

# Математическое моделирование промышленного электролиза алюминия

Р. Н. КУЗЬМИН, Н. П. САВЕНКОВА, А. Ю. МОКИН

Московский государственный университет  
им. М. В. Ломоносова  
e-mail: kuzmin\_runar@mail.ru

УДК 537.84

**Ключевые слова:** алюминиевый электролизёр, магнитная гидродинамика, математическое моделирование, стабильность, поверхность раздела сред.

## Аннотация

В настоящей статье численно исследуются сложные нестационарные и тесно связанные между собой гидродинамические и электромагнитные процессы, протекающие в промышленной алюминиевой электролизной ванне. Представленные в статье математические модели соответствуют реальной геометрии и промышленным условиям проведения электролиза алюминия. Математическое моделирование проводится одновременно в средах электролита и алюминия, связанных между собой вязким трением, поэтому разработанные авторами модели обладают высокой степенью адекватности, чем и объясняется хорошее совпадение результатов численного расчёта с известными авторам технологическими данными. Работа наглядно демонстрирует широкие возможности использования представленного вычислительного комплекса для изучения последствий неполадок в ванне и их предотвращения, а также для совершенствования геометрии ванны и самого процесса управления процессом электролиза с целью повышения эффективности промышленного получения алюминия, увеличения выхода металла по току и понижения затрат на производство этого дорогостоящего металла.

## Abstract

*R. N. Kuz'min, N. P. Savenkova, A. Ju. Mokin, Mathematical modeling of industrial aluminum electrolysis, Fundamentalnaya i prikladnaya matematika, vol. 15 (2009), no. 6, pp. 51–61.*

The problem of aluminum electrolysis is discussed. The mathematical model of industrial electrolyzer, presented in the paper is written in the assumption of the electrolyte and metal media immiscibility. In the basis of mathematical statement there is a three-dimensional, nonstationary, and nonlinear system of the magnetic hydrodynamics equations which is written separately in the medium of aluminum and in the medium of electrolyte with the geometry account of wall accretion, skull and arrangement of anodes. The proposed system allows one to model various forms of anodes, number of anodes in a bath and their sizes. Interfaces of media are connected by a viscous friction. Initial values of speeds and electromagnetic fields in the media and the medium interface are considered as the set. On the skull, bottom, and anodes the attachment conditions are set. A speed of change of a magnetic field in the metal and electrolyte on the interface is considered zero. In the basis of a numerical method of the equations system solution there is a well-proved method of division over physical processes. The analysis of the numerical experiment results has shown that it is really possible to allocate "a middle" layer for modeling of the

*Фундаментальная и прикладная математика*, 2009, том 15, № 6, с. 51–61.

© 2009 Центр новых информационных технологий МГУ,  
Издательский дом «Открытые системы»

electrolysis process. The proposed model allows to investigate media behavior at occurrence of long anode effect due to sharp reduction of electric conductivity of the electrolyte and subsequent sharp growth of the electric field strength. It is also possible to model occurrence of a hot course of a bath.

Задача повышения эффективности получения алюминия в промышленном производстве и совершенствования конструкции электролизной ванны решается уже более столетия. В последнее десятилетие стало очевидно, что одними лабораторными и технологическими испытаниями здесь не обойтись. Замеры тех или иных параметров динамического процесса электролиза в ванне проводятся чрезвычайно грубо, так как среда в ванне является сильно агрессивной: электрохимические процессы протекают при температуре 960 градусов Цельсия. Поэтому исследование магнитной гидродинамики стабильности ванны, которая во многом определяется колебанием поверхности раздела среды алюминия и электролита, эффективно проводить при помощи математического моделирования, причём желательно в реальном времени и с учётом реальной геометрии ванны, технологических условий проведения электролиза, электрохимических реакций и многофазности среды электролита, т. е. при помощи достаточно быстрого по времени математического моделирования высокой степени адекватности. Подобное моделирование ведётся во многих странах мира, программы внедряются в автоматизированные системы управления технологическим процессом на производстве, однако задача повышения эффективности производства алюминия до сих пор не решена. Причина этого кроется в недостаточной степени адекватности математического моделирования. Обычно моделируются отдельные нестационарные процессы (например, распределение токов, электромагнитных полей или распределение скоростей в жидком металле, а также в расплаве электролита) без взаимосвязи друг с другом или не учитывается множественность и расположение анодов (вместо этого рассматривается всего один анод). Не учитывается реальная геометрия ванны (гарнисаж, подина и т. д.) и реальное распределение токов по анодам. Иногда не учитываются индуцированные токи. Не учитываются электрохимические реакции, протекающие в ванне. Всё это объясняется не только сложностью соответствующего математического моделирования, но и увеличением времени численного расчёта, что не позволяет использовать программы в автоматизированных системах управления технологическим процессом.

