

Диагностика магнитной динамики активных областей Солнца методами вычислительной топологии*

Н. Г. МАКАРЕНКО

*Главная (Пулковская) астрономическая обсерватория РАН,
Институт проблем информатики и управления, Алматы, Казахстан
e-mail: ng-makar@mail.ru*

Д. Б. МАЛКОВА

*Международная научно-исследовательская лаборатория
«Дискретная и вычислительная геометрия» им. Б. Н. Делоне,
Ярославский государственный университет
e-mail: dasha.m91@gmail.com*

М. Л. МЯЧИН

*Международная научно-исследовательская лаборатория
«Дискретная и вычислительная геометрия» им. Б. Н. Делоне,
Ярославский государственный университет
e-mail: LiWood@gmail.com*

И. С. КНЯЗЕВА

*Главная (Пулковская) астрономическая обсерватория РАН
e-mail: iknyazeva@gmail.com*

И. Н. МАКАРЕНКО

*Школа математики и статистики Университета Ньюкасла, Великобритания
e-mail: imakar@yandex.ru*

УДК 523.98

Ключевые слова: гомологии, числа Бетти, функционалы Минковского, геометрия случайных полей, магнитное поле солнечных пятен.

Аннотация

Целью работы являлась диагностика предвспышечной динамики магнитного поля активных областей Солнца по магнитограммам гелиосейсмического магнитометра Обсерватории солнечной динамики. Мы использовали методы геометрии случайных полей и вычислительной топологии. Полученные результаты показали, что предложенный формализм позволяет выделить прекурсоры больших солнечных вспышек для практически интересных интервалов времени.

Abstract

*N. G. Makarenko, D. B. Malkova, M. L. Machin, I. S. Knyazeva, I. N. Makarenko,
Methods of computational topology for the analysis of dynamics of active regions of the
Sun, Fundamentalnaya i prikladnaya matematika, vol. 18 (2013), no. 2, pp. 79–93.*

*Работа поддержана грантом И1.G34.31.0053 Правительства Российской Федерации.

The aim of this work is to diagnose pre-flare dynamics of magnetic fields in the active regions of the Sun on the HMI SDO magnetograms. We use a tool based on the methods of the geometry of random fields and computational topology. The results show that the proposed formalism allows one to find some precursors of major flares for practically significant time slots.

1. Введение

Большие солнечные вспышки являются наиболее драматическими событиями в эволюции магнитных полей солнечных пятен. Энергия такой вспышки достигает 10^{32} эрг при пиковой мощности приблизительно 10^{29} эрг/с. Плотность энергии в рентгеновском диапазоне, в котором мощные вспышки классифицируют как X-вспышки, достигает 10^{-4} Вт/м².

Возможные последствия мощных вспышек при их возникновении вблизи центра солнечного диска могут быть катастрофическими для околоземных и наземных технологий. В космосе это отказы и аварии космических аппаратов на геоцентрических орбитах [1], увеличение радиационного фона на высотах пилотируемых космических аппаратов. На Земле это нарушение радиосвязи, вызванное магнитными бурями, наведённые токи в нефтепроводах, достигающие сотен ампер, сбои систем автоматического управления в мегаполисах и т. д. [22]. Мощные вспышки возникают, как правило, в больших группах пятен — активных областях Солнца. Вспышечные активные области могут содержать более десятка пятен разной полярности, образующих топологически сложную пространственную конфигурацию магнитных полей [8, 18].

Заблаговременное предсказание X-вспышек является практически важной научной задачей. Она усложняется тем, что до сих пор не существует корректных теоретических предпосылок, объясняющих возникновение солнечных вспышек. Существующие методы прогноза опираются главным образом на богатую наблюдательную феноменологию. Наиболее общие соображения связывают вспышки с изменением пространственной сложности активной области [26] как комплекса геометрических и/или кинематических паттернов в наблюдаемых динамических сценариях активной области. Множество современных публикаций (см., например, [9, 11, 20], посвящённых предвестникам вспышек, также опираются на поиск дескрипторов, описывающих изменения магнитных структур. Эти изменения ищут либо в паттернах магнитограмм, либо в особенностях скалярных или векторных полей, которые восстанавливаются из цифровых изображений. Принято считать, что предвестники продуцируются динамикой новых магнитных полей, всплывающих внутри или в окрестности активной области [17]. Такие потоки иногда можно наблюдать непосредственно [19], но в общем случае их обнаружение в режиме мониторинга является отдельной и непростой задачей [3].

