О конкретной характеризации универсальных гиперграфических автоматов

Е. В. ХВОРОСТУХИНА
Саратовский государственный социально-экономический университет
e-mail: katyanew2007@rambler.ru

УДК 519.713+519.4

Ключевые слова: полугрупповой автомат, гиперграф, полугруппа эндоморфизмов, конкретная характеристика автомата.

Аннотация

В настоящей работе рассматриваются структуризованные автоматы без выходных сигналов, у которых множества состояний наделены дополнительной алгебраической структурой гиперграфа. Центральным результатом работы является теорема, дающая необходимое и достаточное условие, при котором на множестве состояний автомата можно так определить структуру гиперграфа, что этот автомат будет универсальным гиперграфическим автоматом.

Abstract

E. V. Khvorostukhina, On concrete characterization of universal hypergraphic automata, Fundamentalnaya i prikladnaya matematika, vol. 14 (2008), no. 7, pp. 223—231.

In this paper, we consider structured automata without output signals whose state sets are endowed with an algebraic structure of hypergraphs. The main result of the paper is a theorem where we obtain necessary and sufficient conditions for the possibility to define on the state set of some automaton A a structure of a hypergraph H such that the automaton A will be the universal hypergraphic automaton.

Введение

Теория автоматов представляет собой один из основных разделов математической кибернетики, главными объектами изучения которой являются устройства, предназначенные для преобразования информации. В зависимости от специфики рассматриваемых задач математической кибернетики устройство преобразования информации может моделироваться автоматом, у которого множество состояний и множество выходных сигналов наделены дополнительной математической структурой, сохраняющейся функциями переходов и выходными функциями этого автомата. Так, известные конкретные задачи математической кибернетики приводят к понятиям линейных, упорядоченных, топологических,

Фундаментальная и прикладная математика, 2008, том 14, № 7, с. 223—231.

вероятностных и нечётких автоматов. Исследованиям таких автоматов посвящены, например, работы Л. А. Скорнякова, Б. И. Плоткина, Р. Г. Бухараева и многих других. В общем случае автоматы, основные множества которых наделены дополнительной алгебраической структурой, называются структуризованными автоматами.

В настоящей работе рассматриваются структуризованные автоматы без выходных сигналов, у которых множества состояний наделены дополнительной алгебраической структурой гиперграфа. Это достаточно широкий и весьма важный класс автоматов, так как многообразие таких алгебраических систем охватывает, в частности, автоматы, у которых множества состояний являются плоскостями (проективными или аффинными), а также автоматы, у которых множества состояний разбиваются на классы некоторой эквивалентности.

Центральным результатом работы является теорема, дающая необходимое и достаточное условие, при котором на множестве состояний автомата можно так определить структуру гиперграфа, что этот автомат будет универсальным гиперграфическим автоматом (см. определение в разделе 1).

1. Основные понятия

Согласно [1], гиперграфом называется система вида $H = (X, L)$, где X — это непустое множество вершин гиперграфа и L — семейство произвольных подмножеств X, называемых рёбрами гиперграфа.

Множество вершин гиперграфа называется ограниченным, если оно содержится в некотором его ребре, и неограниченным в противном случае. Вершины гиперграфа, содержащиеся в некотором его ребре, называются смежными. Гиперграф $H = (X, L)$ называется эффективным, если любая его вершина содержится в некотором ребре этого гиперграфа.

Пусть p — произвольное натуральное число. Гиперграф H будем называть гиперграфом с p-определимыми рёбрами, если в каждом ребре этого гиперграфа найдётся по крайней мере $p+1$ вершин и, с другой стороны, любые p вершин этого гиперграфа содержатся не более чем в одном ребре.

Заметим, что эффективный гиперграф с 1-определимыми рёбрами — это гиперграф, рёбра которого образуют разбиение множества вершин. С другой стороны, проективная плоскость и аффинная плоскость над полем из более чем двух элементов являются эффективными гиперграфами с 2-определимыми рёбрами, вершинами которых служат точки этих плоскостей, а рёбрами — соответствующие прямые.

Эндоморфизмом гиперграфа $H = (X, L)$ называется преобразование φ множества вершин X, которое смежные в гиперграфе вершины переводит в смежные вершины этого гиперграфа, т. е. для любого ребра $l \in L$ образ $\varphi(l)$ содержится в некотором ребре $l' \in L$.

Множество всех эндоморфизмов гиперграфа H с операцией композиции образует полугруппу $\operatorname{End} H$.

