

# Исследование быстрого целенаправленного силового движения руки

**А. Г. ЯКУШЕВ**

Московский государственный университет  
им. М. В. Ломоносова

**Т. Ю. БОКОВ**

Московский государственный университет  
им. М. В. Ломоносова  
e-mail: stevie-lpool@yandex.ru

УДК 57.084.1

**Ключевые слова:** движение руки, минимизируемый функционал, быстрое движение, плоскостность движения, закон Фиттса, регистрация движения, силовое целенаправленное движение.

## Аннотация

Приведён краткий обзор моделей движения руки, предложен подробный план эксперимента по изучению быстрого целенаправленного движения руки при забивании гвоздей молотком. Описан ход исследования. Сформированы статистические критерии для оценки степени плоскостности движения. На основе результатов проведённого пробного исследования сделан вывод о применимости плоской модели при расчёте моментов сил, развиваемых мышцами при движении руки.

## Abstract

*A. G. Yakushev, T. Yu. Bokov, Study of rapid goal-directed force upper limb movement, Fundamentalnaya i prikladnaya matematika, vol. 22 (2018), no. 2, pp. 237–249.*

We give a brief review of upper limb movement model and a detailed plan of experimental study of rapid goal-directed force upper limb movement during hammering nails. Experimental study is described. Statistical criteria for estimation of movement planarity are formulated. A conclusion about applicability of a planar model for calculation of upper limb's muscles' forces is drawn, based on results of a performed trial experimental study.

## Введение

Изучение движения руки — тема множества исследований. С точки зрения динамики задача по перемещению руки из одного положения в другое может быть решена бесконечным количеством способов, если на движение не наложено никаких дополнительных ограничений. Каким образом из этого множества выбирается фактическая траектория движения, реализуемая опорно-двигательной системой? Одним из первых учёных, посвятивших свои работы этой теме,

был Н. А. Бернштейн, занимавшийся физиологией и биомеханикой различных движений. В частности, в [1] рассматриваются движения руки при ударе молотком по зубилу и при стандартном гимнастическом упражнении — выходе в стойку на руках.

Некоторые модели предполагают выявление общих закономерностей движения руки. Отдельного внимания среди подобных моделей заслуживает экспериментальный закон, выведенный П. М. Фиттсом в [7]. В рамках этого исследования было проведено три эксперимента:

- 1) испытал переносил стилус, касаясь им сначала одной, а затем другой металлической пластины;
- 2) испытал рукой снимал пластмассовые шайбы с одного штифта и надевал его на другой;
- 3) испытал вынимал штифты из одного ряда отверстий (диаметром в два раза больше диаметра штифта) и вставлял в другой, параллельный первому, ряд таких же отверстий.

Закон Фиттса, полученный в результате этого исследования, утверждает, что при совершении быстрого движения руки к цели затраченное время МТ (от английского «movement time» — «время движения») связано с амплитудой движения  $D$  («distance» — «расстояние») и шириной цели  $W$  («width» — «ширина») соотношением

$$MT = a \log_2 \frac{2D}{W} + b,$$

где  $a$  и  $b$  — эмпирические константы. В экспериментах, описанных в [7], амплитуда  $D$  варьировалась изменением расстояний между пластинами, штифтами и рядами отверстий, а ширина  $W$  — изменением ширины пластин, диаметра отверстий в шайбах и диаметра отверстий в рядах.

Из закона Фиттса можно сделать вывод о том, что для попадания рукой в цель меньшего размера необходимо затратить больше времени. Кроме того, точное движение до цели одного и того же размера потребует больше времени, если цель будет более удалённой; при этом зависимость времени движения от соотношения размеров цели носит логарифмический характер. В исследовании Фиттса данный факт объясняется ограниченной пропускной способностью передачи данных в моторной части нервной системы человека. Например, если человек будет производить циклические движения примерно одинаковой амплитуды с попаданием в цель, то, если он попытается ускорить эти движения, через моторные нейроны успеет пройти меньше информации и ошибка при попадании в цель возрастёт.

Через несколько лет после опубликования закон Фиттса был уточнён А. Т. Уэлфордом [20], предложившим двухфакторный закон

$$MT = a_1 \log_2 D + a_2 \log_2 W + b,$$

где  $a_1$ ,  $a_2$  и  $b$  — константы. Данное уточнение основано на гипотезе, что расстояние до цели и ширина цели оказывают разное влияние на время движения.