В настоящей работе мы приводим результаты топологической диагностики двух вспышечно-активных областей. Мы используем в качестве дескриптора оценку характеристики Эйлера для временной последовательности

магнитограмм Обсерватории солнечной динамики. Мы получаем оценку двумя способами. В первом варианте она вычисляется методами математической морфологии, как один из функционалов Минковского на множестве выбросов магнитного поля за выбранный уровень [5, 30]. Её можно интерпретировать как альтернированную сумму числа морсовских сингулярных точек или как число компонент связности на кольце выпуклости, образованном выбросами достаточно регулярного случайного поля. Небольшие значения уровня, до нескольких десятков гаусс, описывают фон, а значения в сотни и тысячи гаусс соответствуют пятнам. Вклад пятен в значение характеристики Эйлера в этом варианте весьма невелик: компоненты связности пятен влияют на форму графика зависимости характеристики Эйлера от уровня лишь для больших значений дисперсии, в единицах которой измеряется уровень [2]. Морфологический подход позволяет проследить изменение топологии на разных уровнях. Так, изменение характеристики Эйлера во времени можно интерпретировать, в случае её уменьшения, как «гауссизацию» поля за счёт всплывающего потока [4].

Второй способ оценки характеристики Эйлера связан с персистентными гомологиями [12] и техникой, основанной на глубоких связях диаграмм персистентности с хаусдорфовыми мерами сингулярных точек случайных полей [7]. В этом варианте основной вклад в оценки даёт топография окрестностей больших выбросов поля и корреляционные связи экстремумов поля в активных областях на большом масштабе. Именно эти связи определяют длины баркодов для первых двух гомологических групп.

Статья имеет следующую структуру. В разделе 2 мы кратко описываем экспериментальные данные и приводим необходимые сведения из математической морфологии случайных полей и теории масштабируемых пространств. Раздел 3 содержит краткое описание идей вычислительной топологии и диаграмм персистентности, необходимых для понимания оригинального алгоритма их вычисления по цифровому изображению. Там же приводится сам алгоритм. Раздел 4 содержит результаты численных экспериментов с магнитограммами двух выбранных активных областей. Заключение резюмирует результаты исследования.

2. Математическая морфология магнитограмм

В качестве исходных данных мы использовали последовательность магнитограмм полного диска Солнца, которые были получены с помощью гелиосейсмического магнитометра, установленного на борту космической Обсерватории солнечной динамики [23]. Угловое разрешение полученных с его помощью данных составляет $\approx 0.5''/\text{пиксел}$, что соответствует линейному масштабу около 500 км. Данные представляют собой матрицу размером 4000×4000 пикселей, содержащую значения плотности потока для компоненты $B_z(\mathbf{x})$ — напряжённости магнитного поля Солнца, направленной по лучу зрения. Временной дискрет между магнитограммами составлял 720 с, а уровень шумов не превышал 6 Гаусс. Для каждой магнитограммы вырезался фрагмент размером 600×600 пикселей,

содержащий активную область. Для указанного дискрета 720 с были доступны приблизительно 700 последовательных изображений одной активной области, проходящей по диску Солнца. Мы рассматривали лишь 60-градусную круговую зону относительно центра диска, чтобы избежать значительных геометрических искажений.

Рассмотрим магнитограмму как функцию $L(\mathbf{x}): W \rightarrow \mathbb{R}$, заданную на компактной области дискретного носителя

$$W = \{x = m, y = n: m, n \in \mathbb{Z}\}.$$

Отдельные пиксели мы будем задавать прямоугольными координатами их центра $\mathbf{x} = (x, y) \in W$. В простейшем случае фотометрической меры $L(\mathbf{x}) \in [0, 255]$ кодирует плотность потока компоненты магнитного поля $B_z(\mathbf{x})$, наблюдаемого по лучу зрения. Можно рассматривать $L(\mathbf{x})$ как «заряд», если использовать в матрице $L(\mathbf{x})$ положительные и отрицательные значения для полей разной полярности. В общем случае скалярное поле $B_z(\mathbf{x})$ является стохастической функцией двух переменных и его множество уровня $B_z(\mathbf{x}) = u$ может вообще не содержать связанных элементов с конечной мерой. Однако, если поле достаточно регулярно в некотором строго определённом смысле [5], множество выбросов за уровень $A_u = \{\mathbf{x} \in W: B_z(\mathbf{x}) \geq u\}$ почти наверное принадлежит кольцу выпуклости [25]. На кольце можно определить функционалы Минковского [24, 25], важнейшим из которых является характеристика Эйлера [2, 25]. Она оценивает число компонент связности, так что для бинарного изображения она равна числу отдельных «островов» минус число «дыр» в них. На языке алгебраической топологии этот алгоритм сводится к альтернированной сумме первых двух чисел Бетти: $\chi(A_u) = \beta_0 - \beta_1$. Здесь β_0 и β_1 — ранги первых двух групп гомологий. Существует и дифференциально-геометрическая интерпретация этого функционала. Пусть кусочно-линейная граница ∂A_u множества A_u содержит лишь конечное число морсовских критических точек. Условие невырожденности гессиана $\text{Hess}(B_z)$ позволяет идентифицировать критическую точку поля как минимум, максимум или седло. Напомним, что *индексом критической точки* $\lambda(\mathbf{x}_0)$ называют число отрицательных собственных значений гессиана [21], которое совпадает с числом неустойчивых направлений антиградиентного поля $(-\nabla B_z)$. Так, минимум имеет индекс 0, максимум — индекс 2 и седло — индекс 1.

