Конформные супералгебры Стейнберга

А. В. МИХАЛЁВ
Московский государственный университет им. М. В. Ломоносова

И. А. ПИНЧУК
Московский государственный областной университет
e-mail: irenepin@yandex.ru

УДК 512.554

Ключевые слова: универсальное центральное расширение, ядро универсального центрального расширения, конформная супералгебра Ли.

Аннотация

Данная работа является продолжением серии работ, посвящённых универсальным центральным расширениям алгебраических систем. В ней описывается строение конформной супералгебры Стейнберга, заданной как абстрактная алгебра образующими и соотношениями.

Abstract

A. V. Mikhalev, I. A. Pinchuk, Steinberg conformal superalgebras, Fundamentalnaya i prikladnaya matematika, vol. 12 (2006), no. 8, pp. 189—196.

This paper continues some papers about universal central extensions of algebraic systems. We describe the Steinberg conformal superalgebra as an abstract algebra by generators and relations.

1. Введение

Данная работа является продолжением серии работ, посвящённых универсальным центральным расширениям алгебраических систем.

Идея задания универсальных центральных расширений формальными образующими, удовлетворяющими некоторым соотношениям, предложена Р. Стейнбергом в [18]. Развивая её, Дж. Милнор в [1] задаёт универсальное центральное расширение группы элементарных матриц с элементами из ассоциативного кольца образующими и соотношениями, повторяющими соотношения между элементарными матрицами, и вводит для этого расширения термин «группа Стейнберга».

Далее подобные конструкции реализуются в теории алгебр и супералгебр Ли. В [2—4, 9, 11, 14—17] доказывается, что любая совершенная (супер)алгебра Ли имеет универсальное центральное расширение, называемое (супер)алгеброй

Фундаментальная и прикладная математика, 2006, том 12, № 8, с. 189—196.

Стейнберга. (Супер)алгебры Стейнберга задаются как абстрактные алгебры образующими и соотношениями, ядра этих расширений описываются с помощью циклических гомологий Конна.

Работы [5—8] посвящены конформным алгебрам Ли. В [5, 7] приводятся условия существования универсальных центральных расширений конформных алгебр Ли и рассматривается возможность поднятия автоморфизмов и дифференцирований на центральные расширения. В [6] изучается конформная алгебра Стейнберга, построенная для конформной алгебры Ли $k[D]\otimes_k g(A)$, где g — простая комплексная алгебра Ли.

В предлагаемой работе исследуются конформные супералгебры Стейнберга, связанные с простыми комплексными базисными супералгебрами Ли g. Все построения повторяют построения, предложенные в [6]. Возможность подобных построений обусловлена существованием в g базисов со свойствами, аналогичными свойствам базисов Шевалле в простых алгебрах Ли. Эти базисы были построены в [11] при изучении центральных расширений супералгебр Ли.

2. Конформные супералгебры Ли

Приведём основные сведения о конформных супералгебрах Ли (см., например, [13]).

Пусть $\mathbb{Z}_+$ — множество неотрицательных целых чисел, $C=C_0\oplus C_1$ — $\mathbb{Z}_2$-градуированное линейное пространство над полем k ($\operatorname{char} k=0$), $D\colon C\to C$ — линейный оператор. Для $\mu\in\mathbb{Z}_2$ будем называть элемент $a\in C_\mu$ однородным степени μ и обозначать это $|a|=\mu$.

Линейное пространство C называется конформной супералгеброй Ли, если в нём для всех неотрицательных целых чисел n определены билинейные произведения (n), такие что для любых $a,b,c\in C$ и всех $m,n\in\mathbb{Z}_+$ выполняются следующие условия:

$a\,(n)\,b=0$ при всех $n\geqslant N(a,b)$,

где $N(a,b)$ — некоторое целое неотрицательное число, зависящее от a и b;

$\mathrm{D}(a\,(n)\,b)=\mathrm{D}\,a\,(n)\,b+a\,(n)\,\mathrm{D}\,b$;

$\mathrm{D}\,a\,(n)\,b=-na\,(n-1)\,b$ (причём $\mathrm{D}\,a\,(0)\,b=0$);

$a\,(n)\,b=(-1)^{|a|\,|b|}\sum\limits_{s\geqslant 0}(-1)^{n+s+1}\,\mathrm{D}^{(s)}(b\,(n+s)\,a)$ (условие антикоммутативности);

$$a\,(m)\,(b\,(n)\,c)=\sum_{s=0}^{m}\binom{m}{s}(a\,(s)\,b)\,(m+n-s)\,c+(-1)^{|a|\,|b|}b\,(n)\,(a\,(m)\,c)$$

(супертождество Якоби)

(здесь $\mathrm{D}^{(i)}=\frac{\mathrm{D}^i}{i!}$ при $i\geqslant 0$).

