

Взаимодействие электронного потока и электромагнитного поля в релятивистских черенковских генераторах

А. С. НИФАНОВ, А. И. СЛЕПКОВ

Московский государственный университет

им. М. В. Ломоносова

e-mail: slepkov@phys.msu.ru

УДК 621.385.6

Ключевые слова: релятивистская сильноточная электроника, релятивистские черенковские генераторы, численное моделирование, метод Галёркина.

Аннотация

Предложен метод численного анализа линейных и нелинейных нестационарных процессов в релятивистских черенковских генераторах на сверхразмерных периодических волноводах. Основной идеей является представление нерегулярного волновода в виде последовательности волновых трансформаторов и использование одного из вариантов метода поперечных сечений. Рассмотрена структура полей собственных волн периодического волновода с релятивистским сильноточным электронным потоком. Изучены процессы развития генерации в секции многоволнового релятивистского генератора. Показано, что частота генерации системы определяется продольными резонансами поверхностной волны и внутренними обратными связями.

Abstract

A. S. Nifanov, A. I. Slepko, The interaction of electron beams and electromagnetic fields in relativistic Cerenkov generators, Fundamentalnaya i prikladnaya matematika, vol. 15 (2009), no. 6, pp. 119–139.

A method of numerical analysis of linear and nonlinear nonstationary processes in relativistic Cerenkov generators based on periodic super-dimensional waveguides is proposed. The main idea consist in considering a nonregular waveguide as a sequence of wave transformers and using a cross sections method. The configurations of eigen-waves fields of periodic waveguide with high-current relativistic electron beam are considered. The processes of generation development in the section of relativistic multiwave generator is studied. We show that the system frequency is proved to determined by the longitudinal resonances of surface waves and internal feedback.

1. Введение

В различных областях науки и техники большое распространение получили мощные источники СВЧ-излучения: генераторы и усилители, основанные

Фундаментальная и прикладная математика, 2009, том 15, № 6, с. 119–139.

© 2009 *Центр новых информационных технологий МГУ,*

Издательский дом «Открытые системы»

на продольном взаимодействии релятивистского электронного потока с электромагнитным полем периодических электродинамических структур. Особенностью задач вакуумной микроволновой электроники является необходимость учёта самосогласованного взаимодействия потока и поля. Проблемы повышения мощности и эффективности излучения, улучшения спектрального состава, перехода в более коротковолновые диапазоны длин волн не могут быть решены без использования адекватных математических моделей. Это в полной мере относится к быстроразвивающейся в последнее время релятивистской сильноточной электронике.

Первые успешные эксперименты с релятивистскими сильноточными потоками были проведены в 70-х годах прошлого столетия. В частности, в карсинотроне была получена мощность излучения 10^8 Вт при КПД $\sim 10\%$ в трёхсантиметровом диапазоне длин волн [12]. В результате экспериментальных и теоретических исследований, проведённых на ускорителе «Тандем» (физический факультет МГУ), имевшем длительность импульса тока $\sim 1 \text{ нс}$, было сделано предположение, что в экспериментах с карсинотроном могло быть реализовано взаимодействие потока и поля на частоте π -вида колебаний электромагнитного поля системы. Тогда же была выдвинута идея использования сверхразмерных структур для уменьшения вероятности пробоя вблизи металлических стенок структур [1, 2]. Эти идеи и результаты экспериментов положили начало новому направлению в релятивистской высокочастотной электронике, основанному на многоволновом взаимодействии релятивистского потока и поля сверхразмерных структур [5].

Рекордные до настоящего времени уровни мощности были получены в экспериментах с многоволновыми черенковскими генераторами, проведённых в Томске в ИСЭ СО РАН совместно с ИРЭ РАН и физическим факультетом МГУ (15 ГВт в трёхсантиметровом диапазоне длин волн [3] и 5 ГВт в восьмимиллиметровом диапазоне [4]). Типичная схема многоволнового черенковского генератора представлена на рис. 1, а. Релятивистские генераторы содержат одну или две секции периодического волновода, в которых происходит взаимодействие релятивистского трубчатого электронного потока с поверхностным полем волновода. Принципиальная схема генератора может также содержать участок гладкого волновода (область дрейфа), разделяющий две секции, и дополнительный отражательный элемент в виде диафрагмы на входе в систему. Особенностью данного класса источников является реализация резонансного взаимодействия релятивистского электронного потока и поля на частотах вблизи границы полосы прозрачности низшей аксиально симметричной моды структуры.

Переход к пространственно-развитым системам потребовал новых методов численного решения задач электродинамики и уравнений, описывающих электронную среду, включающих в себя точный электродинамический расчёт электромагнитных полей сверхразмерных структур с релятивистским электронным потоком. Для анализа взаимодействия электронных потоков и электромагнитных полей сверхразмерных волноводов необходимо использовать точные электродинамические методы. К таким методам можно отнести подходы, основан-

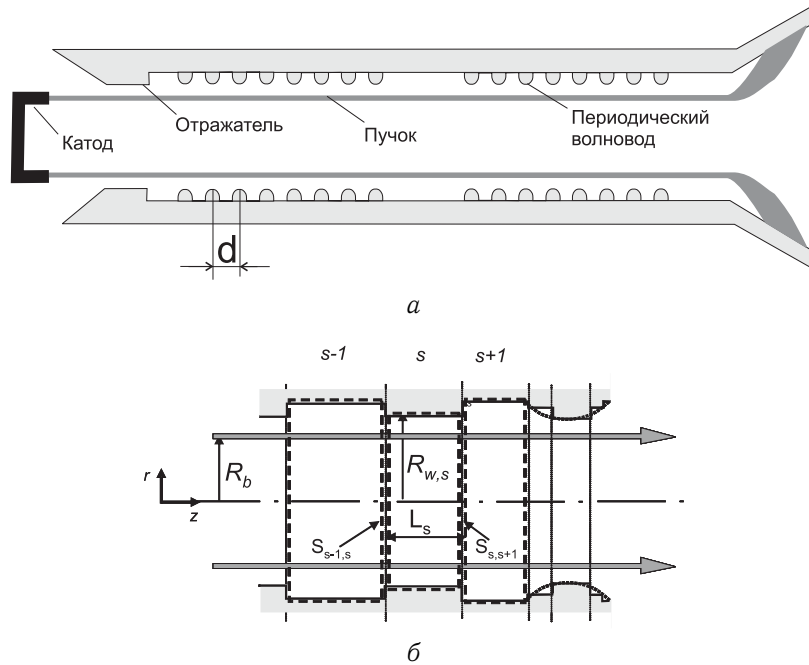


Рис. 1. Геометрия электродинамической системы многоволнового черенковского генератора (а) и отдельных неоднородностей в секции (б)

ные на неполном методе Галёркина [8, 11, 13, 16–18, 20]. Эти методы основаны на разложении полей волновода по функциям поперечных сечений и позволяют рассматривать возбуждение как симметричных, так и несимметричных мод волноводов [20]. К достоинствам методов линейной теории, основанных на неполном методе Галёркина, следует отнести относительно высокую скорость счёта, позволяющую детально анализировать резонансные и волноведущие свойства электродинамической системы, процессы усиления и условия самовозбуждения генератора. Для анализа генераторов на сверхразмерных электродинамических структурах перспективным оказывается развитие методик, использующих приближение о медленном изменении амплитуд полей во времени. К таким подходам можно отнести, например, метод, основанный на записи обобщённых телеграфных уравнений [19], в основе которого также лежит разложение полей волновода по функциям поперечных сечений.