На множествах выбросов минимумам и максимумам будут соответствовать одиночные связанные компоненты — острова. Понятно, что внутри упомянутых островов нет критических точек, однако они есть на границах островов, на которых существуют лишь критические точки индекса 0 и 1. Пусть m_k — число критических точек индекса k ($k = 0, 1$) для морсовской функции f , заданной на границе ∂A_u множества A_u . Можно показать [5, 6], что характеристика Эйлера равна

$$\chi(A_u) = \chi(\partial A_u) = m_0 - m_1. \quad (1)$$

Таким образом, функционал $\chi(A_u)$ измеряет топологическую сложность поля на множестве выбросов уровня u как суммарное число максимумов и минимумов поля за вычетом числа седёл. Разумеется, формула (1) предполагает фильтрацию Морса. Для морсовской функции $f: W \rightarrow \mathbb{R}$ рассматривается множество «суперуровней»

$$A_u = \{p \in W, f(p) \in [u, \infty]\} \equiv f^{-1}([u, \infty]),$$

причём $u \geq v$, $A_u \subset A_v$. При движении от u к v , т. е. сверху вниз, компоненты A_u могут сливаться или могут рождаться новые компоненты. Так, два острова могут слиться вместе, образуя седло. Можно отслеживать изменение топологии суперуровней в зависимости от u , исследуя гомологии этих множеств, например, с помощью персистентных гомологий, как это описано в следующем разделе.

Разобьём весь наблюдаемый диапазон $B_z(\mathbf{x})$ на дискретный набор уровней $\{u\}$. Выбор конкретного набора зависит от максимальных значений поля в активной области. Оценим характеристику Эйлера для каждого из выбранных множеств выбросов. Тогда изменение этой величины в процессе эволюции активной области продуцирует семейство кривых $\chi(A_u, t)$, которые отслеживают вариацию топологической сложности поля на множестве его выбросов [4].

Для того чтобы редуцировать влияние шумов, мы использовали оценки χ , полученные по β -устойчивым множествам масштабируемого пространства для магнитограммы. Идея β -устойчивости [13] основана на свойствах лапласиана вычисленного, с помощью пирамидальной конструкции, которую называют масштабируемым пространством. Оно было введено в ряде работ [14, 16, 29] и впоследствии получило широкое распространение при анализе изображений. Изображение в рамках этого подхода представляется как набор однопараметрических сглаженных стратов [15], зависящих от размера сглаживающего окна, используемого для подавления мелкомасштабных особенностей. Сглаживание осуществляется с помощью гауссовского ядра:

$$g_t(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi t}} \exp\left[-\frac{\|x\|^2}{2t}\right], \quad f_t(x) \equiv f * g_t = \int_{y \in \mathbb{R}^2} f(y) g_t(y-x) dy, \quad (2)$$

где параметр t — ширина ядра. Свёртка с гауссовским ядром обладает полугрупповым свойством: $g_t(x) \cdot g_s(x) = g_{t+s}(x)$, так что k последовательных сглаживаний с дисперсией t эквивалентно одному сглаживанию с дисперсией \sqrt{kt} . С другой стороны, описание масштабируемого пространства можно представлять как решение уравнения теплопроводности с граничными условиями фон Неймана, где роль температуры играет ширина сглаживающего ядра [28]:

$$\partial_t L = \frac{1}{2} \Delta L, \quad L(x, y, 0) = f(x, y).$$

Лапласиан сглаженного изображения довольно точно аппроксимируется разностью со следующим сглаженным изображением:

$$\partial_t L = \Delta f_t(x) \approx f_{t+1} - f_t.$$

Для каждого фиксированного масштаба k лапласиан разделяет всё изображение на области выпуклой (положительный лапласиан) и вогнутой (отрицательный лапласиан) яркости. Оказывается, что при увеличении масштаба число таких областей стабилизируется. В том случае, когда число положительных и отрицательных областей лапласиана не меняется, говорят об его устойчивости на данном масштабе. Масштаб, при котором число областей не меняется с точностью до $k \pm \beta$, называют β -устойчивым [13]. В этом инерционном диапазоне оценивалась дополнительная характеристика Эйлера.

