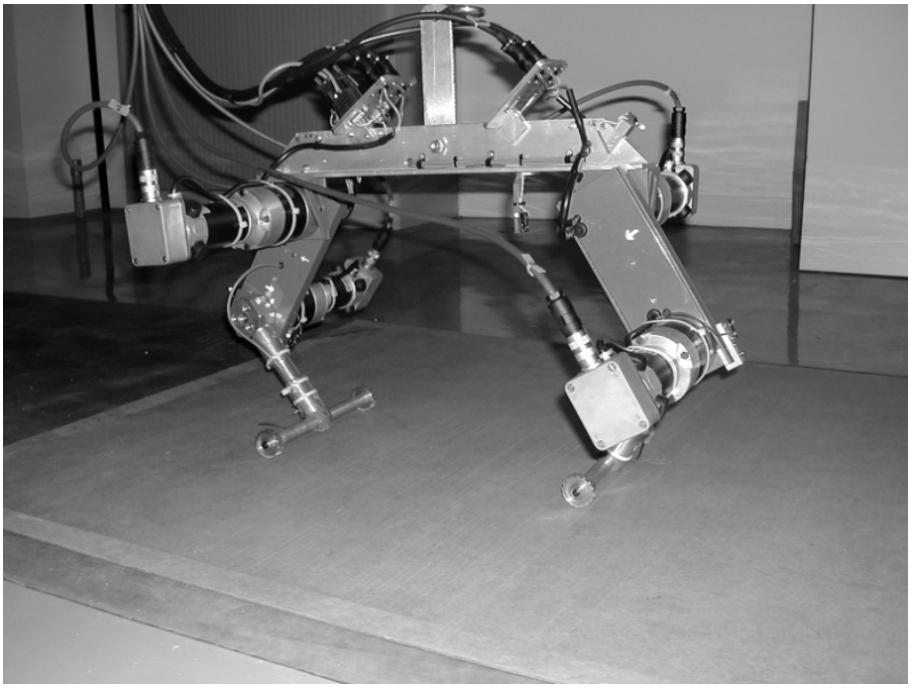


Рис. 2. Виртуальный четырёхногий аппарат

Таблица 1. Параметры приводов

Мотор + редуктор	Длина, *м*	Масса, *кг*	Коэффициент редукции	Момент инерции ротора, $кг \cdot м^2$	Электромагнитная постоянная, $Н \cdot м/А$
В тазобедренном суставе	0,23	2,82	50	$3{,}25 \cdot 10^{-5}$	0,114
В колене	0,23	2,82	50	$2{,}26 \cdot 10^{-5}$	0,086

ное движение в *сагиттальной* плоскости. Четыре электромотора с редукторами установлены в тазобедренных суставах между платформой и бёдрами и в коленных суставах. Путём математического моделирования выбраны параметры макета (размеры, массы, моменты инерции звеньев) и подходящие приводы. Параметры четырёх приводов с их редукторами приведены в табл. 1. Длины, массы и моменты инерции каждого звена робота приведены в табл. 2 (см. также рис. 3).

Максимальное значение момента на выходе редуктора каждого мотора составляет 40 $Н \cdot м$. Это ограничение на развиваемый момент принято во внима-

Таблица 2. Параметры робота

Физические параметры каждого звена	Звенья 1 и 5: голень	Звено 3: платформа + приводы в тазобедренных суставах	Звенья 2 и 4: бедро + привод в колене
Масса, *кг*	$m_1 = m_5 = 0{,}40$	$m_3 = 6{,}618$	$m_2 = m_4 = 3{,}21$
Длина, *м*	$l_1 = l_5 = 0{,}15$	$l_3 = 0{,}375$	$l_2 = l_4 = 0{,}15$
Положения центров масс, *м*	$s_1 = s_5 = 0{,}083$	$s_3 = 0{,}1875$	$s_2 = s_4 = 0{,}139$
Момент инерции относительно центра масс C_i $(i = 1, \ldots, 5)$, $кг \cdot м^2$	$I_1 = I_5 = 0{,}0034$	$I_3 = 0{,}3157$	$I_2 = I_4 = 0{,}0043$

ние при синтезе закона управления с помощью математической модели и при экспериментах. Масса всего аппарата составляет примерно 14 *кг*. Каждый из четырёх управляемых суставов робота оснащён импульсным датчиком, измеряющим угол. Угловые скорости вычисляются на основе информации об угловых положениях. Угол α ориентации платформы в пространстве (см. рис. 3, *а*) в настоящее время не измеряется. В предложенном интуитивном законе управления информация об этом угле не требуется. Каждый импульсный датчик крепится прямо к оси мотора. Он «выдаёт» 2000 импульсов на оборот. Скорость отклика или ширина полосы пропускания в каждом суставе робота определяется передаточной функцией механической цепи и усилителями мощности. Для нашего робота ширина полосы пропускания механической цепи в суставе составляет примерно 16 *Гц*, а ширина полосы пропускания усилителя примерно 1,7 *кГц*.

Вычисление управляющего сигнала происходит через каждые 5 *мс* (200 *Гц*). В программном обеспечении используется язык C.

3. Динамическая модель

В настоящем разделе представлены математические модели одноопорного и двухопорного движений. Трудность изучения процесса ходьбы связана с тем, что структура динамической модели шагающего аппарата изменяется в течение этого процесса, поскольку ходьба состоит из одноопорной фазы, двухопорной и удара.

3.1. Одноопорная фаза

Схема четырёхногого аппарата показана на рис. 3. Две декартовы координаты x, y центра масс платформы и пять углов $(\alpha, \theta_1, \theta_2, \theta_3, \theta_4)^{\mathrm{T}} = q$ ориентации платформы и ног определяют вектор X обобщённых координат. Вектор $\Gamma = (\Gamma_1, \Gamma_2, \Gamma_3, \Gamma_4)^{\mathrm{T}}$ с четырьмя компонентами определяет моменты, приложенные в тазобедренных и коленных суставах. Пусть $R_j = (R_{jx}, R_{jy})^{\mathrm{T}}$ — сила, приложенная к стопе с номером j. Когда нога j касается земли, R_j есть реакция опоры. Если нога j находится в фазе переноса, то $R_j = 0$. Используя метод Лагранжа, можно получить уравнения движения робота в фазе переноса, и они имеют следующую хорошо известную форму при $j = 1$ или $j = 2$:

$$A(q)\ddot{X} + H(q, \dot{q}) = D\Gamma + D_j(q)R_j. \tag{1}$$

Здесь $A(q)$ — симметрическая положительно определённая (7×7)-матрица инерции; $H(q, \dot{q})$ — (7×1)-вектор центробежных сил, кориолисовых сил и сил гравитации; D — постоянная (7×4)-матрица, состоящая из нулей и единиц; $D_j(q)$ — (7×2)-матрица.