Элемент $a \in C$ называется центральным, если $a \circledn C = 0$ для всех $n \in \mathbb{Z}_+$, центр $Z(C)$ конформной супералгебры Ли C — это множество всех её центральных элементов.

Центральным расширением конформной супералгебры Ли C называется точная последовательность конформных супералгебр

$$0 \longrightarrow I \longrightarrow U \xrightarrow{\varphi} C \longrightarrow 0, \tag{1}$$

в которой супералгебра I лежит в центре супералгебры U. (Иногда центральным расширением C называют пару (U, φ) из последовательности (1).)

Центральное расширение (1) называется универсальным, если для любого другого центрального расширения

$$0 \longrightarrow J \longrightarrow V \xrightarrow{\psi} C \longrightarrow 0$$

существует единственный гомоморфизм $h\colon U \to V$, такой что $\psi h = \varphi$, т. е. коммутативна диаграмма

$$\begin{tikzcd} 0 \arrow[r] & I \arrow[r] & U \arrow[r, "\varphi"] \arrow[d, "h"] & C \arrow[r] \arrow[d, "\mathrm{id}"] & 0 \\ 0 \arrow[r] & J \arrow[r] & V \arrow[r, "\psi"] & C \arrow[r] & 0. \end{tikzcd}$$

В [13] утверждается, что любое центральное расширение (1) с одномерным центром $I = ki$ является прямой суммой $U = C \oplus I$, где $|i| = 0$, $\mathrm{D}\, i = 0$. Произведения $\tilde{\circledn}$ в U определяются по формулам

$$a \,\tilde{\circledn}\, b = a \circledn b + \alpha_n(a, b), \quad I \,\tilde{\circledn}\, U = I \circledn U = 0.$$

Здесь $a, b \in C \subset U$, $\circledn$ — произведения, определённые в C, $\{\alpha_n(a, b\}_{n \in \mathbb{Z}_+}$ — 2-коцикл на C, т. е. счётная последовательность k-билинейных отображений $\alpha_n\colon C \times C \to I$, для которых

$$\alpha_n(\mathrm{D}\, a, b) = -n\alpha_{n-1}(a, b);$$

$$\alpha_n(a, b) = (-1)^{n+1+|a|\,|b|}\alpha_n(b, a);$$

$$\alpha_m(a, b \circledn c) = \sum_{j=0}^{m} \binom{m}{j} \alpha_{m+n-j}(a \circled{j}\, b, c) + (-1)^{|a|\,|b|}\alpha_n(b, a \circled{m}\, c).$$

Воспользуемся следующим способом построения конформных супералгебр Ли (см., например, [10, 13]). Пусть R — супералгебра Ли над полем k, $[\,,\,]$ — операция суперкоммутирования в R. Обозначим $C_R = k[\mathrm{D}] \otimes_k R$ (элементы $\mathrm{D}^i \otimes r$ из C_R будем обозначать $\mathrm{D}^i\, r$). C_R превращается в конформную супералгебру Ли после определения для любых $r, s \in R$, $n, i \in \mathbb{Z}_+$ и $x \in C_R$ операций $\circledn$:

$$r \circled{0} s = [r, s], \quad r \circledn s = 0 \text{ для } n \geqslant 1; \tag{2}$$

$$\mathrm{D}^{(i)}\, r \circledn x = (-1)^i \binom{n}{i} r \circled{n-i}\, x \text{ (где } r \circledn x = 0 \text{ для } n < 0); \tag{3}$$

$$r \circledn \mathrm{D}^{(i)}\, s = \mathrm{D}^{(i-n)}[r, s] \text{ (причём } \mathrm{D}^{(i)} = 0 \text{ для } i < 0). \tag{4}$$

Из соотношений (3) и (4) получается результат произведения $ⓝ$:

$$\mathrm{D}^{(i)}\, r \; ⓝ \; \mathrm{D}^{(j)}\, s = (-1)^i \binom{n}{i} \mathrm{D}^{(i+j-n)}[r, s].$$

3. Строение базисных супералгебр Ли

В качестве супералгебры Ли R в конструкции конформной супералгебры C_R выберем одну из базисных комплексных супералгебр Ли g, классификация которых приводится в [12]. Напомним определение этих супералгебр, их основные свойства, а также описание базиса Шевалле этих супералгебр (см. [11]).