Для сравнения вариаций с вспышечной активностью используется индекс FI вспышечной продуктивности. Грубо говоря, он измеряет взвешенное количество энергии, которое продуцируется вспышками разной мощности в конечном интервале времени. Перевод класса вспышки в числовую величину FI осуществлялся стандартным способом: балл вспышек класса С оставался без изменений, для вспышек класса М он умножался на 10, для вспышек класса Х — умножался на 100, для вспышек класса В — делился на 10.

3. Персистентные гомологии

Для произвольного случайного поля не существует аналитического выражения для функции вероятности максимумов поля [5]. Однако её оценку можно получить с помощью математического ожидания характеристики Эйлера на множестве максимальных выбросов. Корреляционная структура поля определяется строением локальных окрестностей максимумов: как много и на каком уровне появляются пики, близкие к конкретному максимуму; до какого уровня максимумы поля остаются уединёнными в некоторой локальной окрестности. Время жизни каждого отдельного пика можно измерить длиной интервала, на котором он остаётся изолированным (такие интервалы называют баркодами). Удобно изображать их на плоскости, используя начало и конец баркода в качестве координат точек. Результатом будет множество точек, лежащих выше диагонали, которой соответствуют баркоды нулевой длины. Такой график называют диаграммой персистентности. Для её вычисления удобно наделить множество пиков в окрестности максимума некоторой простой структурой из вершин, рёбер и граней [12]. Такую структуру называют симплициальной. Тогда изложенные эвристические соображения можно перевести на язык алгебраической топологии и фильтрации симплексов для отсортированных по высоте максимумов поля. Основы соответствующего формализма можно найти в [10]. Здесь мы ограничимся лишь описанием самого алгоритма.

Алгоритм построения диаграммы персистентности [10] состоит из двух последовательных шагов: построения фильтрации симплексов (для двумерных изображений в роли симплексов выступают вершины, рёбра и треугольники) и вычисления чисел Бетти по уже построенной фильтрации. Пусть $f(x, y)$ — функция уровня яркости изображения, принимающая значения от 0 до 255. Для создания фильтрации нам необходимо определить значение функции для

каждого из симплексов. Для этого мы поставим в соответствие каждому пикселу (x, y) изображения вершину, причём этой вершине ставится в соответствие значение $f(x, y)$, равное яркости соответствующего пиксела изображения. Определим значения функции для остальных симплексов, поставив в соответствие рёбрам и треугольникам значение, равное максимуму значений, соответствующих их вершинам. Перейдём теперь к описанию алгоритма построения фильтрации. Сначала упорядочим все вершины (пикселы изображения) по возрастанию значения функции $F(v)$ (т. е. уровня яркости соответствующих пикселов) и построим последовательность $v_1, v_2, v_3, \dots, v_n$. Будем дополнительно считать, что если две вершины имеют одно и то же значение функции F , то та из вершин, которая на изображении стоит выше или левее другой вершины, находится ближе к началу последовательности. Далее мы перебираем все элементы упорядоченной последовательности, добавляя каждую из них к фильтрации. Одновременно с добавлением в фильтрацию новой вершины мы добавляем туда все рёбра и все треугольники, которые порождаются теми вершинами, которые уже находятся в фильтрации и очередной добавляемой вершиной. Условием для создания ребра или треугольника является наличие в фильтрации двух соседних вершин для ребра и трёх соседних вершин для треугольника (при этом рёбра не должны пересекаться между собой). В качестве значения добавленного симплекса мы берём величину, вычисленную по описанному ранее определению значений функции для симплексов. В результате мы получаем фильтрацию — последовательность симплексов $s_1, s_2, s_3, \dots, s_n$, такую что симплексы в ней отсортированы по возрастанию присвоенного им значения $F(s_j)$ и если симплекс s_i является гранью симплекса s_j , то s_i стоит в фильтрации перед s_j . Теперь мы можем легко посчитать числа Бетти, обрабатывая последовательно симплексы фильтрации, следя за тем, как изменяется связность получаемого множества. Здесь в качестве основной структуры данных используется так называемая система непересекающихся множеств. Данная структура поддерживает две основные операции: $\text{Find}(i)$, $\text{Union}(i, j)$. $\text{Find}(i)$ возвращает номер компоненты связности, содержащей i . $\text{Union}(i, j)$ соединяет i и j в одну компоненту, если они принадлежат разным компонентам. Далее представлен псевдокод алгоритма вычисления чисел Бетти.

```

B0 = B1 = 0
for i = 0 to n-1 do
  if s[i] is a vertex then
    B0++
  else if s[i] is an edge then
    if Find(u) == Find(v) then
      B1++
    else
      B0++
  else if s[i] is a triangle then
    B1--