Условие того, что ускорение конца опорной ноги равно нулю, имеет вид

$$D_j^{\mathrm{T}}(q)\ddot{X} + H_j(q, \dot{q}) = 0, \tag{2}$$

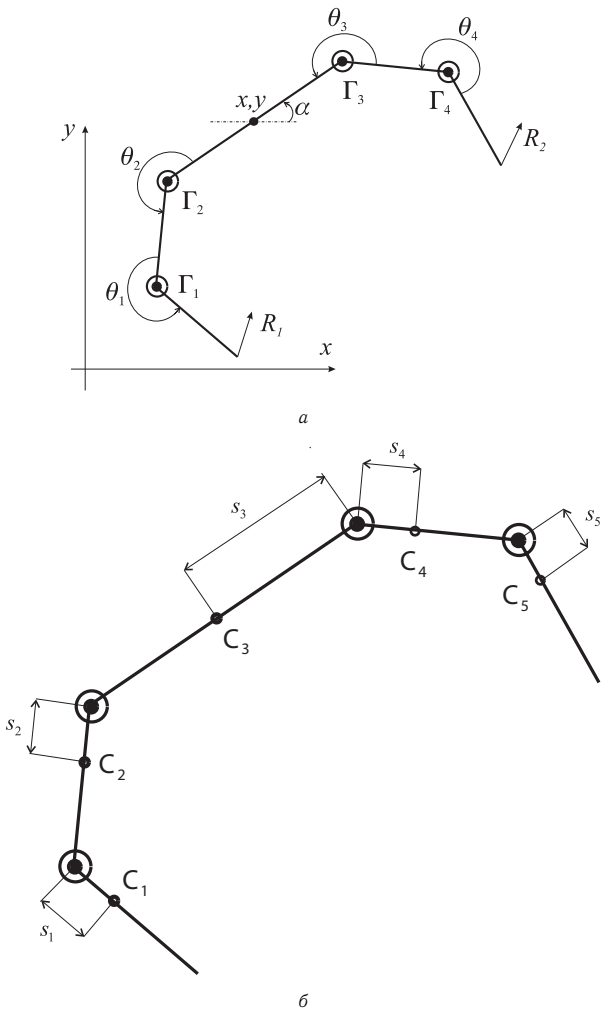


Рис. 3. Схема робота:
а — обобщённые координаты, моменты, силы, приложенные к концам ног;
б — положения центров масс

Это условие подразумевает, что ни абсцисса, ни ордината конца опорной ноги не изменяются, если его начальная скорость равна нулю. $H_j(q, \dot{q})$ — (2×7)-матрица. Следовательно, в одноопорной фазе число степеней свободы механизма равно пяти, в то время как число управляющих моментов равно только четырём. Это означает, что в одноопорной фазе имеет место дефицит числа управляющих воздействий. Это обстоятельство обуславливает трудность проблемы управления рассматриваемым роботом.

3.2. Двухопорная фаза

В двухопорной фазе обе ноги робота находятся на земле. Вместо матричных уравнений (1) и (2) движение в этой фазе описывается уравнениями

$$A(q)\ddot{X} + H(q,\dot{q}) = D\Gamma + D_1(q)R_1 + D_2(q)R_2, \tag{3}$$

$$\begin{pmatrix} D_1^T(q) \\ D_2^T(q) \end{pmatrix} \ddot{X} + \begin{pmatrix} H_1(q) \\ H_2(q) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}. \tag{4}$$

Матричное уравнение (3) представляет собой динамическую модель. Матричное уравнение (4) следует из условия, что концы обеих ног в фазе двойной опоры неподвижны.

В двухопорной фазе «SemiQuad» имеет три степени свободы и четыре управляющих момента, приложенных в четырёх суставах, т. е. число управляющих воздействий превосходит число степеней свободы. При движении в этой фазе аппарат может быть статически устойчивым.

3.3. Модель пассивного удара

Во время ходьбы робота, в конце одноопорной фазы при касании переносимой ногой опоры с ненулевой скоростью, возникает удар. Будем предполагать, что удар является пассивным, абсолютно неупругим и что ноги во время удара не скользят. При этих условиях реакции опоры в момент удара можно рассматривать как импульсные силы и описывать их дельта-функциями Дирака $R_j = I_{R_j}\delta(t-T)$ $(j = 1, 2)$. Здесь $I_{R_j}(I_{R_{jx}}, I_{R_{jy}})$ — вектор интенсивностей импульсных реакций в ноге j (см. [1]), T — момент удара.

Уравнения удара могут быть получены путём интегрирования матричного уравнения (3) на бесконечно малом промежутке времени от $T-0$ до $T+0$. Моменты, развиваемые приводами в суставах, кориолисовы силы и силы гравитации имеют конечные значения и поэтому не влияют на поведение механизма при ударе. Таким образом, уравнения удара могут быть записаны в следующей матричной форме:

$$A(q(T))(\dot{X}^+ - \dot{X}^-) = D_1(q(T))I_{R_1} + D_2(q(T))I_{R_2}. \tag{5}$$

Здесь $q(T)$ — вектор, описывающий конфигурацию механизма в момент времени $t = T$ (эта конфигурация не меняется во время удара), $\dot{X}^-$ и $\dot{X}^+$ — векторы скоростей соответственно перед неупругим ударом и сразу после него. Скорость конца опорной ноги $(j = 1)$ перед ударом равна нулю:

$$D_1^T(q(T))\dot{X}^- = 0. \tag{6}$$

Переносимая нога $(j = 2)$ после удара становится опорной. Поэтому скорость конца этой ноги становится равной нулю после удара:

$$D_2^T(q(T))\dot{X}^+ = 0. \tag{7}$$

Вообще говоря, если предположить, что концы ног не проскальзывают, то после удара может возникнуть одна из двух ситуаций. Опорная нога может покинуть опору, либо обе ноги останутся на опоре. В первом случае вертикальная компонента скорости конца ноги, покидающей опору, после удара должна быть направлена вверх. Не должно быть также взаимодействия между концом ноги и опорой. Реакция опоры в этой ноге должна быть равна нулю. Во втором случае скорость конца опорной ноги после удара должна оставаться равной нулю. Реакции опоры должны быть импульсными (вообще говоря, $I_{R_j} \neq 0$, $j = 1, 2$), и вертикальные компоненты импульсных реакций опоры в обеих ногах должны быть направлены вверх. Во втором случае уравнение пассивного удара (5) должно быть дополнено матричным уравнением

$$D_1(q)^T \dot{X}^+ = 0. \tag{8}$$

Система (5), (7) и (8) состоит из 11 скалярных уравнений и содержит 11 неизвестных переменных, которые образуют векторы $\dot{X}^+$, I_{R_1} и I_{R_2}. Вообще говоря, результат пассивного удара зависит от двух факторов: от конфигурации робота в момент удара и направления скорости конца переносимой ноги перед ударом [1].

4. Стратегия управления

По аналогии с ходьбой животных изучаемая здесь походка состоит из чередующихся одноопорной и двухопорной фаз. Фаза полёта отсутствует. Чтобы реализовать такую походку, «SemiQuad» должен совершать прыжки то передней, то задней ногой. Организовать ходьбу иначе, без скольжения ног, невозможно.

Замечание. Перемещение робота с использованием только двухопорной фазы возможно, если допустить скольжение концов ног вдоль опорной поверхности.

В настоящей статье представлена интуитивная стратегия управления роботом, которую «испробовали» сначала путём математического моделирования [3], а затем экспериментально. Опишем эту стратегию управления.

На рисунках 4 и 5 показаны конфигурации робота, для того чтобы иллюстрировать построенную стратегию управления.

Рассмотрим текущий k-й полушаг, который состоит из фазы опоры на две ноги и одноопорной фазы с опорой на заднюю ногу. Следующий $(k+1)$-й полушаг состоит из другой двухопорной фазы и фазы с опорой на переднюю ногу.

Полушаг k начинается с конфигурации, показанной на рис. 4, *а*. Эта конфигурация симметрична относительно вертикальной прямой, проходящей через центр платформы. При этом проекция центра платформы располагается в середине между концами ног и угол α равен 0.