Однако существуют и чисто математические причины неэффективности использования современных автоматизированных систем управления технологическим процессом на производстве. Одна из них заключается в несовершенстве критериев стабильности магнитной гидродинамики. Наиболее популярным и используемым в настоящее время критерием является условие Бояревича—Ромерио. Однако этому критерию свойственна неоднозначность выбора ведущих мод, что снижает его эффективность.

Математическая модель промышленного алюминиевого электролизёра, разработанная авторами в [1, 2], основывалась на осреднённых по глубине ванны

уравнениях Навье—Стокса. Это позволило выполнить достаточно быстрый двумерный численный расчёт распределения трёх компонент скоростей, электромагнитных полей и токов в некотором среднем слое алюминия и электролита. Была вычислена поверхность раздела сред. Моделирование проводилось с учётом реальной геометрии отдельно в каждой из сред, при этом считалось, что среды на границе раздела связаны вязким трением. Было осуществлено сравнение полученных численных результатов с известными технологическими данными по конкретной ванне.

Остаётся вопрос, можно ли считать, что распределение искомых величин (скорости, электромагнитных полей) по глубине ванны слабо меняется. Глубина расплава всего 40 сантиметров. Процессы по вертикали в обеих средах по данным технологов изменяются незначительно, однако точное математическое обоснование этого факта отсутствовало. Было решено ответить на поставленный вопрос, проведя достаточно адекватное трёхмерное математическое моделирование. Ниже приводится схематическое изображение алюминиевого электролизёра.

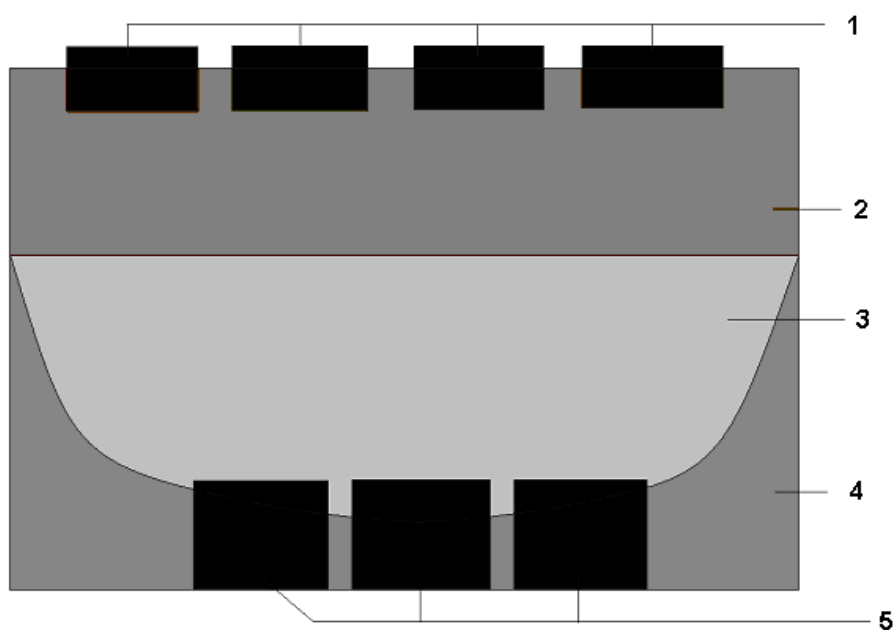


Рис. 1. Схема алюминиевого электролизёра.  
1 — анодные блоки; 2 — электролит; 3 — жидкий металл;  
4 — насыль и гарнисаж; 5 — подовые блоки