```

Этот алгоритм может быть дополнен для вычисления так называемой персистентности компонент связности. Под персистентностью здесь понимается «время жизни» соответствующей компоненты, т. е. диапазон значений яркости, для которых существует данная компонента. Если вершины очередного ребра принадлежат разным компонентам связности, то при слиянии этих компонент в одну новую компоненту будем считать, что исчезает («гибнет») та компонента, которая появилась позже. Таким образом мы можем следить за уровнями яркости, на которых происходят «рождения» и «смерти» компонент связности. Использование этого алгоритма позволяет вычислить длины баркодов для числа Бетти B_0 . Для того чтобы учитывать также время жизни «дырок», т. е. для числа Бетти B_1 , мы используем тот же алгоритм, но применяем его к дуальному графу (в дуальном графе каждой вершине соответствует треугольник исходного графа, каждому треугольнику соответствует вершина в исходном графе и каждому ребру соответствует дуальное ребро в исходном графе). Для вычисления баркодов для числа Бетти B_1 в конец фильтрации добавляется симплекс со значением минус бесконечность и применяется описанный выше алгоритм с тем различием, что элементы фильтрации перебираются в обратном порядке и вычисления производятся для дуального графа.

Обозначим через $L(B_0)$ и $L(B_1)$ суммарную длину баркодов для первых двух групп гомологий H_0 и H_1 соответственно. Пусть $\mathcal{B} = \mathcal{B}(f, a)$ — диаграмма персистентности, соответствующая множеству выбросов A_u , $a \leq u$. Тогда среднее значение характеристики Эйлера можно определить формулой [7]

$$\chi(\mathcal{B}) = L(B_0) - L(B_1). \quad (3)$$

Эта формула получается с помощью интегрирования по финитной мере — так называемого эйлерова интегрирования. Здесь мы не можем углубляться в детали, заметим только, что фильтрация связана с «подуровнями», в отличие от суперуровней, описанных в предыдущем разделе. Подуровни определяются как

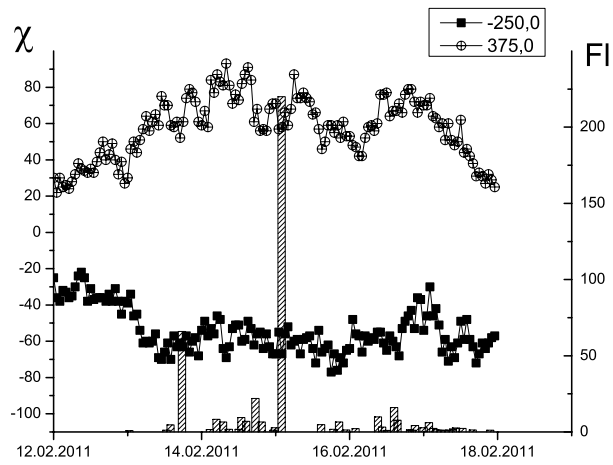
$$A_u = \{p \in W, f(p) \in (-\infty, u]\} \equiv f^{-1}((-\infty, u])$$

и являются симметричным аналогом суперуровней. Мы используем эту формулу для диагностики магнитограмм.

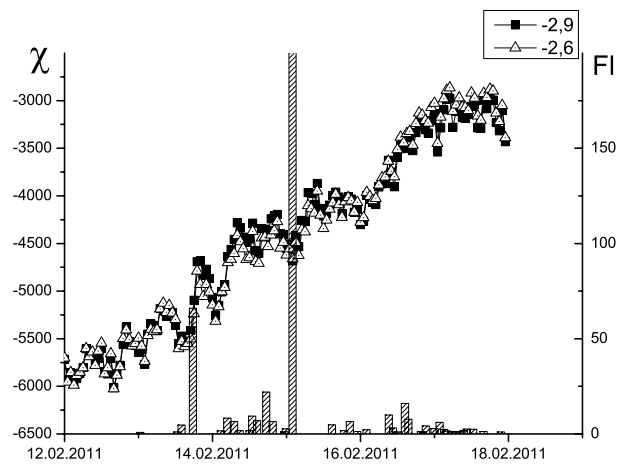
4. Результаты

Мы приводим здесь результаты численных экспериментов для двух вспышечно-активных областей AR11520 и AR11158.

Активная область AR11158 появилась 12 февраля 2011 г. вблизи центра солнечного диска в виде компактной биполярной группы класса β . Уже через день она достигла магнитного класса δ и 13 февраля продуцировала вспышку класса M6,6. Ещё через день произошла вспышка M2,2 и 15 февраля — вспышка класса X2,2. После этого её активность фактически прекратилась [27]. Динамика изменений эйлеровой характеристики для высоких уровней напряжённости



a



б

Рис. 1. Динамика характеристики Эйлера для AR11158

показана на рис. 1, *a*. На рис. 1, *б* показано поведение этой характеристики, вычисленной для магнитограмм, сглаженных до β -устойчивых уровней.