В начале текущего k-го полушага робот «готовится» к тому, чтобы передняя нога покинула опору. Для этого в начале двухопорной фазы он перемещает свой центр масс назад и опускает платформу (рис. 4, *б*). Для того чтобы выполнить

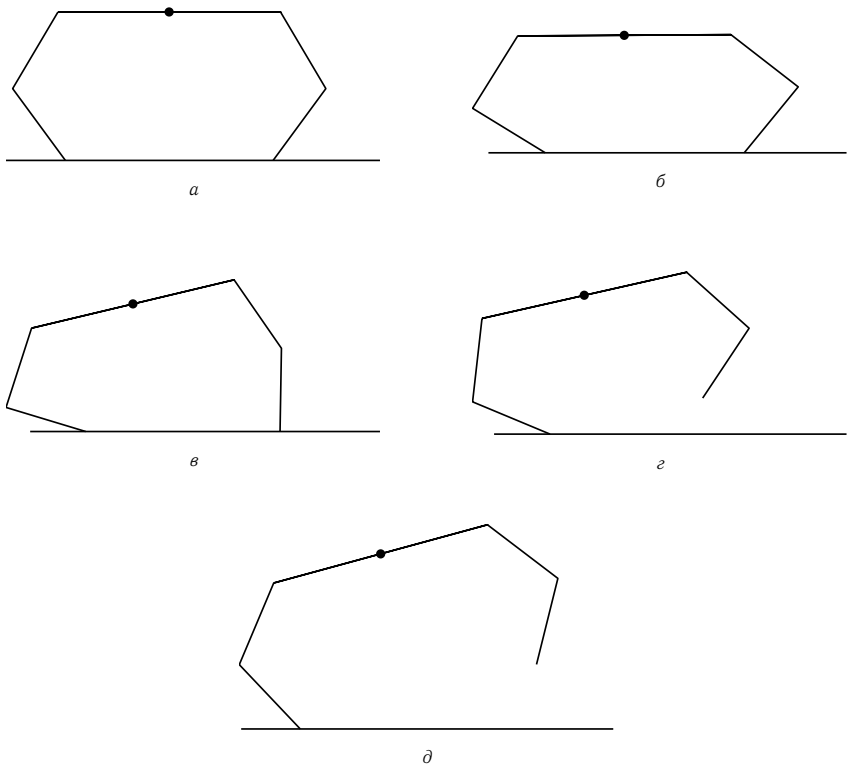


Рис. 4. Последовательность палочковых диаграмм k-го полушага:
а — двойная опора: проекция центра платформы в середине между концами ног;
б — двойная опора: проекция центра платформы ближе к концу задней ноги;
в — двойная опора: передняя нога разогнута перед отрывом от опоры (перед одноопорной фазой);
г — одноопорная фаза: после отрыва передней ноги от опоры (передняя нога согнута);
д — одноопорная фаза: расстояние между концами ног больше,
чем в предыдущей двухопорной фазе

это движение, вычисляются программные траектории для трёх выбранных межзвенных углов: в коленных суставах и в заднем тазобедренном. Они строятся в виде полиномиальных функций времени третьего порядка; начальные значения для этих полиномов «берутся» из измерений текущего состояния робота, конечные задаются. При этом двухопорном движении обе ноги сгибаются в коленных суставах.

Затем передняя нога резко разгибается (рис. 4, *в*). Для того чтобы быстро разогнуть ногу, в коленном суставе передней ноги прикладывается максимально

возможный постоянный момент нужного направления. В это время передняя нога давит на опору с «большой» силой. Когда угол в коленном суставе передней ноги достигает заданного значения, момент в этом суставе меняет знак и передняя нога снова сгибается. В этот момент её конец теряет контакт с поверхностью, и начинается фаза опоры на заднюю ногу (рис. 4, *г*). Когда прикладывается момент в колене передней ноги, момент в переднем тазобедренном суставе равен нулю: этот сустав пассивен. Закон управления в суставах задней ноги поддерживает конфигурацию этой ноги постоянной.

Во время опоры на одну ногу четыре момента прикладываются в суставах, чтобы отслеживать программные траектории. Программные траектории для межзвенных углов строятся так, чтобы расстояние между концами ног в одноопорной фазе увеличивалось. Таким образом, конец передней ноги движется вперёд (рис. 4, *д*). Программная траектория $\theta_{\mathrm{ref},i}(t)$ $(i = 1, \ldots, 4)$ для каждого межзвенного угла (см. рис. 3, *а*) строится в виде полиномиальной функции времени третьего порядка. Однако перед постановкой ноги на опору, которая происходит с ударом, программные значения межзвенных углов не меняются — остаются постоянными. При использовании такой стратегии механизм, находясь в фазе опоры на заднюю ногу, приобретает желаемую конфигурацию за некоторое время до удара, даже если продолжительность одноопорной фазы отличается от ожидаемой. Благодаря этому удаётся существенно уменьшить ошибку в его конфигурации в начале следующего $(k+1)$-го полушага. Фаза опоры на заднюю ногу заканчивается в момент, когда передняя нога касается (с ударом) опоры (рис. 5, *а*). Конфигурация на рис. 5, *а* является последней конфигурацией k-го полушага и одновременно начальной конфигурацией $(k+1)$-го полушага.

После удара передней ноги об опору начинается следующий $k+1$-й полушаг. В начале этого полушага робот «готовится» к тому, чтобы задняя нога покинула опору. Для этого в начале двухопорной фазы $k+1$-го полушага он перемещает свой центр масс вперёд и опускает платформу (рис. 5, *б*). Подобно предыдущему k-му полушагу, чтобы совершить это перемещение, в процессе движения вычисляются программные траектории для трёх выбранных межзвенных углов: в коленных суставах и в переднем тазобедренном. Они строятся в виде полиномиальных функций времени третьего порядка; начальные значения для этих полиномов «берутся» из измерений текущего состояния робота, конечные задаются. В процессе этого двухопорного движения обе ноги сгибаются в коленных суставах.

Затем задняя нога резко разгибается (рис. 5, *в*). Для того чтобы быстро разогнуть ногу, в коленном суставе задней ноги прикладывается максимально возможный постоянный момент нужного направления. В это время задняя нога давит на опору. Затем момент в этом суставе меняет знак, и задняя нога снова сгибается. В этот момент её конец теряет контакт с опорной поверхностью, и начинается фаза опоры на переднюю ногу (рис. 5, *г*). Когда прикладывается момент в колене задней ноги, момент в заднем тазобедренном суставе равен нулю: этот сустав пассивен. Закон управления в суставах передней ноги поддерживает конфигурацию этой ноги постоянной.