Этим предположением обосновывается введение дополнительного параметра по сравнению с законом Фиттса. Закон Фиттса неоднократно подтверждён исследованиями [15, 21].

В качестве ещё одного примера моделей данного класса можно привести экспериментальный закон, предложенный в результате исследования движения руки при рисовании и написании текста [14, 19]. Этот закон утверждает, что тангенциальная составляющая скорости  $V$  кончика карандаша связана с радиусом кривизны  $R$  нарисованной линии соотношением

$$V = KR^{1-\beta},$$

где  $K$  и  $\beta$  — константы и  $\beta \approx 2/3$ .

В основе моделей другого класса лежит предположение о существовании функционала, который минимизируется на реализуемой траектории руки. Такие функционалы можно разделить условно на «детерминированные» и «стохастические». В качестве детерминированного критерия часто [9, 10, 18] выбирается интеграл от суммы квадратов третьих производных обобщённых координат  $q = (q_1, \dots, q_n)$  по времени:

$$C = \int_0^T \frac{\gamma^2}{2} dt,$$

где  $\gamma = \ddot{q}$ , а  $T$  — время движения руки. Также в исследованиях встречаются подходы, при которых минимизируемый функционал зависит от энергозатрат при движении руки [2, 4], производных моментов сил, развиваемых мышцами [17], или других параметров.

Пример «стохастического» функционала встречается в [12], где минимизируется дисперсия ошибки конечного положения руки. Также вводится гипотеза о том, что величина шума в нейронном сигнале, активизирующем мышцу, пропорциональна амплитуде сигнала. Это предположение хорошо согласуется с законом Фиттса, потому что при более быстром движении к цели амплитуда управляющего нейронного сигнала должна быть больше, следовательно, больше и присутствующий в сигнале шум и ошибка итогового положения руки. Также гипотеза демонстрирует, что оптимальная траектория, на которой минимизируется дисперсия конечного положения руки, должна быть достаточного порядка гладкости, так как резкие её изменения свидетельствовали бы о больших управляющих нейронных сигналах и шумах в этих сигналах. Гипотеза была подтверждена экспериментальным исследованием движений руки при попадании в цель и при рисовании эллипсов. Также данное предположение проверено при моделировании саккад — быстрых согласованных движений глаз, происходящих одновременно в одном и том же направлении.

Следует также отметить модели, занимающие промежуточное положение между двумя типами, описанными выше. Такие модели не предлагают готовую траекторию, но и не ограничиваются общими соотношениями между параметрами. В моделях такого рода, как правило, выбирается набор параметров и траектория формируется исходя из их значений.

Например, в [16] для моделирования траектории руки используются фрагменты сплайнов, перекрывающих друг друга по времени, с колоколообразным профилем скорости. Выбор сплайнов обеспечивает непрерывность скорости и кривизны траектории, а выбор профиля скорости обусловлен экспериментальными данными. Параметры модели, обеспечивающие масштабирование траектории во времени и пространстве, также получены благодаря анализу экспериментальных данных.

В [8, 11] используется гипотеза А. Фельдмана об управлении движением «точки равновесия». Мышцы руки рассматриваются при помощи упругой модели, в которой усилие, создаваемое мышцей, зависит от её длины и значения «длины нерастянутой мышцы», которое задаётся нервной системой. Считается, что при реализации траектории нервная система задаёт несколько последовательных состояний равновесия. Отдельный вопрос в исследованиях такого рода — измерение упругих параметров мышц.

В исследованиях иногда используется гипотеза о ведущем (главном) суставе [5, 6], утверждающая, что суставы конечности играют разную роль в реализуемом движении: можно выделить один сустав (который называют ведущим), работа мышц в котором приводит к движению всей конечности. Роль мышц в остальных (подчинённых) суставах конечности состоит в том, чтобы создавать необходимые моменты взаимодействия (реакции) между составными частями конечности таким образом, чтобы реализовалось необходимое движение конечного звена (кисти в случае руки и стопы в случае ноги).

Из приведённых примеров можно заметить, что при изучении движений человека, как правило, рассматриваются сравнительно медленные движения с характерными скоростями порядка 1 м/с: указательное движение пальцем, движение при письме или рисовании и т. д. Движения с большими скоростями, а тем более с ударными взаимодействиями тел, рассматриваются намного реже. Обычно в подобных исследованиях, помимо видеосистемы, используются вспомогательные измерительные устройства: датчики угловой скорости, акселерометры, тензодатчики и другие приборы. В качестве примера исследования быстрого точностного движения руки можно привести работу [13] по изучению техники выполнения бадминтонистом удара «смэш» — в этой работе в качестве дополнительного оборудования использовались микроэлектромеханические инерциальные датчики. Стоит, впрочем, указать, что существуют сферы исследований, в которых видеозаписи быстрых точностных движений уже нашли широкое применение: например, записи нистагма глаз человека [3].