Катодное устройство размещается в стальном корпусе, основная часть которого находится ниже уровня пола, что сделано для уменьшения тепловых потерь

( $t = 960$  °C). Длина кожуха приблизительно 17 м, ширина 4,3 м, высота 1,2 м. Толщина стенок кожуха порядка 20 мм. Внутренняя поверхность дна, части боковых стенок футерованы теплоизоляционными и огнеупорными материалами, не проводящими ток. На огнеупорные материалы укладываются блоки из углеродистых материалов: подовые блоки, которые проводят электрический ток. Подовый блок имеет высоту 400 мм, ширину 550 мм. Блоки укладываются параллельно ширине кожуха. В один ряд укладывают один блок. Между рядами блоков оставляют пространство, которое заполняют подовой, электропроводящей массой из углеродистых материалов.

Анодное устройство представляет собой массив из двух рядов блоков из углеродистых материалов, которые служат анодами при работе электролизёра. В моделируемом электролизёре таких блоков 40 штук. Между анодным массивом и подовыми блоками расположена зона расплавов. На подовых блоках находится слой алюминия высотой от 20 до 30 см, служащий катодом электролизёра, на алюминии — расплав смеси фторидов с растворённым в нём глинозёмом, слой толщиной 20—22 см. Анодные блоки погружены в электролит на глубину порядка 15 см.

В основе математической постановки задачи — трёхмерная нестационарная нелинейная система уравнений магнитной гидродинамики (1), которая выписывается отдельно в среде алюминия и в среде электролита с учётом геометрии настыля, гарнисажа и расположения анодов. Границы раздела сред связаны вязким трением. Начальное значение скоростей и электромагнитных полей в средах и границы раздела сред считаются заданными. На гарнисаже, подине и анодах заданы условия прилипания. Скорость изменения магнитного поля в металле и электролите на границе считается нулевой.

Введём следующие обозначения:

- $u$  — скорость по оси  $x$ ;
- $v$  — скорость по оси  $y$ ,
- $w$  — скорость по оси  $z$ ,
- $Q$  — скорость осаждения единицы массы металла;
- $\mu$  — коэффициент вязкости среды;
- $p$  — давление;
- $h_0(x, y)$  — настыль, гарнисаж;
- $h_1(x, y)$  — геометрия анодов;
- $h(x, y, t)$  — граница раздела сред алюминия и электролита;
- $\rho$  — плотность среды (считается постоянной);
- $h_{ал}$  — глубина слоя алюминия;
- $h_{эл}$  — глубина слоя электролита;
- $H = h_{ал} + h_{эл}$  — постоянная величина;
- $x \in [0, a]$ ,  $y \in [0, b]$ ,  $h_{ал} \in [h_0, h]$ ,  $h_{эл} \in [h, h_1]$ ;
- $\vec{V} = \vec{V}(x, y, z) = (U(x, y, z), V, W)$ .

Рассмотрим классическую трёхмерную систему уравнений магнитной гидродинамики отдельно для каждой из сред электролита и алюминия:

$$\begin{aligned}
 \frac{\partial \rho}{\partial t} + \operatorname{div}(\rho \vec{V}) &= Q, \\
 \frac{\partial \rho u}{\partial t} + \operatorname{div}(\rho u \vec{V}) &= -\frac{\partial p}{\partial x} + \operatorname{div}(\mu \operatorname{grad} u) + f_x, \\
 \frac{\partial \rho v}{\partial t} + \operatorname{div}(\rho v \vec{V}) &= -\frac{\partial p}{\partial y} + \operatorname{div}(\mu \operatorname{grad} v) + f_y, \\
 \frac{\partial \rho w}{\partial t} + \operatorname{div}(\rho w \vec{V}) &= -\frac{\partial p}{\partial z} + \operatorname{div}(\mu \operatorname{grad} w) - \rho g + f_z, \\
 \frac{\partial \rho \varepsilon}{\partial t} + \operatorname{div}(\rho \varepsilon \vec{V}) &= -p \operatorname{div} \vec{V} + \operatorname{div}(k \operatorname{grad} T) + \operatorname{div}(k_T \operatorname{grad} \varepsilon) + f_T, \\
 p(\rho, T) &= 0, \\
 \frac{\partial \vec{H}}{\partial t} &= \operatorname{rot}[\vec{V} \times \vec{H}] - \operatorname{rot}(\nu_m \operatorname{rot} \vec{H}), \\
 \operatorname{div} \vec{H} &= 0, \\
 \vec{f} &= \frac{1}{c}(\vec{j} \times \vec{H}).
 \end{aligned} \tag{1}$$