Современный уровень развития численного моделирования позволяет рассматривать задачи инженерного проектирования новых источников, использующих сложные электродинамические системы, с учётом сложных взаимосвязей всех процессов, происходящих в этих устройствах. Для этого используются прямые методы решения краевых задач микроволновой электроники: сеточные методы, методы конечных элементов, методы интегральных уравнений [6, 14, 21].

С помощью таких методов удаётся получить наиболее точное решение задачи о возбуждении электромагнитных полей, однако они не всегда удобны для детального анализа физических процессов в микроволновых источниках. Важным достоинством сеточных методов является возможность эффективного использования параллельных вычислений [14].

В статье предлагается метод численного моделирования, основанный на использовании метода Галёркина и позволяющий изучать общие закономерности физических процессов в типичных релятивистских усилителях и генераторах на сверхразмерных периодических волноводах.

2. Постановка задачи и методы численного анализа

2.1. Постановка задачи

Работа посвящена теоретическому исследованию процессов усиления, самовозбуждения и развития генерации электромагнитных колебаний в устройствах, основанных на продольном взаимодействии прямолинейных электронных потоков с волнами резонансных многомодовых электродинамических структур. Специфика исследования заключается в изучении процессов взаимодействия потока и поля на частотах важных для практического применения резонансов вблизи высокочастотной границы полосы прозрачности низшей моды структуры. Исследуются процессы взаимодействия потоков с продольными полями секций периодических волнопроводов в линейном и нелинейном нестационарном приближениях.

Основная идея, позволяющая решать задачи исследования излучения мощных электронных потоков в резонансных периодических системах, заключается в использовании метода Галёркина и представлении нерегулярных волнопроводов в виде цепочек связанных волновых трансформаторов. Разработанный на основе такого представления теоретический метод позволяет с единой точки зрения рассматривать линейные, нелинейные и нестационарные процессы при взаимодействии электронных потоков с полями одномодовых и многомодовых электродинамических структур, в том числе на частотах границ полос прозрачности. Для решения конкретных задач могут использоваться различные реализации этого метода. В частности, одномодовое взаимодействие исследуется с помощью приближённого энергетического подхода, основанного на введении эквивалентных схем [10]. В статье записаны основные уравнения и представлены результаты анализа многомодового взаимодействия потока и поля периодического волновода, основанные на использовании одного из вариантов метода поперечных сечений.

2.2. Основные уравнения численного исследования

При анализе полей произвольный нерегулярный аксиально-симметричный волновод представляется в виде последовательности участков гладких волно-

водов (см. рис. 1, б). Для каждого выделенного участка с номером s записываются уравнения возбуждения вихревого электрического и магнитного полей, на скачках радиуса волновода производится сшивание полей. В общем случае может быть рассмотрено возбуждение симметричных и несимметричных полей E - и H -типов. В рамках конкретной реализации используется симметрия задачи и рассматриваются только аксиально-симметричные моды E_{0n} -типа. В рамках метода медленно меняющихся амплитуд делается предположение о малом изменении амплитуды поля за период $T = 2\pi/\omega_0$, где ω_0 — опорная частота. Для произвольного участка с номером s разложение на частоте ω_0 имеет вид

$$\begin{aligned}\vec{E}_{v,s} &= \sum_{n=1}^N \left[C_{n,s}^+(z,t) \vec{E}_{n,s}^+ + C_{n,s}^-(z,t) \vec{E}_{n,s}^- \right], \\ \vec{H}_s &= \sum_{n=1}^N \left[C_{n,s}^+(z,t) \vec{H}_{n,s}^+ + C_{n,s}^-(z,t) \vec{H}_{n,s}^- \right],\end{aligned}\quad (1)$$

где $C_{n,s}^\pm(z,t)$ — медленно меняющиеся во времени комплексные коэффициенты разложения, $\vec{E}_{n,s} = \vec{e}_{n,s} \cdot \exp(\mp i\Gamma_{n,s}z)$, $\vec{H}_{n,s} = \pm \vec{h}_{n,s} \cdot \exp(\mp i\Gamma_{n,s}z)$, $\Gamma_{n,s}$ — постоянные распространения волн в гладком волноводе, $\vec{e}_{n,s}$ и $\vec{h}_{n,s}$ — собственные функции поперечных сечений.

После проведения преобразований уравнений Максвелла, аналогичных используемым при выводе леммы Лоренца, и использования приближения о медленном изменении амплитуд во времени уравнения возбуждения приобретают вид

$$\begin{aligned}\oint_S \left\{ \left[\vec{E}_{v,s} \cdot (\vec{H}_{n,s}^\pm)^* \right] + \left[(\vec{E}_{n,s}^\pm)^* \cdot \vec{H}_s \right] \right\} dS = \\ = - \int_{V_s} \left[\frac{\partial}{\partial t} (\mu_0 \vec{H}_s) \cdot (\vec{H}_{n,s}^\pm)^* + \frac{\partial}{\partial t} (\varepsilon_0 \vec{E}_{v,s}) \cdot (\vec{E}_{n,s}^\pm)^* \right] dV - \int_{V_s} \vec{j}_{\omega,s} (\vec{E}_{n,s}^\pm)^* dV.\end{aligned}\quad (2)$$

После подстановки (1) в (2) уравнения возбуждения сводятся к матричному виду:

$$\begin{aligned}D_{1s}^\pm \vec{x}_s^+ + DD_{1s}^\pm \cdot \frac{d\vec{x}_s^+}{dz} + D_{2s}^\pm \vec{x}_s^- + DD_{2s}^\pm \cdot \frac{d\vec{x}_s^-}{dz} = \\ = \frac{d}{d\tau} \left(B_{1s}^\pm \vec{x}_s^+ + BB_{1s}^\pm \cdot \frac{d\vec{x}_s^+}{dz} + B_{2s}^\pm \vec{x}_s^- + BB_{2s}^\pm \cdot \frac{d\vec{x}_s^-}{dz} \right) + \vec{\eta}_s^\pm,\end{aligned}\quad (3)$$

где

$$\vec{\eta}_s^\pm = - \int_{V_s} \vec{j}_{\omega,s} (\vec{E}_{n,s}^\pm)^* dV, \quad \vec{x}_s^\pm = \begin{pmatrix} C_{1,s}^\pm \\ \vdots \\ C_{N,s}^\pm \end{pmatrix},$$

$\tau = \omega t$ — нормированное время.

При сшивании полей на скачке радиуса волновода используются условия, обеспечивающие непрерывность вектора Умова—Пойнтинга [9]. Такие соотношения широко применяются для расчётов замедляющих систем и обеспечивают достаточно хорошее совпадение данных теории и эксперимента. В частности, при увеличении радиуса волновода ($R_{w,s} > R_{w,s-1}$) они имеют вид

$$\int_{S_{s-1,s}} [\vec{E}_{s-1} \times \vec{h}_{n,s}^*] d\vec{S} = \int_{S_{s,s-1}} [\vec{E}_s \times \vec{h}_{n,s}^*] d\vec{S},$$

$$\int_{S_{s-1,s}} [\vec{e}_{n,s-1} \times \vec{H}_{s-1}^*] d\vec{S} = \int_{S_{s-1,s}} [\vec{e}_{n,s-1} \times \vec{H}_s^*] d\vec{S}.$$

Анализ системы уравнений возбуждения (3) и условий сшивания показывает, что произвольный нерегулярный волновод может быть рассмотрен как последовательность связанных объёмов, в которых происходит трансформация вихревых полей. Такое описание применимо не только к слабонерегулярным волноводам, но и к другим электродинамическим системам, например цепочкам связанных резонаторов. В общем случае для процессов на заданной частоте можно записать соотношение

$$\vec{x}_{s+1} = G_{0,s} \vec{x}_s, \quad (4)$$

где $G_{0,s}$ — матрица трансформации (прохождения). Векторы \vec{x}_s и \vec{x}_{s+1} представляют собой совокупности коэффициентов, определяющих поля на входе и выходе s -го выделенного объёма (волнового трансформатора).