В настоящей работе под гиперграфическим автоматом понимается полугрупповой автомат без выходных сигналов [4] $A = (X, S, \delta)$ с функцией переходов $\delta\colon X \times S \to X$, множество состояний которого X наделено такой структурой гиперграфа $H = (X, L)$, что при любом входном сигнале $s \in S$ функция переходов δ_s является эндоморфизмом H. Например, для любого гиперграфа H алгебраическая система $A = (H, \operatorname{End} H, \delta)$ с функцией $\delta(x, \varphi) = \varphi(x)$ (где $(x, \varphi) \in X \times \operatorname{End} H$) является гиперграфическим автоматом, который обозначается $\operatorname{Atm}(H)$ и называется универсальным гиперграфическим автоматом.

2. Гиперграфы и релятивы

Далее в работе под гиперграфом понимается эффективный гиперграф с p-определимыми рёбрами.

В работе исследуется задача конкретной характеризации универсальных гиперграфических автоматов, которая формулируется следующим образом: при каких условиях на множестве состояний X автомата A можно так определить структуру гиперграфа $H = (X, L)$, что будет выполняться равенство $A = \operatorname{Atm} H$, т. е. полугруппа входных сигналов автомата A будет полугруппой эндоморфизмов $\operatorname{End} H$?

Для доказательства основного результата работы используются понятие p-эквивалентности из [2] и техника канонических отношений полугрупп преобразований из [3].

Пусть X — произвольное непустое множество и R — некоторое n-арное отношение на этом множестве. Тогда множество $Y \subset X$ называется R-связным, если $Y^n \subset R$.

Лемма 2.1 [2]. *Пусть X — произвольное непустое множество и R — некоторое n-арное отношение на этом множестве. Множество M всех R-связных множеств так упорядочено отношением теоретико-множественного включения, что выполняются следующие условия:*

1) *объединение любой цепи в множестве M является элементом из M;*
2) *любое R-связное множество включается в некоторое максимальное R-связное множество.*

Для произвольного гиперграфа $H = (X, L)$ определим на множестве X отношение B_p $(p+1)$-ограниченности вершин по следующей формуле:

$$B_p = \{(x_1, \ldots, x_p, x_{p+1}) \in X^{p+1} \colon \\ x_1, \ldots, x_p, x_{p+1} \in l \text{ для некоторого ребра } l \in L\}.$$

При необходимости такое отношение B_p будем обозначать также $B_p(H)$.

Следующий результат показывает, что эффективные гиперграфы с p-определимыми рёбрами полностью определяются своими отношениями $(p+1)$-ограниченности вершин.

Лемма 2.2. *Пусть* $H = (X, L)$ — *произвольный эффективный гиперграф с* p*-определимыми рёбрами и* B_p — *отношение* $(p+1)$*-ограниченности его вершин. Тогда отношение* B_p *удовлетворяет следующим условиям*:

1) $(x, \ldots, x, x) \in B_p$ *для любого* $x \in X$;
2) *для любых* $1 \leqslant i_1, i_2, \ldots, i_{p+1} \leqslant p+1$
$$(x_1, x_2, \ldots, x_{p+1}) \in B_p \implies (x_{i_1}, x_{i_2}, \ldots, x_{i_{p+1}}) \in B_p;$$
3) *для любых попарно различных элементов* $x_1, \ldots, x_p \in X$
$$(x, x_1, \ldots, x_p) \in B_p,\ (x_p, \ldots, x_1, y) \in B_p \implies (x, x_1, \ldots, x_{p-1}, y) \in B_p;$$
4) *для любых* $x_1, \ldots, x_p \in X$, *удовлетворяющих условию* $(x_1, \ldots, x_p, x_p) \in B_p$, *найдётся такой отличный от всех этих вершин элемент* $x \in X$, *что* $(x_1, \ldots, x_p, x) \in B_p$.

Доказательство. Очевидно, что из определения эффективного гиперграфа с p-определимыми рёбрами $H = (X, L)$ следует выполнение свойств 1), 2), 4).