Математическая модель промышленного электролизёра, представленная в этой работе, написана в предположении несмешиваемости сред электролита и металла. Поэтому система типа (1) выписывается отдельно для каждой из сред, при этом сами среды связаны между собой посредством вязкого трения. Поскольку на каждом временном шаге расчёта поверхность границы раздела сред меняет свою конфигурацию, численное решение системы в среде алюминия и электролита приходится производить на следующем шаге по времени уже в новой области, при этом вводить новую сетку расчёта и, возможно, изменять её размер. Кроме того, возникает необходимость разрабатывать алгоритм получения границы раздела  $h(x, y, t)$ . Для того чтобы избежать перечисленных трудностей, предлагается выполнить следующую замену переменных, которая позволит получать решение в фиксированной области, а именно в прямоугольном параллелепипеде высоты 1 в каждой из сред, а сама граница раздела  $h(x, y)$  будет получена как решение системы уравнений в новых координатах.

Для среды алюминия сделаем следующую замену переменных:

$$\begin{aligned}
 x_1 &= x, & 0 \leq x_1 \leq a, \\
 x_2 &= y, & 0 \leq x_2 \leq b, \\
 x_3 &= \frac{z - h_0(x, y)}{h(x, y, t) - h_0(x, y)}, & 0 \leq x_3 \leq 1, \\
 t_1 &= t, & 0 \leq t \leq T.
 \end{aligned}$$

Проведём аналогичную замену для среды электролита:

$$\begin{aligned} x_1 &= x, & 0 \leq x_1 \leq a, \\ x_2 &= y, & 0 \leq x_2 \leq b, \\ x_3 &= \frac{h_1(x, y) - z}{h_1(x, y) - h(x, y, t)}, & 0 \leq x_3 \leq 1, \\ t_1 &= t, & 0 \leq t \leq T. \end{aligned}$$

Выполнив пересчёт дифференциальных операторов в системе (1), получим новую систему уравнений, которая выписывается отдельно для среды алюминия и среды электролита:

$$\begin{aligned} \frac{\partial u}{\partial x_1} + \frac{\partial v}{\partial x_2} + \frac{\partial \tilde{w}}{\partial x_3} &= \pm Q, \\ \rho \frac{\partial u}{\partial t_1} + \rho \frac{\partial u^2}{\partial x_1} + \rho \frac{\partial uv}{\partial x_2} + \rho \frac{\partial u\tilde{w}}{\partial x_3} &= -\frac{\partial p}{\partial x_1} + f_{x_1} + \mu \tilde{\Delta} u + \Psi_1, \\ \rho \frac{\partial v}{\partial t_1} + \rho \frac{\partial uv}{\partial x_1} + \rho \frac{\partial v^2}{\partial x_2} + \rho \frac{\partial v\tilde{w}}{\partial x_3} &= -\frac{\partial p}{\partial x_2} + f_{x_2} + \mu \tilde{\Delta} v + \Psi_2, \\ \rho \frac{\partial w}{\partial t_1} + \rho \frac{\partial wu}{\partial x_1} + \rho \frac{\partial wv}{\partial x_2} + \rho \frac{\partial w\tilde{w}}{\partial x_3} &= \mp \frac{1}{h_{ал,эл}} \frac{\partial p}{\partial x_3} + f_{x_3} + \mu \tilde{\Delta} w - \rho g + \Psi_3, \end{aligned} \quad (2)$$