Преобразование полей на последовательности S волновых трансформаторов описывается с помощью матрицы передачи всей системы G_0 ,

$$G_0 = \prod_{s=1}^S G_{0,s},$$

и соотношения

$$\vec{x}_S = G_0 \vec{x}_1.$$

Такой подход удобен тем, что с помощью матриц трансформации можно описать свойства как резонаторов, так и волноводов, тем самым с единой точки зрения можно рассматривать волновые и колебательные явления в источниках микроволн.

Когда через объём V_s проходит электронный поток, связь между векторами \vec{x}_s и \vec{x}_{s+1} усложняется и в общем случае не описывается системой алгебраических уравнений. Матричное описание сохраняется, если поток рассматривается в линейном приближении в виде нормальных волн, например быстрой и медленной волн пространственного заряда с амплитудами a_{1s} и a_{2s} . В этом случае уравнение возбуждения волн в потоке может быть проинтегрировано в объёме V_s [10] и заменено на систему алгебраических уравнений, т. е. вместо (4) можно записать $\vec{X}_{s+1} = G_s \vec{X}_s$, где $\vec{X}_s = (C_{1s}^+, C_{1s}^-, \dots, C_{N,s}^+, C_{N,s}^-, a_{1s}, a_{2s})^t$.

Постоянные распространения и структуры собственных волн периодической системы с электронным потоком определяются из решения задачи на собственные векторы и собственные значения матрицы отдельного s -го периода системы с потоком G_s :

$$G_s \cdot \mathbf{E} = \Lambda \cdot \mathbf{E},$$

$\mathbf{E} = \{E_1, E_2, \dots, E_{2N+2}\}$ — матрица, составленная из собственных векторов матрицы G_s , Λ — диагональная матрица, элементами которой являются собственные значения G_s , $\lambda_j = \exp(\alpha_j + i \cdot \varphi_j)$, здесь α_j — постоянная нарастания (затухания), φ_j — фазовый сдвиг волн на период системы, который определяет постоянную распространения $k_{z,j} = \varphi_j/d$, d — период системы, N — число рассматриваемых мод ($j = 1, \dots, 2N + 2$).

2.3. Численное моделирование взаимодействия потока и электромагнитного поля в малосигнальном приближении

При исследовании взаимодействия потока и поля в малосигнальном приближении уравнения возбуждения записываются на частоте ω_0 . Процессы в электронном потоке анализируются с помощью быстрой и медленной волн пространственного заряда. Их поведение описывается уравнением [10]

$$\left[\frac{\partial}{\partial z} + i(\beta_e \pm \beta_q) \right] a_{1,2} = -\frac{2}{\sqrt{2Z_e}} E_z,$$

где E_z — продольная компонента электрического поля в области потока, $Z_e = \gamma_0(\gamma_0 + 1) \frac{V_0}{|I_0|} \frac{\omega_q}{\omega}$ — эквивалентное волновое сопротивление электронного пучка, V_0 , I_0 — ускоряющее напряжение и ток электронного потока, $\beta_q = \frac{\omega_q}{v_0}$, $\omega_q = \omega_p \sqrt{R}$ — редуцированная плазменная частота, $\omega_p = \sqrt{\frac{\eta I_0}{\gamma_0 S_b v_0 \varepsilon_0}}$ — плазменная частота бесконечно широкого потока,

$$R = \frac{S_b}{\pi r_w^2 \gamma_0^2} \sum_{l=1}^{\infty} \frac{J_0^2\left(\frac{\mu}{R_w} R_b\right)}{J_1^2(\mu)} \frac{1}{\left(\frac{\mu}{R_w \beta_e}\right)^2 + 1} -$$

коэффициент редукции плазменной частоты для кольцевого электронного потока, S_b — площадь поперечного сечения потока, $\eta = \frac{|e|}{m_0}$, e и m_0 — заряд и масса электрона, $\gamma_0 = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v_0^2}{c^2}}}$ — релятивистский фактор для невозмущённого электронного потока, v_0 — скорость потока, c — скорость света.

При решении задачи взаимодействия потока и поля в системах конечной длины определяется матрица передачи отдельного периода системы G_s и условия трансформации волн друг в друга на входе и выходе структуры. Элементы матриц трансформации волн на входе D и выходе F могут быть определены для заданной геометрии системы из общей постановки задачи без учёта влияния потока. В рамках предложенной методики используется приближение идеального «холодного» согласования, при котором на концах системы волна каждой

моды гладкого волновода в отсутствии пучка не отражается и не трансформируется в другие моды. Такая ситуация соответствует условиям эксперимента, когда используются специальные согласующие рупоры. Можно также считать, что отрезок периодического волновода на входе и выходе соединён с полубесконечными гладкими волноводами.

Полная система уравнений, позволяющая анализировать возбуждение полей в секции периодического волновода имеет вид

$$\begin{cases} G_s^S \vec{X}_0 = \vec{X}_S, \\ D \cdot \vec{X}_0 = \vec{Q}, \\ F \cdot \vec{X}_S = \vec{P}, \end{cases} \quad (5)$$

где S — число периодов, \vec{X}_0 — вектор, состоящий из амплитуд волн потока и поля на входе, \vec{X}_S — вектор на выходе системы, \vec{Q} — вектор размерности $N + 2$, элементами которого являются амплитуды падающих волн (N волн в структуре и две волны в потоке). Вектор \vec{P} определяется амплитудами обратных волн на выходе секции (в случае односекционной системы это нулевой вектор) и включает в себя N элементов, D и F — матрицы трансформации полей на входе и выходе системы с размерностями соответственно $N \times (2N + 2)$ и $N \times N$, N — число рассматриваемых мод в разложении (1).

В случае достаточно длинных систем ($S > 10$) из-за экспоненциально нарастающих членов матрицы G_s , соответствующих запредельным модам гладких волноводов сравнения, возникают трудности при прямом решении системы линейных алгебраических уравнений (5). Для решения этой системы был разработан специальный метод, основанный на преобразовании соотношений (5) путём разложения векторов \vec{X}_0 и \vec{X}_S по базису собственных векторов матрицы G_s (модам периодического волновода с электронным пучком)

$$\vec{X}_0 = E \cdot \vec{\xi}$$

и дальнейшей замене переменных в соответствии с уравнением $\vec{\xi} = Z \vec{\vartheta}$, где Z — диагональная матрица,

$$Z_{mm} = \begin{cases} 1, & |\lambda_m| \leq 1, \\ \frac{1}{\lambda_m^S}, & |\lambda_m| > 1. \end{cases}$$

Для неизвестного вектора $\vec{\vartheta}$ можно записать

$$\begin{cases} DE \cdot Z \vec{\vartheta} = \vec{Q}, \\ FE \cdot \Lambda^S Z \vec{\vartheta} = \vec{P}. \end{cases} \quad (6)$$

Система (6) представляет собой систему $2N + 2$ линейных алгебраических уравнений с $2N + 2$ неизвестными. Описанная структура перехода позволяет избежать возведения собственного значения, по модулю большего единицы, в степень S . Полученная система уравнений разрешима относительно $\vec{\vartheta}$ и не содержит членов, нарастающих с ростом S . После определения $\vec{\vartheta}$ осуществляется переход к вектору $\vec{\xi}$ и определяются неизвестные амплитуды волн в системе.