Для доказательства условия 3) рассмотрим p элементов $x_1, \ldots, x_p \in X$, удовлетворяющих при некоторых $x, y \in X$ условию
$$(x, x_1, \ldots, x_p),\ (x_p, \ldots, x_1, y) \in B_p.$$
Тогда по определению отношения $(p+1)$-ограниченности вершин гиперграфа H найдутся такие рёбра $l_1, l_2 \in L$, что $x, x_1, \ldots, x_p \in l_1$ и $x_p, \ldots, x_1, y \in l_2$. Но по определению гиперграфа с p-определимыми рёбрами любые p вершин гиперграфа H могут лежать не более чем в одном его ребре. Значит, выполняется равенство $l_1 = l_2$, и $x, x_1, \ldots, x_p, y \in l_1$. Тогда, в частности, $(x, x_1, \ldots, x_{p-1}, y) \in B_p$. Свойство 3) доказано. □

Пусть X — произвольное непустое множество, p — натуральное число и R — $(p+1)$-арное отношение на множестве X. Согласно [2] отношение R называется p-эквивалентностью на множестве X, если оно удовлетворяет следующим условиям:

(T_1) $(x, \ldots, x, x) \in R$ для любого $x \in X$;

(T_2) для любых $1 \leqslant i_1, \ldots, i_p, i_{p+1} \leqslant p+1$
$$(x_1, \ldots, x_p, x_{p+1}) \in R \implies (x_{i_1}, \ldots, x_{i_p}, x_{i_{p+1}}) \in R;$$

(T_3) для любых попарно различных элементов $x_1, \ldots, x_p \in X$
$$(x, x_1, \ldots, x_p), (x_p, \ldots, x_1, y) \in R \implies (x, x_1, \ldots, x_{p-1}, y) \in R.$$

При этом p-эквивалентность R называется квазиполной, если выполняется условие

(T_4) для любых элементов $x_1, \ldots, x_p \in X$, удовлетворяющих условию $(x_1, \ldots, x_p, x_p) \in R$, найдётся такой отличный от всех них элемент $x \in X$, что $(x_1, \ldots, x_p, x) \in R$.

Легко проверяется следующий результат.

Лемма 2.3. *Пусть X — произвольное непустое множество, p — некоторое натуральное число и R — p-эквивалентность на множестве X. Тогда справедливы следующие утверждения*:

1) *если $(x_1, \ldots, x_p, x_{p+1}) \in R$, то имеет место включение*
$$\{x_1, \ldots, x_p, x_{p+1}\}^{p+1} \subset R;$$

2) *если для некоторых попарно различных элементов $x_1, \ldots, x_p \in X$ и некоторого натурального n при всех $i = \overline{1,n}$ выполняется условие $(x_1, \ldots, x_p, y_i) \in R$, то имеет место включение*
$$\{x_1, \ldots, x_p, y_1, \ldots, y_n\}^{p+1} \subset R.$$

Теорема 2.4. *Пусть X — произвольное непустое множество, p — некоторое натуральное число, R — квазиполная p-эквивалентность на множестве X и L — множество всех максимальных R-связных множеств. Тогда алгебраическая система $H = (X, L)$ является эффективным гиперграфом с p-определимыми рёбрами, таким что $B_p(H) = R$.*

Доказательство. Пусть выполнены условия теоремы.

По свойству (T_1) отношения R для любого $x \in X$ выполняется условие $(x, \ldots, x, x) \in R$. Это означает, что множество $\{x\}$ является R-связным. По лемме 2.1 любое R-связное множество включается в некоторое максимальное R-связное множество $l \subset X$, которое по построению гиперграфа H является его ребром. Таким образом, всякая вершина гиперграфа H принадлежит некоторому его ребру, т. е. гиперграф H эффективный.

Рассмотрим произвольное ребро $l \in L$. Так как все одноэлементные подмножества множества X являются R-связными множествами, то $l \neq \varnothing$. Покажем, что для ребра l выполняется неравенство $|l| > p$. Предположим, что $\{x_1, \ldots, x_k\} \subset l$ для некоторого натурального k. Если $k = p + 1$, то ребро l содержит по меньшей мере $p + 1$ различных вершин, т. е. $|l| > p$. Если же $k < p + 1$, то по построению множества рёбер гиперграфа H выполняется условие $(x_1, \ldots, \underline{x_k, \ldots, x_k}) \in R$. По свойству (T_4) найдётся такой отличный от всех x_i $(i = \overline{1,k})$ элемент $x_{k+1} \in X$, что $(x_1, \ldots, x_k, \ldots, x_k, x_{k+1}) \in R$. Таким образом, ребро l содержит по меньшей мере ещё одну вершину x_{k+1}, т. е. $l = \{x_1, \ldots, x_k, x_{k+1}\}$. Продолжаем этот процесс, пока не получим $p+1$ вершин в ребре l.

Таким образом, каждое ребро l гиперграфа H содержит по меньшей мере $p + 1$ вершин.