Пусть $g = g_0 \oplus g_1$ — супералгебра Ли над полем комплексных чисел $\mathbb{C}$, $(\cdot|\cdot)\colon g \times g \to \mathbb{C}$ — билинейная форма, определённая на g. Говорят, что билинейная форма $(\cdot|\cdot)$ является чётной, если $(g_0, g_1) = 0$, суперсимметрической, если $(a, b) = (-1)^{|a|\,|b|}(b, a)$, и инвариантной, если $([a, b], c) = (a, [b, c])$.

Конечномерная супералгебра Ли g называется базисной классической супералгеброй Ли, если

1) g — простая супералгебра Ли, т. е. она не имеет нетривиального $\mathbb{Z}_2$-градуированного идеала;
2) g_0 — редуктивная алгебра Ли;
3) на g определена невырожденная чётная инвариантная билинейная форма.

В [12] приводится такой список этих супералгебр:

$$\begin{array}{ll}
A(m, n), & m, n \geqslant 0 \text{ и } m + n \geqslant 1;\\
B(m, n), & m \geqslant 0 \text{ и } n \geqslant 1;\\
C(n), & n \geqslant 3;\\
D(m, n), & m \geqslant 2 \text{ и } n \geqslant 1;\\
D(2, 1, a), & a \neq 0, -1;\\
F(4); & \\
G(3). &
\end{array}$$

Строение простых супералгебр Ли g во многом определяется системами корней $\Delta = \Delta_+ \sqcup \Delta_-$ и системами простых корней Π. Системы простых корней Π характеризуются схемами Дынкина и матрицами Картана, однако для супералгебр Ли схемы Дынкина определены неоднозначно и зависят от выбора Π. Конкретные сведения о схемах Дынкина, матрицах Картана и множествах корней можно найти, например, в [12].

Каждую базисную классическую супералгебру Ли g можно представить в виде

$$g = n^+ \oplus h \oplus n^-,$$

где h — подалгебра Картана,

$$n^\pm = \bigoplus_{\pm\alpha \in \Delta_+} g_\alpha.$$

Предложение 1 ([11]). *Если g — базисная классическая супералгебра Ли, не являющаяся $A(1,1)$, то $\dim g_\alpha = 1$ для всех $\alpha \in \Delta$.*

Замечание 2 ([11]). Для базисной классической супералгебры Ли типа $A(1,1)$ можно рассматривать соответствующую контраградиентную супералгебру Ли, для которой выполняется предложение, аналогичное предложению 1.

Для $\alpha \in \Delta$ используем обозначение

$$\sigma_\alpha = \begin{cases} -1, & \text{если } \alpha \in -\Delta_1^+, \\ 1 & \text{в остальных случаях.} \end{cases}$$

Ясно, что $\sigma_{-\alpha} = (-1)^{|\alpha|}\sigma_\alpha$.

Теорема 3 ([11]). *Пусть g — базисная классическая комплексная супералгебра Ли.*

1. *Для каждого $\alpha \in \Delta$ существуют кокорни H_α и корневые векторы $X_\alpha \in g_\alpha$, такие что*
   a) $[X_\alpha, X_{-\alpha}] = \sigma_\alpha H_\alpha$;
   b) $[X_\alpha, X_\beta] = N_{\alpha,\beta} X_{\alpha+\beta}$, *где структурные константы $N_{\alpha,\beta}$ удовлетворяют следующим условиям:*
      (i) *если $\alpha \in \Delta_0$ или $\beta \in \Delta_0$ (предполагаем, что $\alpha \in \Delta_0$) и $\alpha+\beta \in \Delta$, то $N^2_{\alpha,\beta} = (p+1)^2$;*
      (ii) *если $\alpha, \beta \in \Delta_1$, причём $(\alpha,\alpha) \neq 0$ или $(\beta,\beta) \neq 0$ (предполагаем, что $(\alpha,\alpha) \neq 0$) и $\alpha+\beta \in \Delta$, то $N^2_{\alpha,\beta} = (p+1)^2$;*
      (iii) *если $\alpha, \beta \in \Delta_1$, где $(\alpha,\alpha) = 0$ и $(\beta,\beta) = 0$, и $\alpha+\beta \in \Delta$, то $N^2_{\alpha,\beta} = \beta(H_\alpha)^2$;*