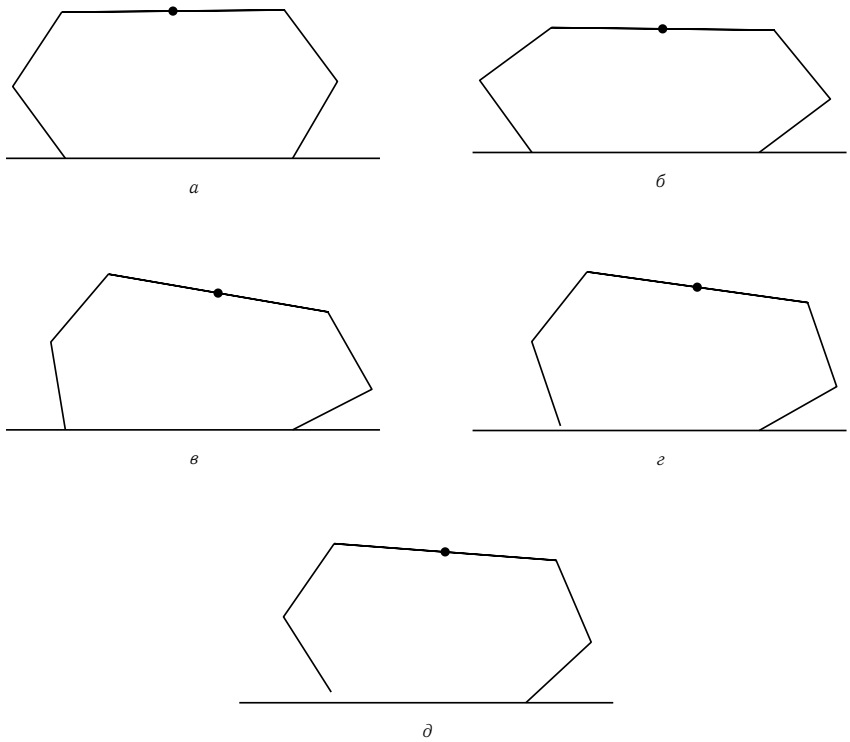


Рис. 5. Последовательность палочковых диаграмм $(k+1)$-го полушага:
а — двойная опора (конец k-го полушага и начало $(k+1)$-го полушага): после приземления передней ноги;
б — двойная опора: проекция центра платформы ближе к концу передней ноги;
в — двойная опора: задняя нога разогнута перед отрывом от опоры (перед следующей одноопорной фазой);
г — одноопорная фаза: после отрыва задней ноги от опоры, задняя нога согнута;
д — одноопорная фаза: расстояние между концами ног меньше, чем в предыдущей двухопорной фазе

Во время опоры на заднюю ногу расстояние между концами ног уменьшается (рис. 5, *д*) и становится равным расстоянию, которое видно на рис. 4, *а*. Перед ударом задней ноги об опору желаемые значения межзвенных углов остаются постоянными. Такое «замораживание» конфигурации робота перед концом фазы опоры на заднюю ногу позволяет существенно уменьшить ошибку в конфигурации робота в начале следующего $k+2$-го полушага. Одноопорная фаза кончается в момент, когда задняя нога касается (с ударом) опоры. После этого начинается фаза двойной опоры $k+2$-го полушага.

Замечания по поводу построения программных траекторий. Допустим, что начальная (текущая) конфигурация, желаемая конечная конфигурация, начальная (текущая) скорость и желаемая продолжительность τ перевода робота из начальной в конечную конфигурацию заданы для некоторой фазы. Таким образом, для каждого межзвенного угла значения $\theta_{\text{ref},i}(0)$, $\theta_{\text{ref},i}(\tau)$, $\dot{\theta}_{\text{ref},i}(0)$ при $i = 1, \ldots$ известны. Для того чтобы обеспечить переход из одной фазы в другую при наличии возмущений, за некоторое время до окончания одноопорной или двухопорной фазы желаемая (программная) конфигурация механизма фиксируется. Другими словами, желаемые конечные угловые скорости полагаются равными нулю: $\dot{\theta}_{\text{ref},i}(\tau) = 0$ $(i = 1, \ldots)$.

Четыре ограничения накладываются на изменение угла в каждом из суставов. Поэтому для программной траектории можно использовать полином третьего порядка с четырьмя неизвестными коэффициентами:

$$\begin{cases} t \leqslant \tau, & \theta_{\text{ref},i}(t) = a_{i0} + a_{i1}t + a_{i2}t^2 + a_{i3}t^3, \\ t \geqslant \tau, & \theta_{\text{ref},i}(t) \equiv \theta_{ref,i}(\tau) \end{cases} \qquad (i = 1, \ldots). \tag{9}$$

Последняя строка означает, что желаемые межзвенные углы становятся постоянными перед окончанием соответствующей фазы. Теперь можно решить граничную задачу и вычислить коэффициенты полиномов. Коэффициенты a_{i0}, a_{i1}, a_{i2} и a_{i3} вычисляются во время ходьбы робота с использованием начальных значений межзвенных углов, угловых скоростей, конечных значений углов $\theta_{\text{ref},i}(\tau)$ $(i = 1, \ldots)$ при заданном времени τ. Если порядок полинома равен трём, то его коэффициенты определяются однозначно.

Для того чтобы привести робот в желаемое положение в фазе двойной опоры, могут быть использованы два способа. Один способ связан с вычислением (во время движения аппарата) в виде функций времени программных траекторий для трёх выбранных суставных углов ($i = 1, 2, 4$ или $i = 1, 3, 4$). Четвёртый сустав при этом остаётся без управления, момент в этом суставе полагаем равным нулю. Другой способ связан с вычислением в виде полиномиальной функции времени программной траектории для центра масс платформы и для угла её ориентации α. Затем, используя геометрические соотношения, можно вычислить соответствующие программные траектории по положению и по скорости для суставных углов. Первый способ проще, и он был использован для управления аппаратом.

Для отслеживания программных траекторий как при математическом моделировании, так и в экспериментах использовались обычные ПД-регуляторы (без упреждающего члена).

Стратегия управления схематически представлена в табл. 3.

5. Моделирование

Палочковые диаграммы на рис. 4 и 5 получены при математическом моделировании и показывают движение робота в течение двух полушагов.

Таблица 3. Стратегия управления

Состояние	Фазы	Воздействие	Результат
Двойная опора	Фаза 1	$\theta_i = \sum\limits_{j=0}^{3} a_j t^j$, $i = 1, 2, 4$	Центр масс двигается назад
	Фаза 2	$\theta_i = \mathrm{const}$, $i = 1, 2, 4$	Конфигурация робота фиксируется
	Фаза 3	Γ_4 управляется, $\Gamma_3 = 0$, $\theta_i = \mathrm{const}$, $i = 1, 2$	Подготовка к отрыву передней ноги
Одноопорная фаза на задней ноге	Фаза 1	$\theta_i = \sum\limits_{j=0}^{3} a_j t^j$, $i = 1, 2, 3, 4$	Расстояние между ногами увеличивается
	Фаза 2	$\theta_i = \mathrm{const}$, $i = 1, 2, 3, 4$	Конфигурация робота фиксируется
Двойная опора	Фаза 1	$\theta_i = \sum\limits_{j=0}^{3} a_j t^j$, $i = 1, 3, 4$	Центр масс двигается вперёд
	Фаза 2	$\theta_i = \mathrm{const}$, $i = 1, 3, 4$	Конфигурация робота фиксируется
	Фаза 3	Γ_1 управляется, $\Gamma_2 = 0$, $\theta_i = \mathrm{const}$, $i = 3, 4$	Подготовка к отрыву задней ноги
Одноопорная фаза на передней ноге	Фаза 1	$\theta_i = \sum\limits_{j=0}^{3} a_j t^j$, $i = 1, 2, 3, 4$	Расстояние между ногами уменьшается
	Фаза 2	$\theta_i = \mathrm{const}$, $i = 1, 2, 3, 4$	Конфигурация робота фиксируется

Закон управления построен на основе интуитивных соображений. Существование периодического режима ходьбы при этом управлении не доказано. Однако компьютерное моделирование показывает, что периодический режим существует и устойчив. На рис. 6 показаны графики функций $\alpha(t)$ и $\dot{\alpha}(t)$ для пяти шагов. Этот портрет для угла ориентации платформы α получен при моделировании. Из рассмотрения рис. 6 видно, что угол α изменяется периодически. Функция $\dot{\alpha}(t)$ претерпевает разрывы в моменты удара: два разрыва в течение двух полушагов.