## Цель и задачи эксперимента

Исследование, описанное в данной статье, проведено с целью изучения характера быстрого целенаправленного силового движения руки и совершенствования двигательного навыка по мере тренировки. В качестве примера было выбрано сравнительно простое движение: удар молотком. При этом движении

скорость кисти руки может достигать величин порядка  $20 \text{ м/с}$ , а при целенаправленном забивании гвоздя средних размеров составляет к моменту удара около  $5\text{--}7 \text{ м/с}$ . В число задач эксперимента входят:

- 1) видеорегистрация движения руки при забивании молотком четырёх серий гвоздей;
- 2) последующая обработка записей при помощи программного обеспечения для накопления информации о статистических параметрах движения;
- 3) анализ распределений полученных параметров и вычисление дополнительных параметров исходя из динамических уравнений движения и предположений о характере движения руки.

## Подготовка эксперимента

Эксперимент проведён в лаборатории общей механики Научно-исследовательского института механики Московского государственного университета имени М. В. Ломоносова. Для регистрации движения руки используется установленная в лаборатории система Vicon, состоящая из 19 инфракрасных камер Vicon Bonita и персонального компьютера с программным обеспечением Vicon Nexus.

В эксперименте принимают участие испытуемые: мужчины-правши ростом  $180 \pm 10 \text{ см}$ , весом  $75 \pm 10 \text{ кг}$ , без выявленных заболеваний опорно-двигательного аппарата, нервной системы, вестибулярного аппарата, с нормальной остротой зрения; без профессиональных столярно-слесарных навыков. Во время эксперимента испытуемые забивают гвозди сериями, начиная по команде экспериментатора.

В эксперименте используются сосновые бруски размером  $100 \times 100 \times 1200 \text{ мм}$ , имеющие рабочую поверхность длиной  $1000 \text{ мм}$ . Перед началом эксперимента ассистент экспериментатора при помощи металлического шаблона и дрели сверлит по 42 отверстия глубиной около  $5 \text{ мм}$  на каждой рабочей поверхности бруска. Брусок зажимается в наковальне так, что начало рабочей зоны располагается в районе правой руки испытуемого.

Для эксперимента заготовлено необходимое количество стальных строительных гвоздей  $3 \times 90 \text{ мм}$ . Для забивания гвоздей испытуемый использует слесарный молоток массой  $500 \text{ г}$  (рис. 1), на котором закреплены три маркера: два на бойке и один на рукоятке молотка. Маркеры изготовлены из деревянных шарообразных заготовок диаметром  $20 \text{ мм}$ , поверхность которых оклеена линзовидными фрагментами световозвращающей плёнки 3M 610 Series. До оклейки вдоль оси маркера просверливается отверстие (для последующего крепления к молотку) диаметром  $6 \text{ мм}$  и глубиной  $7 \text{ мм}$ .

Маркеры крепятся к молотку следующим образом:

- в бойке и рукоятке высверливаются сквозные отверстия диаметром  $6 \text{ мм}$ ;
- в отверстиях нарезается резьба, и в них ввинчиваются отрезки стальной шпильки;



Рис. 1. Молоток с тремя маркерами

- на отрезки шпильки навинчиваются маркеры;
- со стороны маркеров отрезки шпильки к молотку застопорены контргайками.

При подготовке к эксперименту возник вопрос о способе крепления маркеров к телу испытуемого. Крепление непосредственно на кожу при помощи двустороннего скотча доставляло неудобства испытуемому. Кроме того, при таком способе крепления во время регистрации быстрых движений колебания маркеров значительно превышают погрешность измерения видеосистемы регистрации движения, что является источником дополнительных помех в видеосигнале.

Способ, при котором маркер пришивается к одежде, обтягивающей тело испытуемого, также признан неудовлетворительным. При данном способе амплитуда возникающих колебаний при быстрых движениях в несколько раз превысила погрешность системы.