Сложность поля на рис. 1, *a* растёт для полей северной и южной полярностей, предвещая увеличение вспышечной продуктивности. Выбранные уровни соответствуют полям пятен, поэтому рост числа связанных компонент можно объяснить уменьшением числа сёдел, т. е. гауссизацией поля. Для β -устойчивых уровней на рис. 1, *б* также наблюдается рост характеристики Эйлера для сильных полей, который сопровождается небольшими флуктуациями. Однако чёткие предвестники вспышек здесь выделить не удаётся.

Для сравнения на рис. 2 приведено поведение характеристики Эйлера, полученной с помощью персистентных гомологий согласно формуле (3) по магнитограммам, сглаженным гауссовским ядром. Здесь уже можно выделить депрессии в графике характеристики Эйлера, предшествующие увеличению вспышечной активности. Особенно хорошо выражена такая депрессия приблизительно за сутки до вспышки класса X.

Активная область AR11520 появилась на диске Солнца 8 июля 2012 г. Она сразу же была отнесена к классу сложных больших групп δ -конфигурации с возможной высокой вспышечной продуктивностью. В начале эволюции область представляла собой одну большую полутень, которая содержала внутри себя множество мелких пятен противоположной полярности. В процессе эволюции она стала быстро распадаться на отдельные компактные области. Несмотря на ожидания, она дала всего четыре вспышки класса M и одну вспышку балла

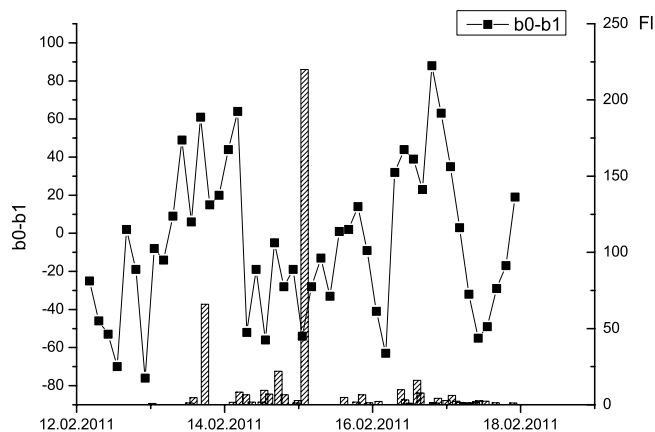


Рис. 2. Динамика эйлеровой характеристики, полученной с помощью персистентных гомологий для магнитограмм AR1158. На правой оси отложена вспышечная активность

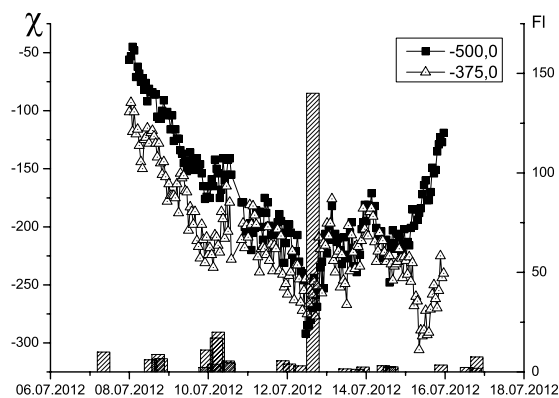


Рис. 3. Динамика эйлеровой характеристики для высоких уровней напряжённости магнитного поля AR11520. На правой шкале отложена вспышечная продуктивность

X1,4 12 июля. Последняя вспышка приблизительно соответствовала локализации группы в центре солнечного диска. После этого её вспышечная активность фактически прекратилась.

На рис. 3 приведено изменение топологической сложности магнитограмм, полученное для высоких значений напряжённости по уровням отрицательной

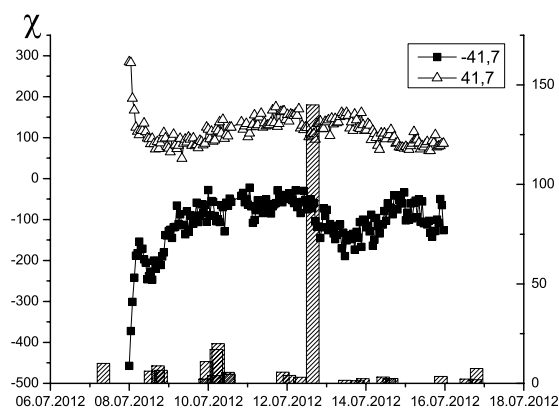


Рис. 4. Динамика эйлеровой характеристики для фоновых уровней напряжённости магнитного поля AR11520

полярности. Наблюдается резкое возрастание характеристика Эйлера перед вспышкой класса X. Для симметричной по выбросам компоненты поля противоположного знака этот эффект проявляется слабее.