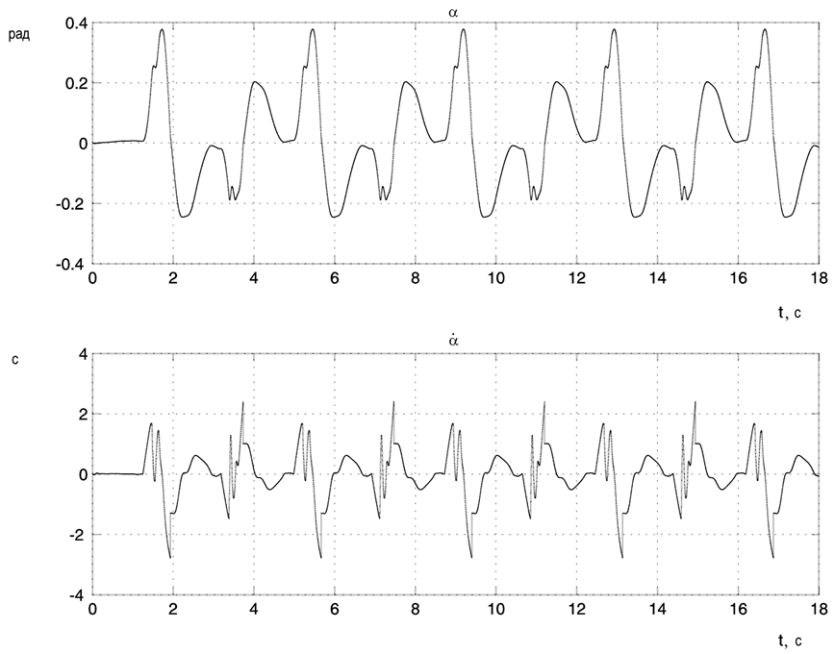


Рис. 6. Моделирование: графики функций $\alpha(t)$, $\dot{\alpha}(t)$ для пяти шагов

На рис. 7 показаны вертикальные компоненты реакции опоры в обеих ногах. Эти графики соответствуют двум полушагам: k-му и $(k+1)$-му. Когда большой момент прикладывается в колене передней (задней) ноги, вертикальная компонента реакции опоры в этой ноге мгновенно возрастает. Когда передняя (задняя) нога теряет контакт с опорой, реакция опоры в этой ноге обращается в нуль, а вертикальная составляющая в задней (передней) ноге мгновенно возрастает. Когда передняя (задняя) нога касается земли, вертикальная составляющая реакции опоры в этой ноге мгновенно возрастает, а вертикальная компонента реакции опоры в задней (передней) ноге мгновенно падает.

Одна из целей фазы двойной опоры состоит в том, чтобы передвинуть центр масс аппарата в нужном направлении и помочь одной из ног покинуть опору. На рис. 8 показана разность между абсциссами центра масс робота и конца задней ноги в течение k-го полушага, а также разность между абсциссами центра масс робота и конца передней ноги в течение $(k+1)$-го полушага.

Для того чтобы уменьшить момент силы тяжести вокруг конца ноги, остающейся на опоре в будущей одноопорной фазе, во время фазы двойной опоры расстояние между абсциссой центра масс робота и абсциссой конца этой ноги уменьшается. Из рассмотрения рис. 8 следует, что в начале фазы двойной опоры момент силы тяжести $Mg \cdot 0{,}13\,H \cdot м$ больше, чем этот момент $Mg \cdot 0{,}096\,H \cdot м$

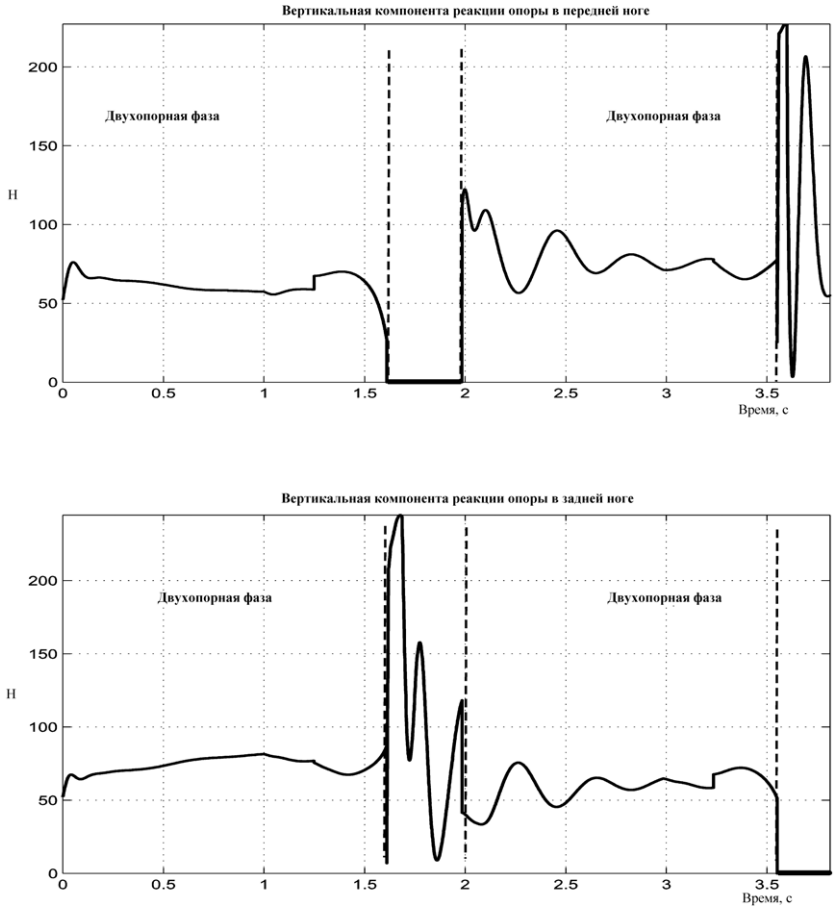
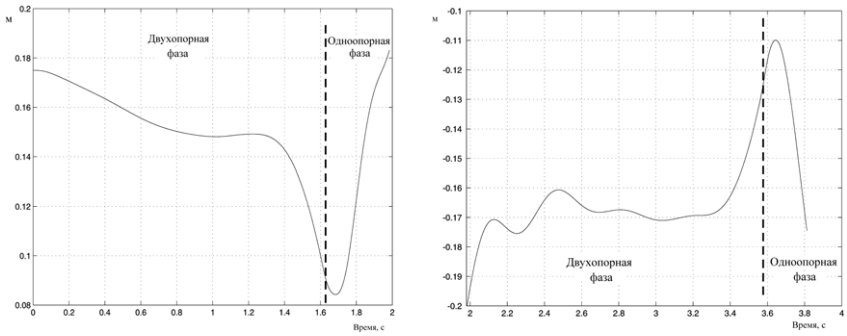


Рис. 7. Моделирование: вертикальные компоненты обеих реакций опоры

в конце этой фазы. Это означает, что начальная конфигурация для $(k+1)$-го полушага такова, что труднее вращать механизм вокруг конца передней ноги, чем вокруг конца задней.