      здесь $p = \max\{i \mid \beta - i\alpha \in \Delta\}$;
   c) $[H_\alpha, X_\beta] = \beta(H_\alpha) X_\beta$.
2. *Пусть $\{X'_\alpha \mid \alpha \in \Delta\}$ — другое множество корневых векторов, удовлетворяющих условиям 1, и $\{N'_{\alpha,\beta} \mid \alpha, \beta \in \Delta\}$ — структурные константы в базисе $\{X'_\alpha\}$. Тогда существуют такие $\{a_\alpha \mid \alpha \in \Delta\} \subset \pm 1$, что $a_\alpha a_{-\alpha} = 1$ и $N'_{\alpha,\beta} = a_\alpha a_\beta a^{-1}_{\alpha+\beta} N_{\alpha,\beta}$ для всех $\alpha, \beta \in \Delta$.*

Из определения коэффициентов $N_{\alpha,\beta}$ и доказательства теоремы 3 следует, что $N_{\alpha,\beta}$ удовлетворяют условиям

$$N_{\alpha,\beta} = (-1)^{|\alpha|\,|\beta|+1} N_{\beta,\alpha};$$

$$N_{-\beta,-\alpha} = (-1)^{1/2(|\alpha+\beta|-|\alpha|-|\beta|)} \frac{\sigma_{\alpha+\beta}}{\sigma_\alpha \sigma_\beta} N_{\alpha,\beta};$$

$$\sigma_\alpha \beta(H_\alpha) = N_{\alpha,\beta-\alpha} N_{-\alpha,\beta} + (-1)^{|\alpha|\,|\beta|} N_{\alpha,\beta} N_{\alpha+\beta,-\alpha}.$$

Следствие 4 ([11]). *Пусть g — базисная классическая комплексная супералгебра Ли. Если $g = D(2,1,a)$, то $a \in \mathbb{Z} \setminus \{0,1\}$. Тогда существует $\mathbb{Z}$-форма $g_\mathbb{Z}$ для супералгебры g.*

4. Конформные супералгебры Стейнберга

Построим конформную супералгебру Ли $C_g(A)$, аналогичную конформной алгебре Ли, рассмотренной в [6].

Пусть g — базисная классическая комплексная супералгебра Ли, A — коммутативная и ассоциативная k-алгебра с 1 (k — поле нулевой характеристики), Δ — фиксированная система ненулевых корней алгебры g ранга l, X_α, H_α ($\alpha \in \Delta$) — базис в алгебре g, описанный в теореме 3, $g_{\mathbb{Z}}$ — $\mathbb{Z}$-форма в g. Определим супералгебру Ли $g(A) = g_{\mathbb{Z}} \otimes_{\mathbb{Z}} A$ условиями

$$\lambda(x \otimes a) = x \otimes \lambda a, \quad [x \otimes a, y \otimes b] = [x, y] \otimes ab,$$

где $x, y \in g_{\mathbb{Z}}$, $a, b \in A$, $\lambda \in k$.

В супералгебре $g(A)$ выполняются соотношения, вытекающие из соотношений в супералгебре g:

$$[X_\alpha(a), X_{-\alpha}(b)] = \sigma_\alpha H_\alpha(ab); \tag{5}$$

$$[H_\alpha(a), X_\beta(b)] = \beta(H_\alpha) X_\beta(ab); \tag{6}$$

$$[X_\alpha(a), X_\beta(b)] = 0, \text{ если } \alpha + \beta \notin \Delta \cup \{0\}; \tag{7}$$

$$[X_\alpha(a), X_\beta(b)] = N_{\alpha,\beta} X_{\alpha+\beta}(ab), \text{ если } \alpha + \beta, \alpha, \beta \in \Delta. \tag{8}$$