Предположим, что рёбра $l, l_1 \in L$ гиперграфа H имеют p общих вершин $a_1, \ldots, a_p$. Рассмотрим произвольную вершину $x \in l_1$ и покажем, что множество $Y = l \cup \{x\}$ R-связное, т. е. выполняется включение $Y^{p+1} \subset R$. Для этого достаточно убедиться, что $(x_1, \ldots, x_p, x) \in R$ при любых $x_1, \ldots, x_p \in l$. Поскольку $a_1, \ldots, a_p, x_1, \ldots, x_p \in l$, по построению множества рёбер гиперграфа H выполняется условие
$$\{a_1, \ldots, a_p, x_1, \ldots, x_p\}^{p+1} \subset R.$$

С другой стороны, имеем $a_1, \ldots, a_p, x \in l_1$, т. е. выполняется условие

$$\{a_1, \ldots, a_p, x\}^{p+1} \subset R.$$

Таким образом, получаем, что

$$(a_1, \ldots, a_p, x) \in R, \quad (a_1, \ldots, a_p, x_i) \in R \text{ для всех } i = \overline{1, p}.$$

Тогда по лемме 2.3 выполняется включение

$$\{a_1, \ldots, a_p, x_1, \ldots, x_p, x\}^{p+1} \subset R.$$

Следовательно, $(x_1, \ldots, x_p, x) \in R$, и множество Y R-связное. Так как $l \subset Y$ и по построению гиперграфа H l является максимальным R-связным множеством, то $Y = l$ и, в частности, $x \in l$. В силу произвольности элемента $x \in l_1$ отсюда следует, что $l_1 \subset l$, и значит, $l_1 = l$, так как по построению гиперграфа H l_1 является максимальным R-связным множеством. Таким образом, любые p вершин гиперграфа H содержатся не более чем в одном его ребре.

Значит, гиперграф H является эффективным гиперграфом с p-определимыми рёбрами.

Осталось заметить, что для любых $x_1, \ldots, x_{p+1} \in X$ условие $(x_1, \ldots, x_{p+1}) \in$ $\in R$ равносильно тому, что множество $\{x_1, \ldots, x_{p+1}\}$ является ограниченным в гиперграфе H, т. е. выполняется равенство $R = B_p(H)$. Теорема доказана. □

Пусть X — произвольное непустое множество, p — натуральное число и S — произвольная полугруппа преобразований множества X. Согласно [4], полугруппа S определяет на X следующие канонические $(p+1)$-арные отношения:

$$\delta_p = \bigcup \{\varphi^{p+1} \colon \varphi \in S\},$$
$$R_p = \{(x_1, \ldots, x_p, x_{p+1}) \in X^{p+1} \colon X^{p+1} \setminus \Delta_X(p+1) \subset \delta_p^{-1}(x_1, \ldots, x_p, x_{p+1})\},$$

где

$$\Delta_X(n) = \{(x_1, \ldots, x_n) \in X^n \colon x_i = x_j \text{ для некоторых } 1 \leqslant i \neq j \leqslant n\}.$$

Алгебраическая система $M = (X, R_p)$ называется каноническим релятивом полугруппы S и обозначается $M_p(S)$ или просто M_p.

Эндоморфизмом $(p+1)$-арного релятива $M = (X, R_p)$ называется преобразование φ множества X, которое при любых значениях $x_1, \ldots, x_p, x_{p+1} \in X$ удовлетворяет условию

$$(x_1, \ldots, x_p, x_{p+1}) \in R_p \implies \big(\varphi(x_1), \ldots, \varphi(x_p), \varphi(x_{p+1})\big) \in R_p.$$

Множество всех эндоморфизмов релятива M с операцией композиции образует полугруппу $\operatorname{End} M$.

Легко проверяется следующий результат.

Лемма 2.5. *Для любой полугруппы S преобразований множества X каждое преобразование $\varphi \in S$ является эндоморфизмом канонического релятива M_p.*

3. Основная теорема

Пусть S — произвольная полугруппа преобразований множества X. Полугруппу S условимся называть n-ограниченно замкнутой, если она удовлетворяет следующему условию: полугруппа S содержит все такие преобразования φ множества X, что для любого n-элементного R_p-ограниченного множества $Y \subset X$ при некотором $\psi \in S$ выполняется равенство $\varphi|Y = \psi|Y$.