Для нахождения полей в многосекционных устройствах, основанных на взаимодействии релятивистского электронного потока с полями сверхразмерных волноводов в малосигнальном приближении, используется метод последовательных приближений, аналогичный методу многократного рассеяния [15] и использующий линейность уравнений теории.

Анализ точности и сходимости решения проводился при определении дисперсионных характеристик и структуры нормальных волн. Для исследования сходимости решения дисперсионного уравнения к точному при увеличении числа мод N в разложении (1) рассматривалось семейство периодических волноводов с фиксированной формой поверхности (период $d = 1,5$ см, высота прямоугольной неоднородности $h = 3$ мм, ширина выступа $b = 0,5$ см), различающихся значением диаметра $D_w = 8,0, 14,0, 36,0$ см. Соотношение D_w/λ_π (λ_π — длина волны, соответствующая π -виду колебаний) составляет соответственно приблизительно 2,5, 5, 12. Такие пространственно-развитые замедляющие системы характерны для многоволновых черенковских генераторов [3]. Анализ дисперсионных характеристик показал, что для всех рассмотренных случаев для обеспечения точности приблизительно 0,1 % необходимо учитывать около 10 запредельных мод. Для достижения достаточной точности при определении структуры поля необходимо учитывать около 15 запредельных мод.

2.4. Особенности численного анализа нестационарных процессов в генераторах на сверхразмерных периодических волноводах

Методика анализа нестационарных процессов [18] строится в соответствии с принципами, заложенными в разделе 2.2. Для записи окончательной системы уравнений используется неявная двухслойная схема с опережением, записываются разностные аналоги уравнений возбуждения (3) для трёх соседних регулярных участков (с номерами $s - 1, s, s + 1$). Эти уравнения дополняются условиями шивания полей (2.2) на стыках участков $s - 1, s$ и $s, s + 1$. При этом на каждом временном шаге $\tau = \tau_i$ считаются известными амплитуды прямых и обратных волн, а также их производные по координате $\hat{x}_s^\pm, \frac{d\hat{x}_s^\pm}{dz}$. Далее из полученной системы десяти матричных уравнений исключаются девять неизвестных в момент времени $\tau = \tau_i + \Delta\tau$ векторов: $\frac{d\hat{x}_{s-1,s,s+1}^\pm}{dz}$ и $\hat{x}_{s-1,s,s+1}^-$ ($\Delta\tau$ — шаг интегрирования). Оставшееся одно матричное уравнение имеет вид

$$A_{1,s}\hat{x}_{s-1}^+ + A_{2,s}\hat{x}_s^+ + A_{3,s}\hat{x}_{s+1}^+ = \vec{B}_s. \quad (7)$$

Уравнения возбуждения (7) для внутренних выделенных участков нерегулярного волновода дополняются условиями на входе и выходе системы (граничными условиями). Процедура записи граничных условий аналогична описанной в разделе 2.3. При этом предполагается, что известны амплитуды волн, приходящих в систему на входе и выходе:

$$\vec{b}_0^+ = \begin{pmatrix} C_{1,1}^+ \\ \vdots \\ C_{N,1}^+ \end{pmatrix}, \quad \vec{b}_S^- = \begin{pmatrix} C_{1,S}^- \\ \vdots \\ C_{N,S}^- \end{pmatrix}.$$

Окончательно система условий на входе и выходе имеет вид

$$A_{22}\hat{x}_2^+ + A_{32}\hat{x}_3^+ = \vec{B}_2, \quad A_{1,S}\hat{x}_{S-1}^+ + A_{2,S}\hat{x}_S^+ = \vec{B}_S; \quad (8)$$

здесь S — номер последнего участка гладкого волновода в рассматриваемой системе, векторы \vec{B}_2 и \vec{B}_S выражаются через \vec{b}_0^+ и \vec{b}_S^- . Система уравнений (7), (8) на каждом временном шаге решается с помощью матричной прогонки. При этом процедура исключения переменных позволяет избежать появления экспоненциально нарастающих членов и значительно ускорить решение задачи.

Движение потока считается одномерным, силами пространственного заряда можно пренебречь. Каждая частица представляет собой бесконечно тонкое кольцо с зарядом $q = \frac{I_0 \cdot (2\pi)}{M_0 \cdot \omega_0}$ и массой $m = \frac{q}{\eta}$ (M_0 — число частиц на длину волны). Если пренебречь силами пространственного заряда, уравнение движения имеет вид

$$\frac{dp}{d\tau} = \frac{q}{\omega} \operatorname{Re}(E_z e^{i\tau}),$$

где $p = mv_0\gamma$ — импульс крупной частицы, $\gamma = \frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}}$ — релятивистский фактор, $\tau = \omega_0 t$ — нормированное время, E_z — продольная составляющая напряжённости вихревого поля. Энергетический интеграл $\vec{\eta}_s^\pm$, встречающийся в уравнении возбуждения (3), принимает вид

$$\begin{aligned} \vec{\eta}_s^\pm &= - \int_{\tau_k}^{\tau_k + \Delta\tau} \int_V \vec{j}_{\omega,s}(\vec{E}_n^\pm)^* dV d\tau = \\ &= \sum_{m=1}^{M_{k,s}} \left(\frac{\delta\tau}{2\pi} \sum_{\tau=\tau_k, \delta\tau}^{\tau_k + \Delta\tau} q \cdot v_m(\tau) \cdot e^{-i\tau} e^{\pm i\Gamma_{n,s}^* z(\tau)} \cdot e_{zn,s}^*(R_b) \right); \end{aligned}$$

здесь $\delta\tau$ — шаг интегрирования уравнений движения, $z_m(\tau)$ — координата m -й частицы в момент времени τ , $M_{k,s}$ — число частиц, пролетающих через s -й регулярный участок в интервал времени $(\tau_k, \tau_k + \Delta\tau)$.

Для анализа сходимости решения была выбрана электродинамическая система в виде периодического волновода со следующими параметрами: диаметр волновода $D_w = 4,0$ см, период системы $d = 1,5$ см, высота периодических неоднородностей варьировалась в диапазоне от $h = 0,3$ см до $h = 0,5$ см. Первоначально рассматривалось влияние числа мод в разложении (1) на точность определения структуры поля в системе. Для решения этой задачи расчёты проводились в отсутствие электронного потока. На вход системы подавался сигнал, соответствующий возбуждению прямой волны моды E_{01} . Длина системы выбиралась равной 10 периодам. Сравнивались распределения продольной компоненты электрического поля, полученные при учёте различного числа мод N .