Здесь использованы обозначения

$$X_\alpha(a) = X_\alpha \otimes a, \quad H_\alpha(a) = H_\alpha \otimes a.$$

Обозначим через $C_g(A) = k[\mathrm{D}] \otimes_k g(A)$ конформную супералгебру Ли, задаваемую формулами (2)—(4). Из этого определения и соотношений (5)—(8) вытекают соотношения для образующих $\mathrm{D}^{(i)} X_\alpha(a)$ и $\mathrm{D}^{(i)} H_\alpha(a)$ конформной супералгебры Ли $C_g(A)$:

$$\mathrm{D}^{(i)} X_\alpha(a) \,ⓝ\, \mathrm{D}^{(j)} X_{-\alpha}(b) = \begin{cases} 0, & \text{если } i + j < n, \\ (-1)^i \binom{n}{i} \sigma_\alpha \mathrm{D}^{(i+j-n)} H_\alpha(ab), & \text{если } i + j \geqslant n; \end{cases}$$

$$\mathrm{D}^{(i)} H_\alpha(a) \,ⓝ\, \mathrm{D}^{(j)} X_\beta(b) = \begin{cases} 0, & \text{если } i + j < n, \\ (-1)^i \binom{n}{i} \beta(H_\alpha) \mathrm{D}^{(i+j-n)} X_\beta(ab), & \text{если } i + j \geqslant n; \end{cases}$$

$$\mathrm{D}^{(i)} X_\alpha(a) \,ⓝ\, \mathrm{D}^{(j)} X_\beta(b) =$$
$$= \begin{cases} 0, & \text{если } i + j < n \text{ или } \alpha + \beta \notin \Delta \cup \{0\}, \\ (-1)^i \binom{n}{i} N_{\alpha,\beta} \mathrm{D}^{(i+j-n)} E_{\alpha+\beta}(ab), & \text{если } i + j \geqslant n \text{ и } \alpha, \beta, \alpha + \beta \in \Delta. \end{cases}$$

Назовём *конформной супералгеброй Стейнберга* $\mathrm{st}_C(g, A)$ конформную супералгебру Ли, порождённую элементами $\mathrm{D}^{(i)} u_\alpha(a)$ ($a \in A$, $\alpha \in \Delta$, $i \in \mathbb{Z}_+$) и соотношениями

$$\mathrm{D}^{(i)}\,u_\alpha(\lambda a+\mu b)=\lambda\,\mathrm{D}^{(i)}\,u_\alpha(a)+\mu\,\mathrm{D}^{(i)}\,u_\alpha(b);$$

$$\mathrm{D}^{(i)}\,u_\alpha(a)\,ⓝ\,\mathrm{D}^{(j)}\,u_\beta(b)=$$

$$=\begin{cases}0, & \text{если } i+j<n \text{ или } \alpha+\beta\notin\Delta\cup\{0\},\\ (-1)^i\binom{n}{i}N_{\alpha,\beta}\,\mathrm{D}^{(i+j-n)}\,u_{\alpha+\beta}(ab), & \text{если } i+j\geqslant n \text{ и } \alpha,\beta,\alpha+\beta\in\Delta.\end{cases}$$

Здесь $a, b \in A$, $\alpha, \beta \in \Delta$, $\lambda, \mu \in k$.

Введём обозначение

$$\sigma_\alpha\,\mathrm{D}^{(i+j-n)}\,h_\alpha(a,b)=\frac{(-1)^i}{\binom{n}{i}}\,\mathrm{D}^{(i)}\,u_\alpha(a)\,ⓝ\,\mathrm{D}^{(j)}\,u_{-\alpha}(b).$$

Пусть H — подмодуль в супералгебре $\mathrm{st}_C(g, A)$, порождённый всеми $\mathrm{D}^{(s)}h_\alpha(a, b)$. Зададим сюръективный гомоморфизм

$$\varphi\colon \mathrm{st}_C(g,A)\to C_g(A)$$

условием

$$\varphi\,\mathrm{D}^{(i)}\,u_\alpha(a)=\mathrm{D}^{(i)}\,X_\alpha(a).$$

Теорема 5. *Конформная супералгебра Стейнберга $\mathrm{st}_C(g, A)$ с гомоморфизмом φ является универсальным центральным расширением конформной супералгебры Ли $C_g(A)$. Ядро $\mathrm{Ker}\,\varphi$ этого расширения лежит в H и изоморфно k-фактор-модулю $\Omega^1_{A/k}/\mathrm{d}A$ модуля дифференцирований алгебры A над k по подмодулю точных форм.*

Доказательство теоремы 5 дословно повторяет доказательства теорем 5 и 10 из [6].