Робот «SemiQuad» не имеет приводов в концах ног. Поэтому сила тяжести имеет решающее влияние на вращение робота вокруг конца опорной ноги в одноопорной фазе. Чтобы оценить это влияние, рассмотрим момент количества движения механизма σ относительно конца опорной ноги. Конец ноги моделируется шарниром, т. е. он не скользит по опоре и остаётся в контакте с ней. Теорема об изменении момента количества движения гласит, что производная по времени момента количества движения системы относительно неподвижной точки равна сумме моментов внешних сил относительно этой точки. Так как моменты, развиваемые моторами, приложены в межзвенных шарнирах, то они



а *б*

Рис. 8. Моделирование:
а — разность x_c между абсциссами центра масс и конца задней ноги во время k-го полушага;
б — разность между абсциссами центра масс и конца передней ноги во время $(k+1)$-го полушага

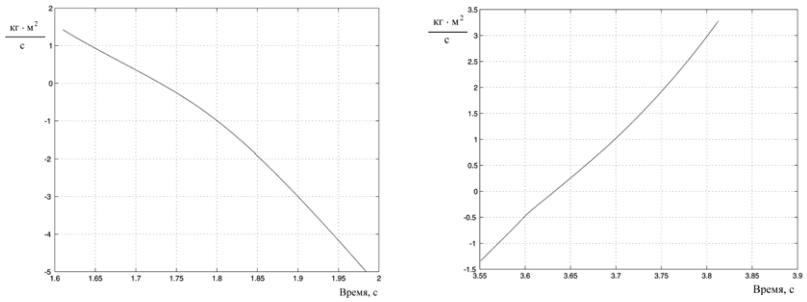
являются внутренними. Только момент сил тяжести является внешним, поэтому

$$\dot{\sigma} = Mgx_c \tag{10}$$

Здесь M — масса механизма, g — ускорение свободного падения и x_c — разность между абсциссами центра масс механизма и конца опорной ноги.

На рис. 9 представлен график изменения момента количества движения системы относительно конца опорной ноги во время одноопорной фазы.

Во время k-го полушага момент количества движения относительно конца



а *б*

Рис. 9. Моделирование:
а — момент количества движения относительно конца задней ноги
во время одноопорной фазы k-го полушага;
б — момент количества движения относительно конца передней ноги
во время одноопорной фазы $(k+1)$-го полушага

задней ноги строго монотонно уменьшается. В начале одноопорной фазы момент количества движения положителен, затем он становится отрицательным. Во время $(k+1)$-го полушага момент количества движения относительно конца передней ноги строго монотонно возрастает. В начале одноопорной фазы момент количества движения отрицателен, затем он становится положительным. Во время одноопорной фазы на k-м полушаге (на $(k+1)$-м полушаге) проекция центра масс (см. рис. 8) всегда впереди (позади) конца опорной задней (передней) ноги. Таким образом, в отличие от двуногого шагающего объекта, наш робот во время одноопорной фазы никогда не попадает в неустойчивое состояние равновесия, в котором его центр масс оказался бы над точкой контакта опорной ноги с землёй. Робот вращается назад (вперёд) вокруг конца его задней (передней) ноги в начале одноопорной фазы k-го полушага ($(k+1)$-го полушага). Затем сила тяжести меняет направление этого вращения. Во время одноопорной фазы расстояние между абсциссами центра масс и опорной ноги сначала уменьшается, а затем возрастает. Этот факт подтверждает, что сила тяжести меняет направление вращения механизма.

6. Эксперименты

Построенный алгоритм управления был успешно реализован в экспериментах. Робот «SemiQuad» выполняет более тридцати шагов. Для построенного закона управления не требуется информации об ориентации платформы робота, поэтому в настоящее время он не оснащён датчиком для измерения соответствующего угла.

На рис. 10 показаны графики изменения межзвенных углов, полученные при моделировании и в экспериментах.

На рис. 11 показаны также графики углов, желаемых и измеренных в процессе выполнения роботом шести шагов.

Во время экспериментов скорость перемещения робота составляет примерно 1,25 *см/с*. При математическом моделировании эта скорость составляет 1,33 *см/с*. Уменьшив продолжительность фазы двойной опоры, можно увеличить скорость перемещения механизма.

На рис. 12 показана последовательность из шести конфигураций робота, полученных при выполнении им двух полушагов. «SemiQuad» движется слева направо. На рис. 12, *а* обе ноги находятся на опорной поверхности, проекция центра платформы располагается в середине между концами ног и $\alpha = 0$. На рис. 12, *б* обе ноги находятся на опорной поверхности, но проекция центра платформы ближе к концу задней ноги. На рис. 12, *в* показана одноопорная фаза робота: задняя нога находится на земле, а передняя в воздухе. На рис. 12, *г* показана фаза двойной опоры после приземления передней ноги. На рис. 12, *д* показана следующая одноопорная фаза. Здесь передняя нога находится на земле, а задняя в воздухе. Наконец, на рис. 12, *е* показана следующая двухопорная

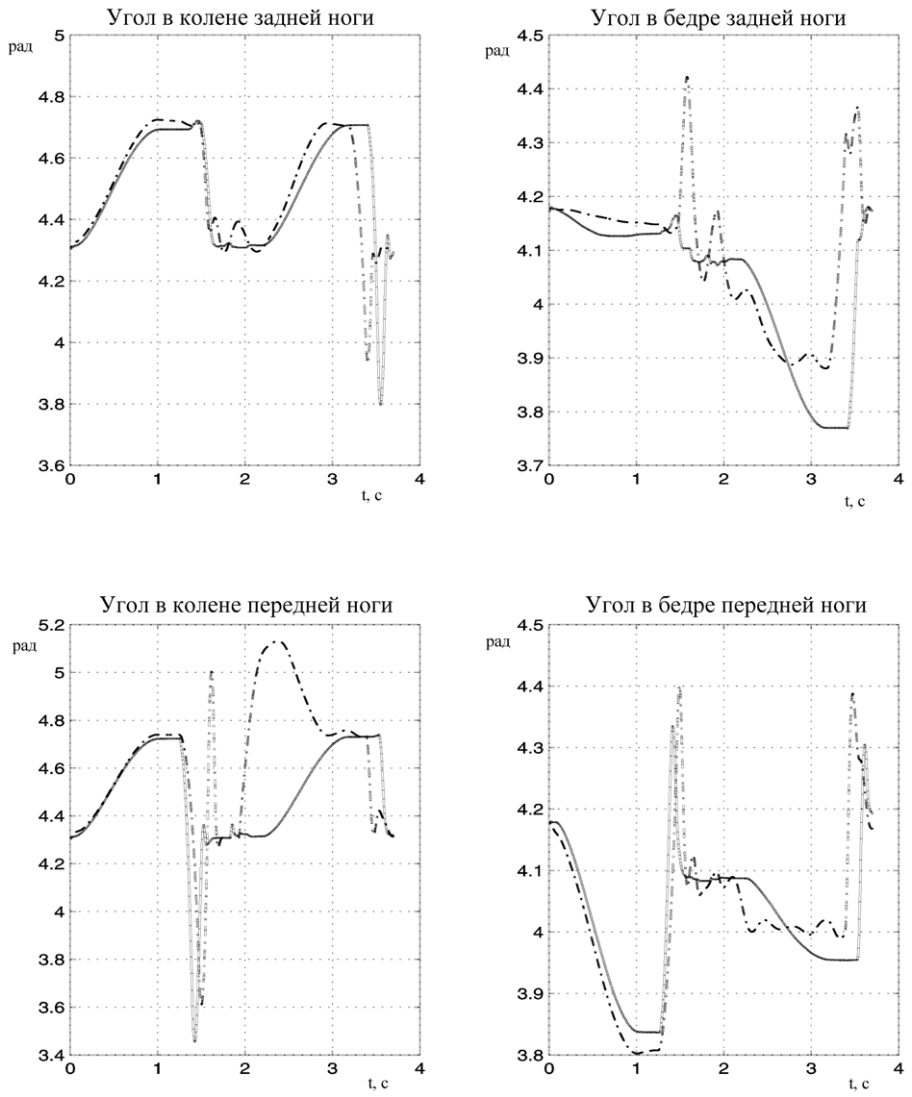


Рис. 10. Суставные углы:
эксперименты (сплошная линия), моделирование (штриховая линия)

фаза, которая начинается после приземления задней ноги. Все эти шесть фотографий получены с видеофильма, поэтому на рис. 12, *в—е* изображение робота немного размазанное.