Сходимость решения контролировалась по поведению величины

$$Q = \sqrt{\frac{\sum_{s=1}^S (E_z^N(z_i) - E_z^{N-1}(z_i))^2}{\sum_{s=1}^S (E_z^N(z_i))^2}}.$$

Результаты анализа свидетельствуют о немонотонной сходимости решения. Приемлемая точность в распределении полей около 3–5 % обеспечивается при учёте более 13 мод (9 запредельных мод). Анализ точности решения проводился также при изучении резонансных свойств системы. Для этого в системе возбуждались вынужденные колебания электромагнитного поля полем промодулированного на частоте ω электронного потока. Рассматривались колебания, наиболее близкие по частоте к частоте π -вида колебаний низшей аксиально-симметричной моды системы. Возбуждение системы производилось электронным потоком, модулированным по плотности на частоте ω_0 . В случае, когда наблюдается синхронизм потока и одной из продольных волн в системе, происходит резонансное увеличение мощности, излучаемой потоком. Показано, что достаточно близкие значения резонансных частот получаются при учёте более 10 мод гладкого волновода. В этом случае погрешность в определении резонансной частоты менее 0,2 %. Такая точность достаточна для изучения резонансных свойств систем.

Анализ точности решения при самосогласованном взаимодействии проводился для систем длиной от 15 до 20 периодов. Для анализа зависимости точности результата от числа частиц на длину волны, соответствующую опорной частоте, был выбран вариант системы длиной 20 периодов. Данные, полученные с использованием различного числа частиц на длину волны, показали, что близкие результаты (слабо зависящие от числа частиц) получаются при числе частиц, равном 48 и более.

3. Особенности взаимодействия потока и поля в секциях периодического волновода в малосигнальном приближении

Особенности физических процессов в релятивистских устройствах на сверхразмерных периодических волноводах, рассматриваются на примере секции черенковского генератора с поперечными размерами $D_w \approx 4,2\lambda$.

Типичный вид дисперсионных характеристик для такой системы показан на рис. 2. Показано, что в периодических волноводах ниже частоты π -вида низшей аксиально-симметричной моды реализуется широкополосная неустойчивость, которая может быть связана с усилением увлекаемых полей в электронном потоке из-за влияния периодической поверхности волновода.

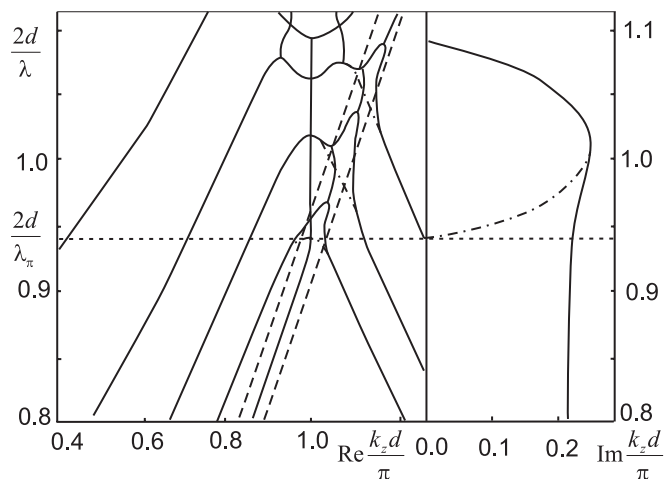


Рис. 2. Дисперсионные характеристики периодического волновода с электронным потоком (сплошные линии). Штриховые линии соответствуют быстрой и медленной волнам пространственного заряда, штрихпунктирные — волнам периодического волновода без пучка

Рассмотрим структуры собственных волн системы с электронным потоком.

Структура низшей аксиально-симметричной моды, распространяющейся без усиления, близка к структуре поверхностной волны для «холодного» волновода (рис. 3, кривая 1). Взаимодействие этой волны с потоком характеризуется периодической связью ($\text{Im}(k_z d/\pi) = 0$). Её фазовая скорость отличается от средней скорости электронного пучка. Электрическое поле, соответствующее этой собственной волне, вытесняется из области потока, продольная компонента вихревого электрического поля E_z в области пучка имеет минимум (рис. 3, кривая 2). Аналогичный характер зависимостей наблюдается при взаимодействии электронного потока и прямой волны моды E_{02} периодического волновода (рис. 3, кривые 3, 4).

Качественно иное распределение поля вдоль радиуса наблюдается для возрастающей и затухающей волн (рис. 4, кривые 1, 2). Эти волны имеют одинаковые структуры полей. Наибольший интерес представляет распространяющаяся слева направо возрастающая волна. Фазовая скорость этой волны близка к скорости электронов, а электромагнитное поле локализовано в области потока и убывает при удалении от него. Продольная компонента вихревого поля имеет резкий максимум, а поперечная компонента E_r меняет свой знак в области пучка (рис. 4, кривые 1, 2). При выбранных параметрах системы возрастающая волна соответствует усилению увлекаемых полей потока и может быть названа «электронной модой». В достаточно длинной системе (усилительной секции) при одновременном возбуждении различных «горячих» мод возрастающая волна преобладает и определяет характер усиления.

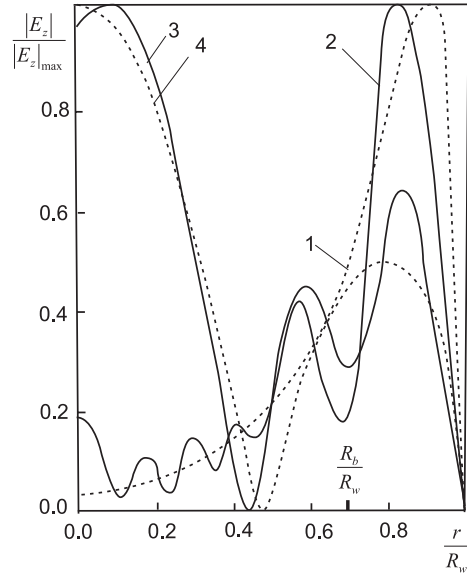


Рис. 3. Структуры полей, соответствующих собственным волнам периодического волновода: кривая 1 — поверхностная волна, кривая 4 — прямая волна моды E_{02} . Кривые 2, 3 — структуры полей мод в «горячем» случае

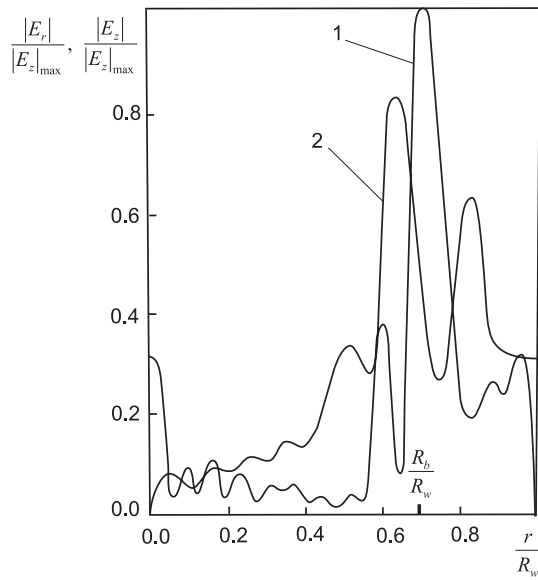


Рис. 4. Структуры полей, соответствующих возрастающей и убывающей собственным волнам периодического волновода с электронным потоком (сплошные линии). Кривая 1 — продольная компонента E_z , кривая 2 — поперечная компонента E_r вихревого поля

Высшие моды электромагнитного поля, распространяющиеся в периодической системе, слабо возмущаются электронным потоком, так как их фазовые скорости сильно отличаются от скорости электронов. Возбуждение этих волн обусловлено в основном резонансными эффектами в системе конечной длины.