где

$$\begin{aligned} \tilde{w} &= d_1 u + d_2 v + \frac{w}{h}, \quad \tilde{\Delta} = \frac{\partial^2}{\partial x_1^2} + \frac{\partial^2}{\partial x_2^2} + \left( d_1^2 + d_2^2 + \frac{1}{h^2} \right) \frac{\partial^2}{\partial x_3^2}, \\ \Psi_1 &= 2\mu \left( d_1 \frac{\partial^2 u}{\partial x_1 \partial x_3} + d_2 \frac{\partial^2 u}{\partial x_2 \partial x_3} \right) + \frac{\partial}{\partial x_3} \left( -\rho u \frac{x_3}{h} \frac{\partial h}{\partial t_1} - d_1 p + K u \right), \\ \Psi_2 &= 2\mu \left( d_1 \frac{\partial^2 v}{\partial x_1 \partial x_3} + d_2 \frac{\partial^2 v}{\partial x_2 \partial x_3} \right) + \frac{\partial}{\partial x_3} \left( -\rho v \frac{x_3}{h} \frac{\partial h}{\partial t_1} - d_2 p + K v \right), \\ \Psi_3 &= 2\mu \left( d_1 \frac{\partial^2 w}{\partial x_1 \partial x_3} + d_2 \frac{\partial^2 w}{\partial x_2 \partial x_3} \right) + \frac{\partial}{\partial x_3} \left( -\rho w \frac{x_3}{h} \frac{\partial h}{\partial t_1} + K w \right), \end{aligned} \quad (3)$$

а также

$$\begin{aligned} d_1 &= h^{-1} \left( -\frac{\partial h_0}{\partial x_1} - x_3 \frac{\partial h}{\partial x_1} \right), \quad d_2 = h^{-1} \left( -\frac{\partial h_0}{\partial x_2} - x_3 \frac{\partial h}{\partial x_2} \right), \\ K &= \mu \left( \frac{\partial d_1}{\partial x_1} + \frac{\partial d_2}{\partial x_2} + \frac{\partial}{\partial x_3} (d_1^2 + d_2^2) \right). \end{aligned} \quad (4)$$

На границе раздела сред алюминия и электролита выписываются уравнения, учитывающие вязкое трение, посредством которого среды связаны между собой:

$$\begin{aligned}
 \rho_{\text{эл}} \frac{\partial u_{\text{эл}}}{\partial t_1} &= -\frac{1}{2} \mu (\rho_{\text{эл}} + \rho_{\text{ал}}) (u_{\text{эл}} - u_{\text{ал}}) \sqrt{(u_{\text{эл}} - u_{\text{ал}})^2 + (v_{\text{эл}} - v_{\text{ал}})^2 + (\tilde{w}_{\text{эл}} - \tilde{w}_{\text{ал}})^2}, \\
 \rho_{\text{эл}} \frac{\partial v_{\text{эл}}}{\partial t_1} &= -\frac{1}{2} \mu (\rho_{\text{эл}} + \rho_{\text{ал}}) (v_{\text{эл}} - v_{\text{ал}}) \sqrt{(u_{\text{эл}} - u_{\text{ал}})^2 + (v_{\text{эл}} - v_{\text{ал}})^2 + (\tilde{w}_{\text{эл}} - \tilde{w}_{\text{ал}})^2}, \\
 \rho_{\text{эл}} \frac{\partial \tilde{w}_{\text{эл}}}{\partial t_1} &= -\frac{1}{2} \mu (\rho_{\text{эл}} + \rho_{\text{ал}}) (\tilde{w}_{\text{эл}} - \tilde{w}_{\text{ал}}) \sqrt{(u_{\text{эл}} - u_{\text{ал}})^2 + (v_{\text{эл}} - v_{\text{ал}})^2 + (\tilde{w}_{\text{эл}} - \tilde{w}_{\text{ал}})^2}, \\
 \rho_{\text{ал}} \frac{\partial u_{\text{ал}}}{\partial t_1} &= -\frac{1}{2} \mu (\rho_{\text{эл}} + \rho_{\text{ал}}) (u_{\text{эл}} - u_{\text{ал}}) \sqrt{(u_{\text{эл}} - u_{\text{ал}})^2 + (v_{\text{эл}} - v_{\text{ал}})^2 + (\tilde{w}_{\text{эл}} - \tilde{w}_{\text{ал}})^2}, \\
 \rho_{\text{ал}} \frac{\partial v_{\text{ал}}}{\partial t_1} &= -\frac{1}{2} \mu (\rho_{\text{эл}} + \rho_{\text{ал}}) (v_{\text{эл}} - v_{\text{ал}}) \sqrt{(u_{\text{эл}} - u_{\text{ал}})^2 + (v_{\text{эл}} - v_{\text{ал}})^2 + (\tilde{w}_{\text{эл}} - \tilde{w}_{\text{ал}})^2}, \\
 \rho_{\text{ал}} \frac{\partial \tilde{w}_{\text{ал}}}{\partial t_1} &= -\frac{1}{2} \mu (\rho_{\text{эл}} + \rho_{\text{ал}}) (\tilde{w}_{\text{эл}} - \tilde{w}_{\text{ал}}) \sqrt{(u_{\text{эл}} - u_{\text{ал}})^2 + (v_{\text{эл}} - v_{\text{ал}})^2 + (\tilde{w}_{\text{эл}} - \tilde{w}_{\text{ал}})^2}.
 \end{aligned}$$