Между результатами экспериментов и математического моделирования есть некоторые различия. Во время экспериментов, например, задняя (передняя) нога

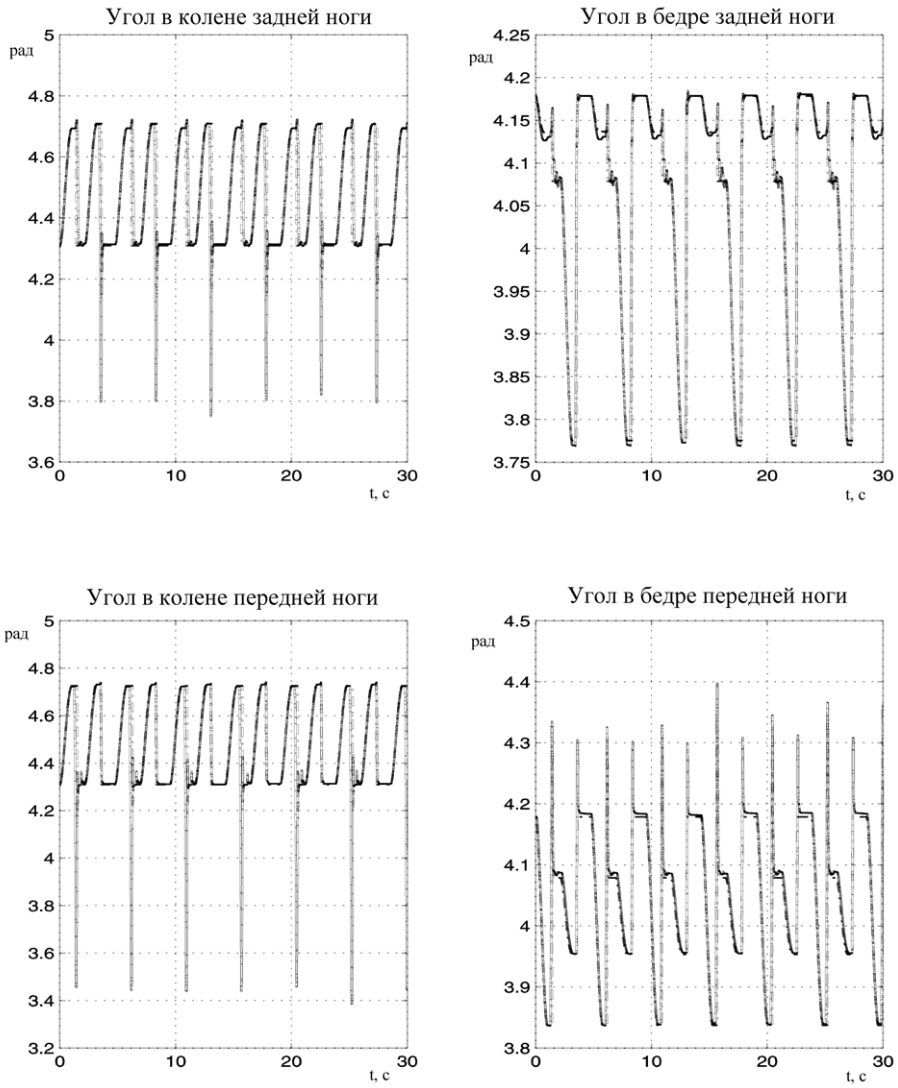


Рис. 11. Суставные углы:
желаемые (пунктирная линия), реализованные (сплошная линия) для шести шагов

иногда теряет контакт с землёй после приземления передней (задней) ноги. Но после потери контакта задняя (передняя) нога быстро возвращается на землю, и ходьба продолжается.

На сайте `http://www.irccyn.ec-nantes.fr/irccyn/d/en/equipe/robotique/presentation` можно посмотреть видеофильм, в котором показана ходьба аппарата.

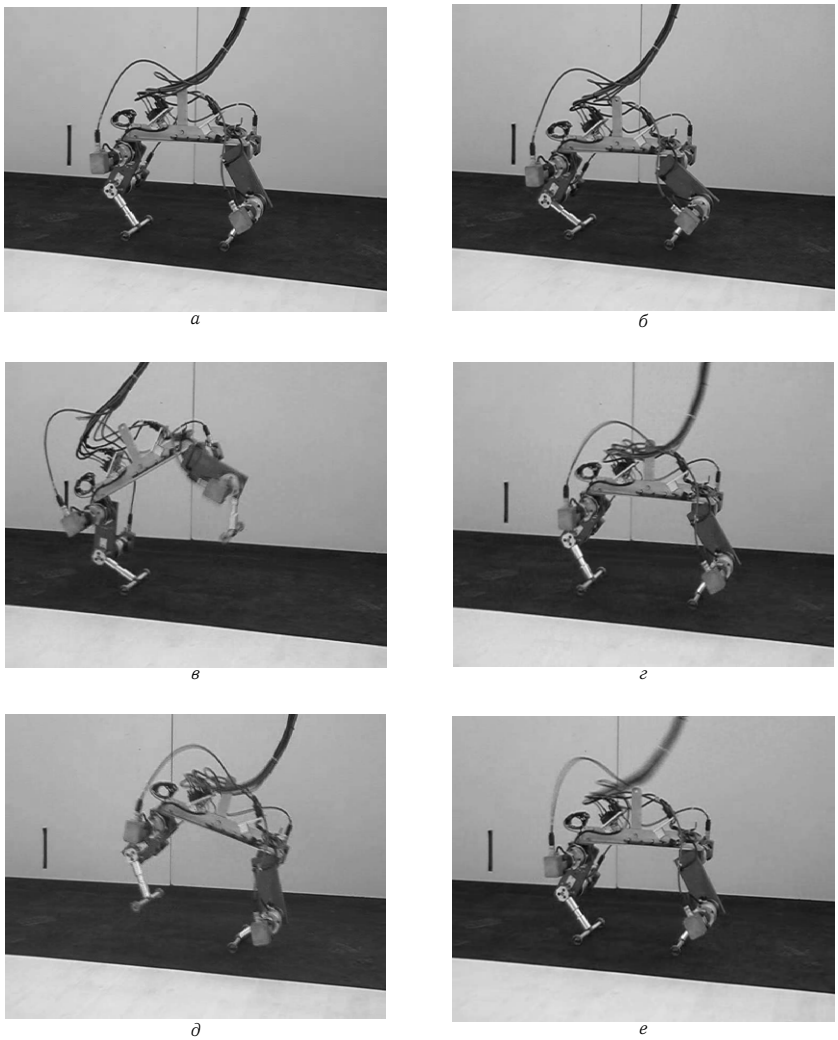


Рис. 12. Ходьба робота «SemiQuad» (слева направо):
а — двойная опора первого полушага, проекция центра платформы в центре между концами ног;
б — проекция центра платформы ближе к концу задней ноги;
в — одноопорная фаза: конец задней ноги на земле, передняя нога в фазе переноса;
г — двойная опора после приземления передней ноги;
д — одноопорная фаза: конец передней ноги на земле, задняя нога в фазе переноса;
е — двойная опора после приземления задней ноги

7. Заключение

В работе представлен шагающий робот, который статически устойчив в фазе двойной опоры и статически неустойчив в одноопорной фазе. В одноопорной фазе число приводов меньше числа степеней свободы, а в фазе двойной опоры больше. Движение механизма плоское, его походка — типа курбет. Построена интуитивная стратегия управления ходьбой этого виртуального четырёхногого робота. Робот совершил свои первые шаги. Ходьба аппарата динамически устойчива. Для отслеживания программных траекторий в каждом суставе используется обычный ПД-регулятор. Для обеспечения прыжков в коленных суставах передней или задней ноги прикладываются большие моменты.