Фоновые компоненты магнитограмм ведут себя иначе. На рис. 4 приведены вариации характеристики Эйлера этой же активной области для низких значений поля (≈ 40 Гаусс). Здесь значения эйлеровой характеристики практически сводятся к нулю, предвеля вспышку класса X. Этот эффект можно попытаться интерпретировать как «гауссизацию» поля: суммарное число максимумов и минимумов равно числу седловых точек, как это должно быть в случае гауссовского поля.

На рис. 5 для сравнения приведены оценки характеристики Эйлера для AR11520, полученные с помощью персистентных гомологий. Как и для рис. 2, оценки получены после сглаживания магнитограмм гауссовским ядром. Здесь хорошо заметны вариации сложности перед вспышкой класса X.

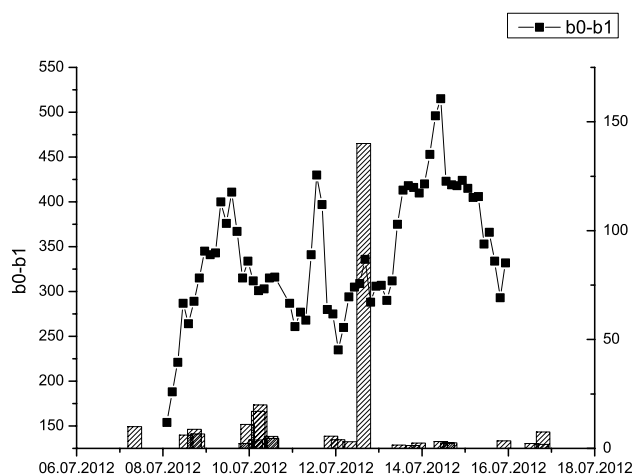


Рис. 5. Динамика эйлеровой характеристики, полученной с помощью персистентных гомологий для магнитограмм AR11520. На правой оси отложена вспышечная активность

5. Заключение

Основной задачей данной работы было развитие топологических подходов для анализа магнитного поля Солнца, ориентированное на выявление предвспышечных сценариев. Данными служили магнитограммы гелиосейсмического

магнитометра Обсерватории солнечной динамики. Из весьма небогатой выборки вспышечно-активных областей для анализа были выбраны две, для которых наблюдались вспышки класса X вдалеке от края диска. Этими областями были AR11520 и AR11158. Для соответствующей им последовательности магнитограмм были получены временные изменения характеристики Эйлера. Она оценивалась двумя способами. В первом из них эта характеристика получалась как один из функционалов Минковского, вычисленный на множествах выбросов наблюдаемой компоненты напряжённости магнитного поля. В качестве одного из вариантов такие оценки были получены для магнитограмм, сглаженных до уровней, позволяющих получать устойчивую кривизну (т. е. лапласиан).

Второй способ основан на методах вычислительной топологии. Диаграммы персистентности, вычисленные для магнитограмм, использовались для оценки сумм длин баркодов первых двух чисел Бетти. Альтернированная сумма этих длин может рассматриваться как усреднённая оценка характеристики Эйлера. В этом подходе магнитограммы предварительно сглаживались гауссовским ядром. Существенная разница подходов заключалась в учёте доли фоновой компоненты — магнитного поля активной среды, окружающей отдельные пятна области. Морфологическая оценка характеристики Эйлера содержит преобладающий вклад именно этой компоненты: число «островов» на множестве выбросов определяет главным образом фон. Персистентные гомологии учитывают всю топографию магнитного поля области.

Исследуемые активные области демонстрируют разную динамику, которая отслеживается изменением паттернов магнитного поля. Вспышки, как правило, предваряются значительными вариациями эйлеровой характеристики. Вариации, которые можно рассматривать в качестве возможных предвестников, выделяются более уверенно после размытия магнитограмм. Важно заметить, что результаты приведённые в этой статье, подтверждают наши ранние работы, полученные по магнитограммам доплеровского интерферометра Майкельсона Солнечной и гелиосферной обсерватории. Это обстоятельство несколько компенсирует отсутствие достаточной статистической выборки, ограниченной низким уровнем солнечной активности в настоящее время. Тем не менее приведённые результаты основаны на естественном предположении о первостепенной роли топологических перестроек в магнитных полях активных областей.

Литература

- [1] Каримова Л. М., Круглун О. А., Макаренко Н. Г., Романова Н. В. Степенной закон распределения в статистике отказов в работе бортовой аппаратуры космических аппаратов // Космич. исслед. — 2011. — Т. 49, № 5. — С. 470—475.
- [2] Князева И. С., Макаренко Н. Г., Каримова Л. М. Топология магнитных полей по MDI данным: фоновое поле // Астрон. журн. — 2010. — Т. 87, № 8. — С. 812—821.
- [3] Князева И. С., Макаренко Н. Г., Лившиц М. А. Выявление всплывания нового магнитного поля из топологии SOHO/MDI магнитограмм // Астрон. журн. — 2011. — Т. 88, № 5. — С. 503—512.