Для границы раздела сред  $h(x, y, t)$  авторами разработано кинематическое уравнение, начальным условием для которого служит граница раздела, вычисленная на предыдущем шаге по времени:

$$\begin{aligned}
 \frac{\partial h_{\text{ал}}}{\partial t} &= \alpha \left( \frac{\partial u_{\text{эл}}}{\partial x_1} + \frac{\partial v_{\text{эл}}}{\partial x_1} + \frac{\partial \tilde{w}_{\text{эл}}}{\partial x_1} \right) + \beta \left( \frac{\partial u_{\text{эл}}}{\partial x_2} + \frac{\partial v_{\text{эл}}}{\partial x_2} + \frac{\partial \tilde{w}_{\text{эл}}}{\partial x_2} \right) + \\
 &\quad + \gamma \left( \frac{\partial u_{\text{эл}}}{\partial x_3} + \frac{\partial v_{\text{эл}}}{\partial x_3} + \frac{\partial \tilde{w}_{\text{эл}}}{\partial x_3} \right), \quad \alpha, \beta, \gamma \in (0, 1).
 \end{aligned}$$

В основе численного метода решения системы уравнений (2)–(4) лежит хорошо зарекомендовавший себя метод разделения по физическим процессам. При этом задача разбивается на 13 этапов, каждый из которых решается разностным методом, а его результаты используются как начальные данные для следующего этапа.

Рассмотрим одномерный «срез» трёхмерной модели (2)–(4). Для этого предположим, что никакие переменные системы не зависят от координат  $x_1$  и  $x_2$ . Получим упрощённую систему уравнений для сред алюминия и электролита, в которой плотности электромагнитных сил считаются известными.

Численное решение упрощённой системы в каждой точке плоскости  $(x, y)$  позволяет изучить распределения скоростей по осям  $x, y$  в средах алюминия и электролита в зависимости от глубины среды, которые представлены на рисунках 2, 3.

Проведя анализ зависимости скоростей  $u, v$  от глубины слоёв по всем точкам плоскости, видим, что в каждой из сред существует «средний слой», в котором скорости  $u, v$  изменяются слабо по глубине. Именно этот «средний слой» фигурирует в двумерной осреднённой по высоте модели алюминиевого электролизёра, изученной в [1, 2].

На рис. 4 приводятся распределение скоростей в среде алюминия, полученные по одномерному срезу модели (2)–(4).

Анализ результатов численного эксперимента, проведённого по упрощённой математической модели, показал, что в трёхмерной области моделирования, как

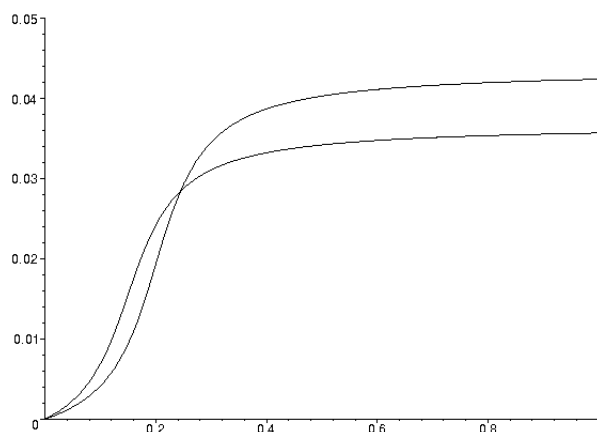


Рис. 2. Зависимость скоростей  $u$  и  $v$  от глубины  $x_3$  (по оси абсцисс) в среде алюминия в фиксированной точке плоскости (точка  $x_3 = 0$  соответствует подине ванны; верхний график в точке  $x_3 = 1$  соответствует скорости  $v$ , нижний —  $u$ )