Исследование распределения полей в секциях сверхразмерных периодических волноводов показало, что поля в таких системах являются суперпозицией полей, локализованных вблизи стенки волновода и соответствующих поверхностной волне в системе конечной длины, а также полей, локализованных в области электронного пучка и соответствующих увлекаемым полям. На оси системы образуется мощное приосевое излучение, вызванное рассеянием поверхностной волны и увлекаемых полей на неоднородностях системы.

Существенную роль в релятивистских генераторах играют резонансы электромагнитного поля. В отсутствие электронного потока основными являются продольные резонансы поверхностной волны. При введении электронного потока в зависимостях мощности на выходе системы от длины появляется дополнительная изрезанность. В режимах усиления глобальные максимумы соответствуют продольному резонансу возрастающей волны и обратной поверхностной волны, а возникновение локальных максимумов связано с возбуждением объёмных волн. В случае двух секций периодического волновода, разделённых участком гладкого волновода, обратная связь между секциями приводит к раздвоению максимумов мощности вихревого поля на выходе системы в зависимости от частоты. Такое поведение типично для любых связанных колебательных систем.

4. Нестационарные процессы в многоволновом черенковском генераторе

Для анализа установления генерации в черенковских генераторах были рассмотрены несколько вариантов многоволновых черенковских генераторов, электродинамические структуры которых выбирались близкими к исследованным в МГУ на ускорителе «Тандем» [1] и в ИСЭ СО АН на ускорителях «Гамма» и «Синус-7М» [3, 20].

При теоретическом анализе учитывались некоторые дополнительные особенности геометрии системы, в частности наличие диафрагмы на входе системы и дополнительного участка гладкого волновода между диафрагмой и первой секцией (см. рис. 1). Этот элемент конструкции в значительной мере определяет величину обратных связей из-за отражений от концов системы. Ускоряющее напряжение менялось в диапазоне 400—1200 кВ, ток пучка варьировался в диапазоне $J_0 = 5000 \div 15000$ А. Радиус пучка выбирался близким к оптимальному, известному из экспериментальных данных и теоретических исследований (см. раздел 3).

Основное внимание уделялось анализу особенностей взаимодействия потока и поля в секциях черенковских генераторов. При численном анализе секция

представляла собой отрезок периодического волновода, соединённый на входе и выходе с бесконечными гладкими волноводами. Длины отдельных секций варьировались в диапазоне от 5 до 48 периодов, число мод в разложении (1) варьировалось от 7 до 20. Первоначально изучалось установление полей в секциях в отсутствие электронного потока (на вход системы подавался сигнал, соответствующий возбуждению прямой волны моды E_{01}), а также резонансный отклик системы на введение предварительно промодулированного электронного потока (режим заданного тока). Для всех длин системы зависимость сигнала на выходе системы от величины $2d/\lambda$ (λ — длина волны, соответствующая опорной частоте ω_0) имеет похожий вид (рис. 5). На частотах, соответствующих значениям $2d/\lambda > 0,94$, амплитуда сигнала, проходящего через систему, резко уменьшается. Такое поведение соответствует наличию полосы непрозрачности для низшей моды. Значение $2d/\lambda \approx 0,94$ соответствует экспериментальным данным [5], а также данным, полученным при анализе такой системы различными теоретическими методами [7, 16]. При уменьшении частоты возбуждающего сигнала выделяются несколько пиков, соответствующих ближайшим к π -виду продольным модам.

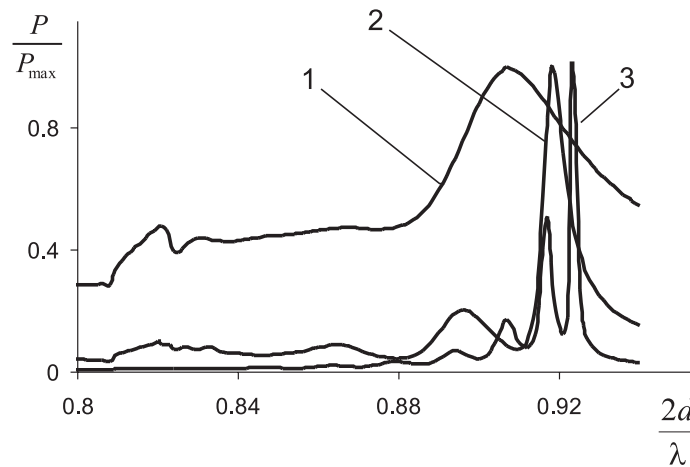


Рис. 5. Резонансные свойства систем разной длины: кривая 1 — 12 периодов, кривая 2 — 24 периода, кривая 3 — 48 периодов

Распределение поля в области потока на этих частотах имеет один, два или более глобальных максимумов в продольном направлении (рис. 6). Такое распределение полей полностью соответствует распределениям, получаемым с помощью линейных методик.

Рассмотрим особенности развития генерационных процессов в односекционных системах. Область активной связи потока и поля на дисперсионных харак-

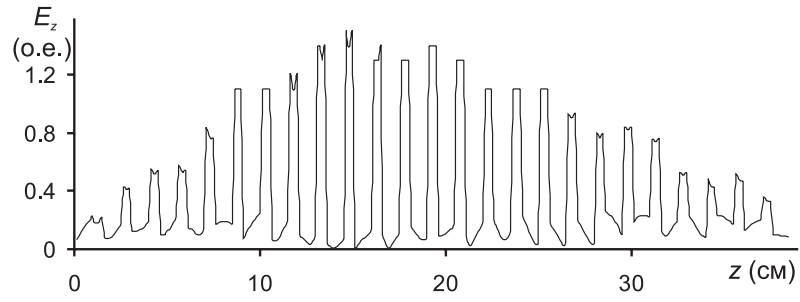
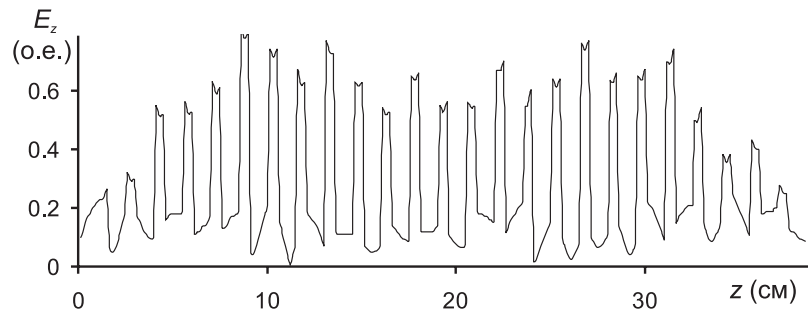
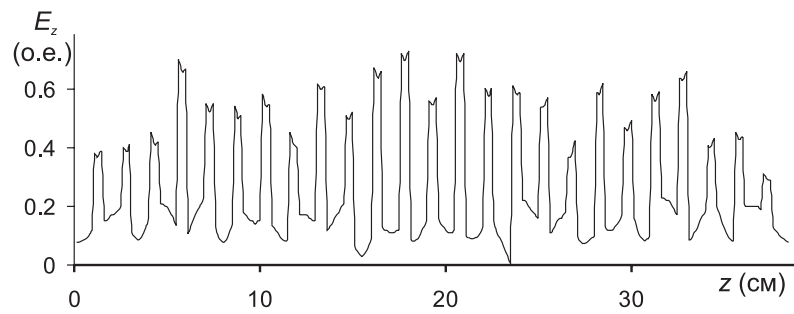
*a**б**в*

Рис. 6. Распределение продольной компоненты электрического поля вдоль системы (длина — 24 периода) для разных значений $2d/\lambda$: *a* — 0,92; *б* — 0,9; *в* — 0,87

теристиках, полученных в рамках малосигнального приближения, захватывает частоты $N_s - 1$, $N_s - 2$, $N_s - 3$ продольных мод в системе, где N_s — число периодических неоднородностей в системе. Поэтому в общем случае возбуждение колебаний может происходить сразу на нескольких продольных модах и, соответственно, на нескольких частотах.