Для того чтобы получить более «динамичную» и более быструю ходьбу, мы намереваемся уменьшить продолжительность фазы двойной опоры. Более быструю ходьбу можно получить также, изменив конструкцию механизма. Ходьба может быть более быстрой, если увеличить длину ног.

Использование датчиков усилий позволит измерять и регулировать реакции опоры в опорных ногах.

Благодарность

Авторы сердечно благодарят Сержа Беллавуара, Галя Браншу, Дамьена Шабла, Филиппа Лемуана и Поля Молина за их замечательную работу по созданию экспериментальной установки.

Литература

[1] Формальский А. М. Перемещение антропоморфных механизмов. — М.: Наука, 1982.

[2] Altendorfer R., Moore N., Komsuoglu H., Buehler M., Brown H. B., Jr., McMordie D., Saranli U., Full R., Koditschek D. E. RHex: A biologically inspired hexapod runner // J. Autonoumos Robots. — 2001. — Vol. 11. — P. 207—213.

[3] Aoustin Y., Formal'sky A. M. Control strategy for dynamic locomotion design of walking quadruped // Proc. IFAC Workshop, Motion Control 98. — 1998. — P. 401—407.

[4] Aoustin Y., Formal'sky A. M. Control design for a biped: Reference trajectory based on driven angles as functions of the undriven angle // J. Comput. System Sci. — 2003. — Vol. 42, no. 4. — P. 159—176.

[5] Cham J., Bailey S. A., Cutkosky M. R. Robust dynamic locomotion through feedforward-preflex interaction // Proc. ASME Conf. Mechanical Engineers Congress and Exhibition. — 2000.

[6] Chevallereau C., Abba G., Aoustin Y., Plestan F., Westervelt A. R., Canudas de Wit C., Grizzle J. W. Rabbit: A testbed for advanced control theory. — 2003. — IEEE Control System Magazine. — Vol. 23, no. 5. — P. 57—78.

[7] Conte G., Scaradozzi E., Suardi A. Control architecture for a prototypal legged robot // Proc. Clawar Conf. — 2003. — P. 127—134.

[8] De Lasa M., Buehler M. Dynamic compliant quadruped walking // Proc. IEEE Conf. on Robotics and Automation. — 2001. — P. 21—26.

[9] Estremera J., Garcia E., Gonzalez de Santos P. A continuous free crab gait for quadruped robots on irregular terrain // Proc. Int. Conf. on Climbing and Walking Robots (CLAWAR). — 2003. — P. 584—592.

[10] Formal'sky A. M. Ballistic locomotion of a biped. Design and control of two biped machines // Human and Machine Locomotion / eds. A. Morecki, K. Waldron. — Udine: CISM, Springer, 1997.

[11] Formal'sky A. M., Chevallereau C., Perrin B. On ballistic walking locomotion of a quadruped // Internat. J. Robotics Res. — 2000. — Vol. 19, no. 8. — P. 743—761.

[12] Fukuoka Y., Kimura H., Cohen A. H. Adaptative dynamic walking of a quadruped robot on irregular terrain based on biological concepts // Internat. J. Robotics Res. — 2003. — Vol. 22, no. 3—4. — P. 187—202.

[13] Furusho J., Sano A., Sakaguchi M., Koizumi E. Realization of bounce gait in a quadruped robot with articular-joint-type legs // Proc. IEEE Conf. on Robotics and Automation. — 1995. — P. 697—702.

[14] Gurfinkel V. S., Gurfinkel E. V., Shneider A. Y., Devjanin E. A., Lensky A. V., Shtilman L. G. Walking robot with supervisory control // Mechanisms Machines Theory. — 1981. — Vol. 16, no. 2. — P. 31—36.

[15] Hirai K., Hirose M., Haikawa Y., Takenaka T. The development of Honda humanoid robot // Proc. IEEE Conf. on Robotics and Automation. — 1998. — P. 1321—1326.

[16] Hirose S., Kato K. Study on quadruped walking robot in Tokyo Institute of Technology // Proc. IEEE Conf. on Robotics and Automation. — 2000. — P. 414—419.

[17] Hirose S., Yoneda K. Toward development of practical quadruped walking vehicles // J. Robotics Mechatronics. — 1993. — Vol. 5, no. 6. — P. 498—504.

[18] Hong Y. S., Lee H. K., Yi S. Y., Lee C. W. The design and control of a jointed-leg type of a quadrupedal robot for locomotion on irregular ground // Robotica. — 1999. — Vol. 17, no. 4. — P. 383—389.

[19] Kaneko M., Abe M., Tanie K. A hexapod walking machine with decoupled freedoms // IEEE J. Robotics and Automation. — 1985. — Vol. 1, no. 4. — P. 183—190.

[20] Kimura H., Akiyama S., Sakurama K. Realization of dynamic and running of the quadruped using neural oscillator // J. Autonoumos Robots. — 1999. — Vol. 7. — P. 247—258.

[21] Klein C. A., Briggs R. L. Use of active compliance in the control of legged vehicles // IEEE Trans. Systems Man Cybernet. — 2000. — Vol. 10, no. 7. — P. 393—400.

[22] Krupp B. T. Preliminary control of a planar robot for quadrupedal locomotion research // Proc. Int. Conf. on Climbing and Walking Robots (CLAWAR). — 2003. — P. 95—104.

[23] Miura H., Shimoyama I. Dynamic walk of a biped // Internat. J. Robotics Res. — 1984. — Vol. 3, no. 2. — P. 60—74.

[24] Muraro A., Chevallereau C., Aoustin Y. Optimal trajectories for a quadruped robot with *Trot*, *Amble*, and *Curvet* gaits for two energetic criteria // Internat. J. Multibody System Dynamics. — 2003. — Vol. 9. — P. 39—62.

[25] Perrin B. Modelling and control of a quadruped for a dynamically stable gait. — PhD Thesis, University of Nantes, 1999.

[26] Poulakakis I., Smith J. A., Buehler M. On the dynamics of bounding and extensions torwards the half-bound and the gallop gaits // Proc. Int. Symp. on Adaptative Motion of Animals and Machines. — Kyoto, 2003.

[27] Pratt G. A., Williamson M. M. Series elastic actuators // Proc. IEEE Conf. on Intelligent Robots and Systems. — 1995. — P. 399—406.

[28] Saranli U., Buehler M., Koditschek D. E. Rhex: A simple and highly mobile hexapod robot // Internat. J. Robotics Res. — 2001. — Vol. 20, no. 7. — P. 616—631.

[29] Sutherland I. E., Raibert M. H. Machines that walk // Scientific American. — 1983. — Vol. 248. — P. 44—53.

[30] Talebi S., Poulakakis G., Papadopoulos E., Buehler M. Quadruped robot running with a bounding gait // Experimental Robotics VII / D. Rus, S. Singh, ed. — 2001. — P. 281—289. — (Lect. Notes Control Information Sci.; Vol. 271.)

[31] Ting S. H., Blickhan R., Full R. F. Dynamic and static stability in hexapedal runners // J. Experimental Biology. — 1994. — Vol. 197. — P. 251—269.

[32] Vukobratovic M., Borovac B., Surla D., Stokic D. Biped Locomotion. — Springer, 1990.