Пусть $A = (X, S, \delta)$ — автомат без равнодействующих входных сигналов, т. е. для любых $s, t \in S$, $s \neq t$, выполняется $\delta_s \neq \delta_t$. В этом случае действие входного сигнала $s \in S$ полностью определяется действием отображения δ_s и можно отождествить входной сигнал s с таким отображением δ_s.

Теорема 3.1. *Автомат $A = (X, S, \delta)$ без равнодействующих входных сигналов в том и только том случае будет универсальным гиперграфическим автоматом $\mathrm{Atm}(H) = (H, \mathrm{End}\, H, \delta)$ для некоторого эффективного гиперграфа с p-определимыми рёбрами $H = (X, L)$, если его полугруппа входных сигналов S является $(p+1)$-ограниченно замкнутой полугруппой и её каноническое отношение R_p является квазиполной p-эквивалентностью на множестве X.*

Доказательство. Пусть S — полугруппа входных сигналов универсального гиперграфического автомата $\mathrm{Atm}(H)$, где $H = (X, L)$ — некоторый эффективный гиперграф с p-определимыми рёбрами. Это значит, что $S = \mathrm{End}\, H$.

Если множество вершин $Y = \{x_1, \ldots, x_{p+1}\}$ гиперграфа $H = (X, L)$ содержится в некотором его ребре $l \in L$, любое отображение множества X в множество Y является эндоморфизмом гиперграфа H, и значит, по определению канонических отношений $(x_1, \ldots, x_{p+1}) \in R_p$. Следовательно, $B_p(H) \subset R_p$. Рассмотрим произвольное ребро l гиперграфа H. По условию l содержит по крайней мере $p+1$ попарно различных вершин $y_1, \ldots, y_p, y_{p+1}$. С другой стороны, пусть $(x_1, \ldots, x_{p+1}) \in R_p$. Тогда по определению канонических отношений при некотором $\varphi \in \mathrm{End}\, H$ выполняются условия $\varphi(y_i) = x_i$ для всех $i = 1, \ldots, p+1$. Следовательно, по определению эндоморфизма гиперграфа множество вершин $\{x_1, \ldots, x_{p+1}\}$ является ограниченным в гиперграфе H, т. е. $(x_1, \ldots, x_{p+1}) \in B_p(H)$. Значит, $B_p(H) = R_p$.

Так как отношение $(p+1)$-ограниченности вершин $B_p(H)$ гиперграфа H удовлетворяет условиям 1)—4) леммы 2.2, то для канонического отношения R_p полугруппы эндоморфизмов S выполняются условия (T_1)—(T_4). Значит, каноническое отношение R_p является квазиполной p-эквивалентностью на множестве X.

Осталось проверить, что полугруппа S является $(p+1)$-ограниченно замкнутой. Пусть φ — такое преобразование множества X, что для любого $(p+1)$-элементного множества вершин $Y \subset X$ при некотором $\psi \in S$ выполняется $\varphi|Y = \psi|Y$. Убедимся, что φ является эндоморфизмом гиперграфа H, т. е. $\varphi \in S$. Рассмотрим произвольное ребро $l \in L$ этого гиперграфа и обозначим $Y = \varphi(l)$.

Если $|Y| \leqslant p$, то $Y = \{x_1, \ldots, x_k\}$ для некоторого $k \leqslant p$. В этом случае найдутся такие $a_1, \ldots, a_k \in l$, что $\varphi(a_i) = x_i$ для всех $i = 1, \ldots, k$. В ребре l можно выбрать $a_{k+1}, \ldots, a_{p+1}$ так, что получим $p+1$ вершин $a_1, \ldots, a_{p+1} \in l$. Тогда по нашему предположению для $(p+1)$-элементного множества вершин $\{a_1, \ldots, a_{p+1}\}$ при некотором $\psi \in S$ выполняется равенство $\varphi(a_i) = \psi(a_i)$ для всех $i = 1, \ldots, p+1$. С другой стороны, для эндоморфизма ψ найдётся такое ребро $l' \in L$, что $\psi(l) \subset l'$. Так как $\varphi(l) = Y$ и $Y \subset \psi(l)$, то выполняется условие $\varphi(l) \subset l'$.