Процессы в черенковских источниках, действующих на частотах вблизи границы полосы прозрачности, определяются взаимодействием как с прямой, так и с обратной волнами. В таких системах самовозбуждение возникает из-за наличия обратных связей, обусловленных отражениями от концов системы, а также внутренними обратными связями, обусловленными взаимодействием потока с обратной волной в системе. Удаление точки кинематического синхронизма от π -вида в сторону $(k_z d / \pi)_0 < \pi$ приводит к резкому уменьшению внутренних обратных связей и возрастанию стартовых значений токов. Возбуждение возникает из-за отражений, поэтому в спектре излучения значительными являются компоненты, относящиеся к возбуждению ближайших к π -виду продольных мод структуры. При $(k_z d / \pi)_0 > \pi$ внутренние обратные связи носят преобладающий характер, причём взаимодействие потока с обратной гармоникой определяет величину внутренних обратных связей и условия самовозбуждения секции (стартовую длину, стартовый ток), а взаимодействие с попутной волной приводит к дополнительному усилению. Анализ генерации в системах разной длины показывает, что частота генерации в основном определяется волноведущими свойствами системы, т. е. частота генерации слабо зависит от её длины. В таких условиях величина положительной обратной связи в основном определяется внутренними связями, а отражения от концов системы, возникающие при введении электронного потока, приводят к дополнительным резонансам при изменении длины системы, влияющим на эффективность генерации.

На рис. 7, а показаны зависимости мощности излучения на входе (обратное излучение) и выходе (прямое излучение) системы от времени, нормированного на период. Выбран случай, когда реализуется преимущественное взаимодействие потока и поля обратной волны низшей аксиально-симметричной моды в системе.

При малых временах ($t < 30T$) преобладает излучение, направленное вперёд ($P_{\text{вых}} > P_{\text{вх}}$), обусловленное эффектом регенеративного усиления, связанного с синхронизмом потока и прямой волны поверхностного поля. Через некоторое время существенную роль начинают играть внутренние обратные связи. В результате действия различных механизмов излучения устанавливается режим стационарной генерации. Наличие отражающего элемента на входе в систему приводит к преобладанию прямого излучения над обратным. Спектр генерации представлен на рис. 7, б. Имеется выделенная частота генерации, близкая к частоте ω_0 , найденной из решения «холодной» задачи. Влияние электронного потока приводит к смещению частоты генерации ω в сторону меньших значений ($\omega = 0,97\omega_0$).

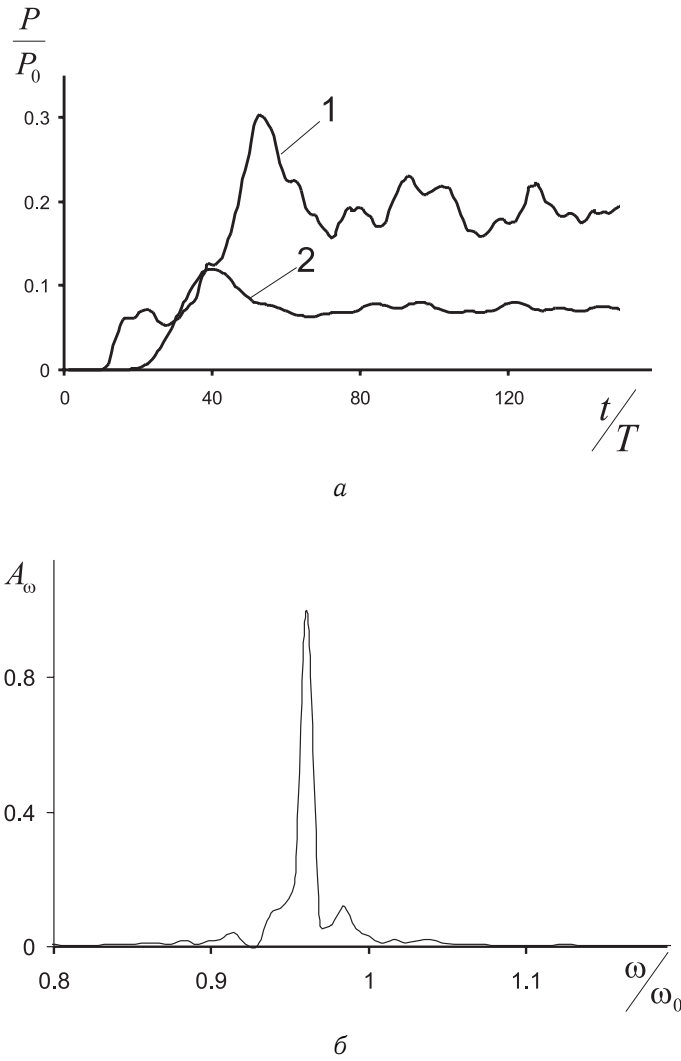


Рис. 7. Зависимости от времени мощности выходного излучения (кривая 1) и излучения на входе в систему (кривая 2), нормированных на мощность электронного потока $P_0 = U_0 \cdot I_0$ (а). Спектр излучения (зависимость спектральной амплитуды A_ω от $2d/\lambda$) (б)

Распределение продольной компоненты электрического поля в системе представлено на рис. 8, а, б. Характерной особенностью распределения полей в поперечном направлении (см. рис. 8, б) является увеличение доли поверхностной волны внутри системы и на её выходе.