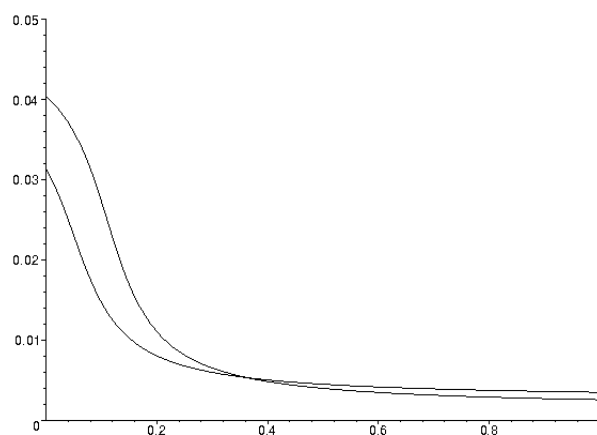


Рис. 3. Зависимость скоростей  $u$  и  $v$  от глубины  $x_3$  (по оси абсцисс) в среде электролита в фиксированной точке плоскости (точка  $x_3 = 1$  соответствует нижнему краю анода; нижний график в точке  $x_3 = 0$  соответствует скорости  $u$ , верхний —  $v$ )



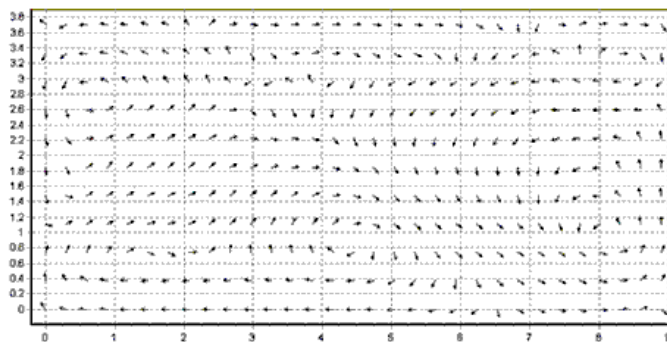


Рис. 4. Поле скоростей, полученное по модели (2)—(4) в среде алюминия

в среде алюминия, так и в среде электролита, действительно можно выделить «средний слой» для моделирования процесса электролиза, в котором достаточно двухмерного приближения.

Осреднённая двумерная математическая модель позволяет численно исследовать различные режимы работы ванн, следить за динамикой процессов в ванне при возникновении неполадок в её работе и предсказывать некоторые из них.

Неполадки в работе ванн — это такие расстройства процесса электролиза, которые приводят к снижению выхода по току и качества получаемого алюминия, к перерасходу электроэнергии и сырья, а также к более серьёзным последствиям: аварийному состоянию ванн, требующему выключения отдельных ванн и даже целой их группы.

К основным неполадкам в работе ванн могут быть отнесены следующие:

- 1) холодный ход ванны;
- 2) выпадение глинозёма на подину ванны;
- 3) затяжной, «негаснущий» анодный эффект;
- 4) горячий ход ванны.

Введём обозначение

$$\text{МПР} = \min_{(x,y)} (h_1(x,y) - h(x,y,t)).$$

Причинами холодного хода ванны может быть пониженная сила тока серии, малое МПР, а также большое количество металла в ванне. Предложенная модель позволяет моделировать изменение тока серии путём варьирования токов, входящих в каждый анод. Малое МПР и большое количество металла в ванне моделируются путём равномерного уменьшения толщины электролита  $h_{эл}$  по всей площади электролизёра и увеличения высоты металла  $h_{ал}$  соответственно.

Выпадение глинозёма на подину ванны возможно моделировать изменением конфигурации рабочего пространства (т. е.  $h_0$  и  $h_1$ ), однако в предложенной

модели при этом не учитывается изменение структуры электропроводности  $\sigma_1$ , которая в модели задана однородной для всей среды жидкого металла.