- [4] Макаренко Н. Г., Князева И. С., Каримова Л. М. Топология магнитных областей по MDI данным: активные области // Письма в Астрон. журн. — 2012. — Т. 38, № 7. — С. 597–608.
- [5] Adler R. J. *The Geometry of Random Fields*. — New York: Wiley, 1981.
- [6] Adler R. J., Taylor J. E. *Random Fields and Geometry*. — Berlin: Springer, 2007. — (Springer Monographs Math.).
- [7] Bobrowski O. *Algebraic topology of random fields and complexes: PhD Thesis*. — 2012.
- [8] Borrero J. M., Ichimoto K. Magnetic structure of sunspots // *Living Rev. Solar Phys.* — 2011. — Vol. 8, no. 4.
- [9] Cui Y., Li R., Zhang L., He Y., Wang H. Correlation between solar flare productivity and photospheric magnetic field properties // *Solar Phys.* — 2006. — Vol. 237. — P. 45–59.
- [10] Edelsbrunner H., Harer J. *Computational Topology. An Introduction*. — Providence: Amer. Math. Soc., 2010.
- [11] Falconer D. A., Barghouty A. F., Khazanov I., Moore R. L. A tool for empirical forecasting of major flares, coronal mass ejections, and solar particle events from a proxy of active region free magnetic energy // *Space Weather*. — 2011. — Vol. 9. — P. S04003.
- [12] Ghrist R. Barcodes: The persistent topology of data // *Bull. Am. Math. Soc.* — 2008. — Vol. 45, no. 1. — P. 61–75.
- [13] Gu S., Zheng Y., Tomasi C. Critical nets and beta-stable features for image matching // *Computer Vision — ECCV 2010*. — Berlin: Springer, 2010. — P. 663–676. — (Lect. Notes Comput. Sci.; Vol. 6313).
- [14] Ter Haar Romeny B. M. *Front-End Vision and Multi-Scale Image Analysis*. — Berlin: Springer, 2003.
- [15] Koenderink J. The structure of images // *Biol. Cybernet.* — 1984. — Vol. 50. — P. 363–370.
- [16] Lindeberg T. *Scale-Space Theory in Computer Vision*. — Dordrecht: Kluwer, 1994.
- [17] Lites B. W. The topology and behavior of magnetic fields emerging at the solar photosphere // *Space Sci. Rev.* — 2009. — Vol. 144. — P. 197–212.
- [18] Longcope D. W. Topological methods for the analysis of solar magnetic fields // *Living Rev. Solar Phys.* — 2005. — Vol. 2, no. 7.
- [19] Magara T. Investigation into the subsurface magnetic structure in an emerging flux region on the Sun based on a comparison between Hinode's observations and numerical simulation // *Astrophys. J.* — 2008. — Vol. 685. — P. L91.
- [20] Mason J. P., Hoeksema J. T. Testing automated solar flare forecasting with 13 years of MDI synoptic magnetograms // *Astrophys. J.* — 2010. — Vol. 723. — P. 634–640.
- [21] Matsumoto Y. *An Introduction to Morse Theory*. — Providence: Amer. Math. Soc., 2002.
- [22] Pulkkinen T. Space weather: Terrestrial perspective // *Living Rev. Solar Phys.* — 2007. — Vol. 4, no. 1.
- [23] Scherrer P. H., Schou J., Bush R. I., et al. The Helioseismic and Magnetic Imager (HMI). Investigation for the Solar Dynamics Observatory (SDO) // *Solar Phys.* — 2012. — Vol. 275. — P. 207–227.

- [24] Schneider R. *Convex Bodies: The Brunn—Minkowski Theory*. — Cambridge: Cambridge Univ. Press, 1993.
- [25] Serra J. *Image Analysis and Mathematical Morphology*. — London: Academic Press, 1988.
- [26] Smith J. B., Jr. Predicting activity levels for specific locations within solar active regions // *Solar Activity Observations and Predictions* / P. S. McIntosh, M. Dryer, eds. — Cambridge: MIT, 1972.
- [27] Sun X., Hoeksema J. T., Liu Y., Wiegmann T., Hayashi K., Chen Q., Thalmann J. Evolution of magnetic field and energy in a major eruptive active region based on SDO/HMI observation // *Astrophys. J.* — 2012. — Vol. 74, no. 2. — P. 1—15.
- [28] Weickert J. *Anisotropic Diffusion in Image Processing*. — Stuttgart: Teubner, 1998.
- [29] Witkin A. P. Scale space filtering // *Proc. 8th Int. Joint Conf. Art. Intell., Karlsruhe, Germany, 1983*. — P. 1019—1022.
- [30] Worsley K. J. The geometry of random images // *Chance*. — 1966. — Vol. 9. — P. 27.