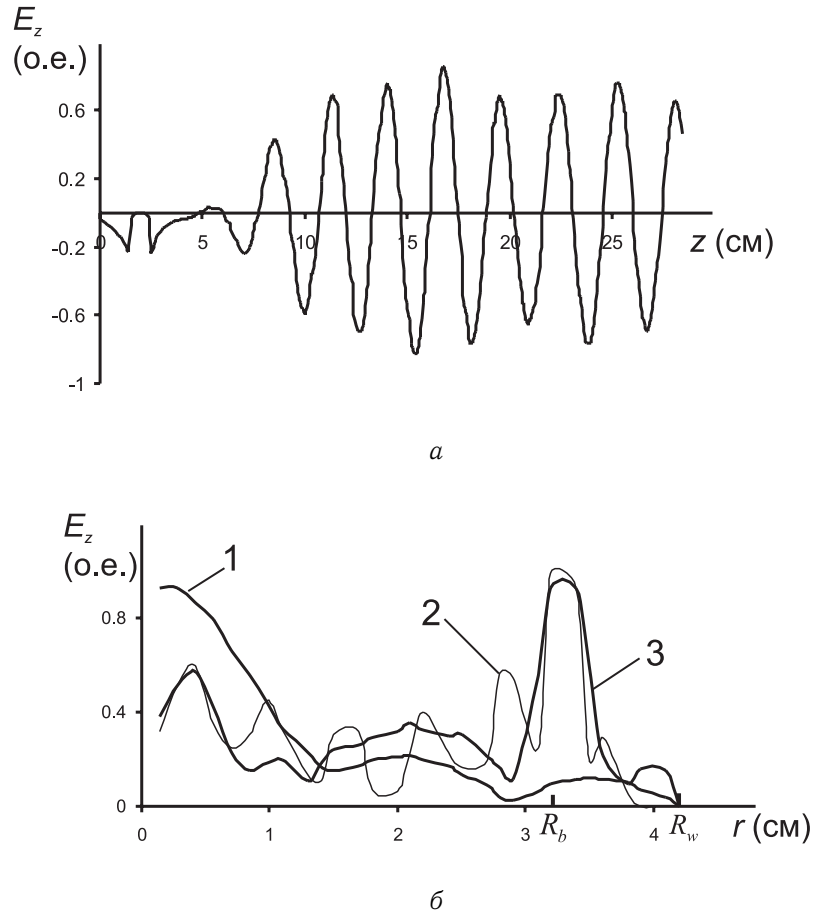


Рис. 8. Распределение компоненты поля E_z вдоль продольной координаты (а) и по радиусу в различных сечениях (б)

5. Заключение

Проведённый анализ сходимости решения, сравнение с экспериментальными данными и результатами, полученными другими теоретическими методами, показывают, что предложенный численный метод может быть использован для анализа процессов в релятивистских генераторах на сверхразмерных волноводах.

Показано, что в таких системах электронный поток сильно изменяет структуры полей собственных волн периодического волновода. В частности, образуется электронная мода с максимумом вихревого поля в области локализации

пучка, а также электромагнитные моды, характеризующиеся минимумом поля в области потока. Резонансные свойства секции и частота генерации в основном определяются возбуждением поверхностных волн. В частности, при преимущественном взаимодействии потока с полем прямой гармоники устанавливается частота генерации, близкая к частоте продольной моды, ближайшей к π -виду колебаний поверхностной волны. В случае преимущественного взаимодействия с обратной гармоникой влияние резонансных свойств секции периодического волновода ослаблено и частота генерации определяется внутренними обратными связями.

Литература

- [1] Александров А. Ф., Галузо С. Ю., Канавец В. И., Плетюшкин В. А. Возбуждение поверхностных волн релятивистским электронным потоком в диафрагмированном волноводе // ЖТФ. — 1981. — Т. 51, № 8. — С. 1727—1730.
- [2] Александров А. Ф., Галузо С. Ю., Канавец В. И., Плетюшкин В. А., Слепков А. И. Особенности черенковского излучения релятивистского электронного потока в гофрированном волноводе // ЖТФ. — 1980. — Т. 50, № 11. — С. 2381—2389.
- [3] Бугаев С. П., Канавец В. И., Климов А. И., Кошелев В. И., Слепков А. И., Черепенин В. А. Взаимодействие электронного потока и электромагнитного поля в многоволновом черенковском генераторе с мощностью 10^{10} ватт // Радиотехника и электроника. — 1987. — Т. 32, вып. 7. — С. 1488—1498.
- [4] Бугаев С. П., Канавец В. И., Кошелев В. И., Попов В. А., Слепков А. И., Фёдоров А. В., Черепенин В. А. Исследование многоволнового черенковского генератора миллиметрового диапазона гигаваттного уровня мощности // Радиотехника и электроника. — 1989. — Т. 33, вып. 2. — С. 400—408.
- [5] Бугаев С. П., Канавец В. И., Кошелев В. И., Черепенин В. А. Релятивистские многоволновые СВЧ-генераторы. — Новосибирск: Наука, 1991.
- [6] Бэдсел Ч., Ленгдон А. Физика плазмы и численное моделирование. — М.: Энергоатомиздат, 1989.
- [7] Вальднер О. А., Собенин Н. П., Зверев Б. В., Щедрин И. С. Справочник по диафрагмированным волноводам. — М.: Атомиздат, 1977.
- [8] Гаруца Н. А., Канавец В. И., Слепков А. И. Матричный метод в теории взаимодействия релятивистских электронных потоков с полями многомодовых электродинамических структур // Радиотехника и электроника. — 1988. — Т. 33, вып. 4. — С. 783—795.
- [9] Ильинский А. С., Косич Н. Б. Дифракция плоской волны на двумерной периодической структуре // Радиотехника и электроника. — 1974. — Т. 19, вып. 6. — С. 1171—1182.
- [10] Канавец В. И., Мозговой Ю. Д., Слепков А. И. Излучение мощных электронных потоков в резонансных замедляющих системах. — М.: Изд-во Моск. ун-та, 1993.
- [11] Ковалёв Н. Ф. Линейная теория СВЧ приборов с сильнооточными пучками релятивистских электронов, движущихся прямолинейно // Релятивистская высокочастотная электроника. Вып. 4. — Горький: ИПФ АН СССР, 1984. — С. 5—48.

- [12] Ковалёв Н. Ф., Петелин М. И., Райзер М. Д., Сморгонский А. В., Цопп А. Э. Генерация мощных импульсов электромагнитного излучения потоком релятивистских электронов // Письма в ЖЭТФ. — 1973. — Т. 18. — С. 232—235.
- [13] Копенкин А. Д., Кошелев В. И., Черепенин В. А. Линейная теория многоволнового черенковского генератора // Радиотехника и электроника. — 1990. — Т. 35, вып. 2. — С. 389—400.
- [14] Корниенко В. Н., Черепенин В. А. Численная трёхмерная модель динамики электромагнитного поля в многоволновом черенковском генераторе // Радиотехника и электроника. — 2003. — Т. 48, вып. 6. — С. 758—761.
- [15] Митра Р., Ли С. Аналитические методы теории волноводов. — М.: Мир, 1974.
- [16] Пикунوف В. М., Колесникова И. Ю. Линейная математическая модель релятивистского СВЧ устройства черенковского типа // Радиотехника и электроника. — 1987. — Т. 33, вып. 11. — С. 2381—2390.
- [17] Свешников А. Г. Неполный метод Галёркина // ДАН СССР. — 1977. — Т. 236, № 5. — С. 1076—1079.
- [18] Слепков А. И. Многомодовый метод анализа нестационарных процессов в черенковских генераторах на периодических волноводах // Изв. РАН. Сер. физ. — 2003. — Т. 67, № 12. — С. 1678—1683.
- [19] Botton M., Antonsen T. M., Levush B., Nguen K. T., Vlasov A. N. MAGY: A time-dependent code for simulation of slow and fast microwave sources // IEEE Trans. Plasma Sci. — 1998. — Vol. 26, no. 3. — P. 882—892.
- [20] Deichuly M. P., Koshelev V. I., Pikunov V. M., Popov V. A. Linear mode computer code MULTIWAVES 5.2 for multiwave Cerenkov generator investigations // Proc. of 14th Int. Conf. on High-Power Particle Beams, Albuquerque, New Mexico, 2002. — P. 287—290.
- [21] Tarakanov V. P. User's Manual for Code KARAT. — Springfield, VA: Berkley Research Associates, 1992.