Если же $|Y| > p$, то в множестве Y найдётся $p+1$ вершин $x_1, \ldots, x_p, x_{p+1}$. Как и в предыдущем случае, найдутся такие $p+1$ вершин $a_1, \ldots, a_p, a_{p+1} \in l$, что $x_i = \varphi(a_i)$ для всех $i = 1, \ldots, p, p+1$ и при некотором $\psi \in S$ выполняются равенства $\varphi(a_i) = \psi(a_i)$ для всех $i = 1, \ldots, p, p+1$. Кроме того, для эндоморфизма ψ найдётся такое ребро $l' \in L$, что $\psi(l) \subset l'$. В этом случае $p+1$ вершин $x_1, \ldots, x_p, x_{p+1}$ принадлежат ребру l', которое по определению гиперграфа с p-определимыми рёбрами однозначно определяется своими p попарно различными вершинами $x_1, \ldots, x_p \in Y$. Так как проведённые рассуждения не зависят от выбора элемента $x_{p+1} \in Y$, то $Y \subset l'$. Следовательно, в этом случае для ребра $l' \in L$ также выполняется условие $\varphi(l) \subset l'$. Таким образом, преобразование φ является эндоморфизмом гиперграфа H.

Обратно, пусть полугруппа S является $(p+1)$-ограниченно замкнутой полугруппой преобразований множества X, а её каноническое отношение R_p является квазиполной p-эквивалентностью на множестве X, т. е. удовлетворяет условиям (T_1)—(T_4). Тогда в силу леммы 2.4 для множества всех максимальных R_p-связных множеств L алгебраическая система $H = (X, L)$ является эффективным гиперграфом с p-определимыми рёбрами, причём имеет место равенство $B_p(H) = R_p$.

Убедимся, что $S = \operatorname{End} H$. Пусть $\psi \in S$. По построению гиперграфа H для любого $l \in L$ выполняется условие $l^{p+1} \subset R_p$. По лемме 2.5 для множества $\psi(l)$ выполняются соотношения

$$\big(\psi(l)\big)^{p+1} = \psi^{p+1}(l^{p+1}) \subset \psi^{p+1}(R_p) \subset R_p.$$

Это означает, что $\psi(l)$ является R_p-связным множеством в гиперграфе H. Такое множество включается в некоторое максимальное R_p-связное множество l', которое по построению гиперграфа H является его ребром. Таким образом, $\psi(l) \subset l'$ для некоторого $l' \in L$. Это означает, что преобразование ψ является эндоморфизмом гиперграфа H, т. е. выполняется включение $S \subset \operatorname{End} H$.

С другой стороны, пусть $\psi \in \operatorname{End} H$. Рассмотрим $(p+1)$-элементное ограниченное множество вершин $Y = \{a_1, \ldots, a_p, a_{p+1}\}$. Тогда по построению $(a_1, \ldots, a_p, a_{p+1}) \in R_p$. Поскольку ψ является эндоморфизмом гиперграфа H, то

$$\big(\psi(a_1), \ldots, \psi(a_p), \psi(a_{p+1})\big) \in R_p.$$

По определению канонического отношения R_p найдётся такое преобразование $\varphi \in S$, что $\varphi(a_i) = \psi(a_i)$ для всех $i = 1, \ldots, p, p+1$.

Таким образом, для $(p+1)$-элементного множества вершин Y при некотором $\varphi \in S$ выполняется равенство $\varphi|Y = \psi|Y$. Поскольку полугруппа S является $(p+1)$-ограниченно замкнутой, то она содержит преобразование ψ, т. е. $\psi \in S$. Это означает, что $S = \mathrm{End}\, H$.

Таким образом, S является полугруппой входных сигналов универсального гиперграфического автомата $\mathrm{Atm}(H) = (H, \mathrm{End}\, H, \delta)$ для некоторого эффективного гиперграфа с p-определимыми рёбрами $H = (X, L)$. Теорема доказана. $\square$

Литература

[1] Зыков А. А. Гиперграфы // Успехи мат. наук. — 1974. — Т. 29, № 6. — С. 89—154.

[2] Молчанов А. В. Об определяемости гиперграфических автоматов их выходными функциями // Теоретические проблемы информатики и её приложений. Вып. 2. — Саратов, 1998. — С. 74—84.

[3] Молчанов А. В. Полугруппы эндоморфизмов слабых p-гиперграфов // Изв. высш. учебн. завед. Математика. — 2000. — № 3 (454). — С. 80—83.

[4] Плоткин Б. И., Гринглаз Л. Я., Гварамия А. А. Элементы алгебраической теории автоматов. — М.: Высшая школа, 1994.

[5] Хворостухина Е. В. О конкретной характеризации универсальных гиперграфических автоматов // Междунар. алгебраическая конф., посвящ. 100-летию со дня рождения А. Г. Куроша. Тезисы докладов. — М., 2008. — С. 241—242.