Литература

[1] Милнор Дж. Введение в алгебраическую K-теорию. — М.: Мир, 1974.

[2] Михалёв А. В., Пинчук И. А. Универсальное центральное расширение одной особой супералгебры Ли с невырожденной формой Киллинга // Универсальная алгебра и её приложения. — Волгоград: Перемена, 2000. — С. 201—221.

[3] Михалёв А. В., Пинчук И. А. Универсальные центральные расширения супералгебр Ли // Формальные степенные ряды и алгебраическая комбинаторика. Тез. 12-й Межд. конф. — М., 2000. — С. 49—50.

[4] Михалёв А. В., Пинчук И. А. Универсальные центральные расширения супералгебр Ли // Тр. семинара им. И. Г. Петровского. — 2002. — Вып. 22. — С. 261—282.

[5] Михалёв А. В., Пинчук И. А. Автоморфизмы и дифференцирования конформных алгебр Ли и их центральные расширения // Чебышёвский сб. — 2004. — Т. 5, вып. 4. — С. 98—114.

[6] Михалёв А. В., Пинчук И. А. Конформные алгебры Стейнберга // Мат. сб. — 2005. — Т. 196, № 5. — С. 32—52.

[7] Михалёв А. В., Пинчук И. А. Универсальные центральные расширения конформных алгебр Ли // Вестн. Моск. ун-та. Сер. 1, Математика, механика. — 2005. — № 1. — С. 26—31.

[8] Михалёв А. В., Пинчук И. А. Унитарные конформные алгебры Ли—Стейнберга // Фундамент. и прикл. мат. — 2005. — Т. 11, вып. 2. — С. 135—155.

[9] Bloch S. The dilogarithm and extensions of Lie algebras // Algebraic K-Theory. Proc. Conf., Evanston 1980. — Springer, 1981. — (Lect. Notes Math.; Vol. 854). — P. 1—23.

[10] Bokut' L. A., Fong Y., Ke W.-F. Gröbner—Shirshov bases and composition lemma for associative conformal algebras: An example // Combinatorial and Computational Algebra. Int. Conf. on Combinatorial and Computational Algebra, May 24–29, 1999, Hong Kong, China / K. Y. Chan, ed. — Providence: Amer. Math. Soc., 2000. — (Contemp. Math.; Vol. 264). — P. 63—90.

[11] Iohara K., Kogti Y. Central extensions of Lie superalgebras // Comment. Math. Helv. — 2001. — Vol. 76. — P. 110—154.

[12] Kac V. Lie superalgebras // Adv. Math. — 1977. — Vol. 26, no. 1. — P. 8—96.

[13] Kac V. Vertex Algebras for Beginners. — Providence: Amer. Math. Soc., 1996. — (Univ. Lect. Ser.; Vol. 10).

[14] Kassel C. Kähler differentials and coverings of complex simple Lie algebras extended over a commutative algebra // J. Pure Appl. Algebra. — 1984. — Vol. 34. — P. 265—275.

[15] Kassel C., Loday J.-L. Extensions centrales d'algèbres de Lie // Ann. Inst. Fourier. — 1982. — Vol. 32. — P. 119—142.

[16] Mikhalev A. V., Pinchuk I. A. Universal central extensions of the matrix Lie superalgebras $\mathrm{sl}(m, n, A)$ // Combinatorial and Computational Algebra. Int. Conf. on Combinatorial and Computational Algebra, May 24–29, 1999, Hong Kong, China / K. Y. Chan, ed. — Providence: Amer. Math. Soc., 2000. — (Contemp. Math.; Vol. 264). — P. 111—125.

[17] Neher E. An introduction to universal central extensions of Lie superalgebras // Groups, Rings, Lie and Hopf Algebras. Based on the Int. Workshop, St. John's, Canada, May 28–June 1, 2001 / Yu. Bahturin, ed. — Dordrecht: Kluwer Academic, 2003. — (Math. Its Appl.; Vol. 555). — P. 141—166.

[18] Steinberg R. Générateurs, rélations et revêtements de groupes algébriques // Colloq. Théorie des Groupes Algébriques (Bruxelles, 1962). — Louvain: Librarie Universitaire, 1962. — P. 113—127.