Предложенная модель позволяет моделировать поведение сред при возникновении затяжного анодного эффекта за счёт резкого уменьшения электрической проводимости электролита  $\sigma_2$  и последующего резкого роста напряжённости электрического поля  $E_2$ .

Возможны следующие причины горячего хода ванны:

- 1) чрезмерно малое МПР (избыточное тепло выделяется в рабочей зоне при обратном окислении алюминия);
- 2) сильно возросшее напряжение из-за увеличения МПР;
- 3) недостаточное количество алюминия в ванне;
- 4) анодный эффект;
- 5) перегрев электролита на каком-то участке (местный перегрев) при неравномерном распределении тока, вызванном сильным перепадом поверхности раздела металл—электролит.

Модель позволяет исследовать возникновение некоторых причин горячего хода ванны: МПР и количество алюминия в ванне задаются через высоту слоёв электролита  $h_{эл}$  и жидкого металла  $h_{ал}$ , неравномерное распределение поверхности раздела также задаётся через форму поверхности металла, при этом на отдельных участках растёт и плотность тока.

Сильный перепад поверхности раздела металл—электролит и местный перегрев могут возникнуть в следующих случаях:

- 1) нарушена параллельность между нижней поверхностью анодов и дном ванны из-за перекоса анодов после выливки алюминия и перетяжки рамы анодов;
- 2) анод неравномерно расходится из-за неоднородности материала, из которого он состоит, и в нижней его части образуется конус, который может так вырасти, что начнёт касаться алюминия;
- 3) анод замыкается с алюминием через обломившийся кусок анода или кусок подового блока, который не вынули из ванны;
- 4) анод касается настыли.

Предложенная система позволяет моделировать различные формы анодов, число анодов в ванне и их размеры. Также модель позволяет наблюдать процессы, происходящие при ликвидации горячего хода ванны, когда устраняют его возможную причину.

1. Если горячий ход произошёл из-за роста тока, то его снижают до нормального. Это возможно осуществить и на предложенной модели, для чего достаточно уменьшить токи, входящие в каждый анод.
2. Если увеличено напряжение из-за большого МПР, то аноды опускают. В численном эксперименте уровень погружения анодов задаётся высотой слоя электролита  $h_{эл}$ .

3. Если причиной горячего хода являются местные перегревы, то в первую очередь устраняют их причину (нарушение параллельности между нижней поверхностью анодов и дном ванны, конусообразная нижняя поверхность анода, замыкание анода с алюминием, касание анодом настыли). Математическая модель позволяет отслеживать поведение электролита вблизи этих участков, исследуя динамику распределения скоростей. Перекос анода возможно задать через функцию распределения анодов.

Таким образом, осреднённая двумерная модель позволяет проводить математический эксперимент по наблюдению работы ванны в случае возникновения большинства основных неполадок. При варьировании различных параметров, таких как последовательность замены анодов, форма и расположение анодов, конфигурация настыли, величины подводимых токов, возможно достижение повышения выхода по току и устранения неполадок в работе ванны. Практическое значение разработанной модели заключается в возможности проведения исследований по оптимизации технологического процесса электролиза алюминия в различных условиях с целью повышения эффективности производства. Несомненным достоинством двумерной модели является её быстрое действие по сравнению с трёхмерной моделью (2)—(4), хотя последняя модель обладает более высокой степенью адекватности.

Рассмотренная выше модель (2)—(4), по сути, основана на однофазном математическом моделировании в каждой из сред (алюминий и электролит), которые связаны между собой вязким трением. Более детальное исследование магнитно-гидродинамических процессов в электролизной ванне приводит к необходимости построения многофазных трёхмерных математических моделей.

## Литература

- [1] Алаторцев А. В., Кузьмин Р. Н., Проворова О. Г., Савенкова Н. П. Математическая модель магнитно-гидродинамических процессов в алюминиевом электролизёре // Тр. фак. ВМиК МГУ им. М. В. Ломоносова. — 2003. — № 15. — С. 46—61.
- [2] Алаторцев А. В., Кузьмин Р. Н., Проворова О. Г., Савенкова Н. П. Динамическая модель магнитно-гидродинамических процессов в алюминиевом электролизёре // Прикл. физ. — 2004. — № 5. — С. 33—42.