В итоге выбран следующий способ крепления маркеров к руке: на плечо и предплечье испытуемого надеваются конструкции из деревянных планок; каждая конструкция состоит из следующих частей (рис. 2):

- отрезка деревянной линейки длиной 200 мм;
- деревянной планки длиной 65 мм, приклеенной перпендикулярно к отрезку линейки;
- двух отрезков хозяйственной ленты-липучки, закреплённых на концах линейки;
- двух маркеров, закреплённых самонарезающими винтами на отрезке линейки около отметок «1 см» и «19 см»;
- двух маркеров, закреплённых самонарезающими винтами на планке около её концов;
- двух вставок из плотного поролона в местах крепления отрезков лент-липучек к линейке (их назначение будет описано ниже).

Отрезки ленты-липучки затягиваются на руке так, чтобы плотно облегал соответствующую часть руки и минимизировать «лишние» колебания при быстрых движениях.

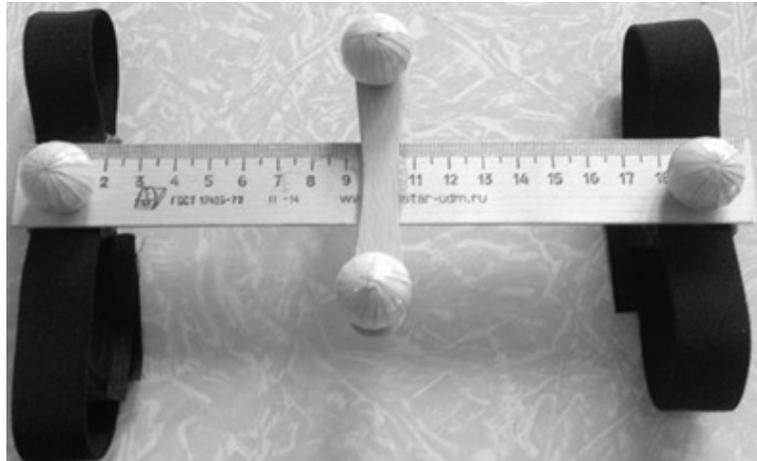


Рис. 2. Конструкция с маркерами

Вернёмся к вопросу о поролоновых вставках в конструкциях из маркеров. Они необходимы для того, чтобы отрезок линейки был параллелен оси соответствующего сегмента руки, так как сегменты руки имеют форму скорее усечённого конуса, чем цилиндра. Следовательно, без вставок будет возникать систематическая ошибка в определении угла ориентации, вызванная непараллельностью отрезка линейки и оси сегмента руки.

Размеры вставок рассчитаны исходя из средних параметров руки человека 18—27 лет (все испытуемые были этого возраста). Измерениями выяснено, что предплечье имеет характерное сужение по мере приближения от локтя к кисти. Среднее значение разности между толщиной предплечья на его концах  $\Delta d$  составляет 2—3 см. Обозначив систематическую ошибку в определении угла между предплечьем и плечом через  $\alpha$ , оценим её, учитывая, что средняя длина предплечья  $L = 22$  см. Получим (рис. 3)

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{\Delta d}{2L}.$$

Исходя из приведённых выше оценок на  $\Delta d$  и  $L$ , значение  $\alpha$  можно оценить в 2,5—4°.



Рис. 3. Схема предплечья как усечённого конуса

Разность между толщиной вставок составляет 1,5 см — около половины разности в толщине предплечья на концах. Кроме решения описанной выше проблемы, вставки также обеспечивают некоторый зазор между линейкой и предплечьем, чтобы линейка не мешала свободным движениям при забивании гвоздя. Так как на плече эффект сужения менее значителен (разность в толщине порядка 2–3 мм), то в системе маркеров для плеча толщина вставок одинакова.

## Ход эксперимента

Перед началом исследования в протокол исследования записываются данные испытуемого: фамилия, имя, отчество, рост, масса тела. Расстояния между центрами вращения суставов измеряются антропометром фирмы Lafayette Instrument Company и заносятся в протокол. Экспериментатор закрепляет на плече и предплечье правой руки испытуемого две системы маркеров, описанные выше.

Испытуемый садится в кресло, ассистент экспериментатора помогает ему отрегулировать наклон спинки кресла так, чтобы спина испытуемого приняла удобное для забивания гвоздей положение (слегка наклонённый вперёд торс) и испытуемый не чувствовал бы дискомфорта в процессе эксперимента. Для обеспечения неподвижности плечевого сустава тело испытуемого туго фиксируется относительно кресла с помощью двух привязных ремней, один из которых располагается диагонально от правого плеча до верхней части левого бедра, а другой горизонтально, в нижней трети грудной клетки. Для защиты органов слуха участники исследования надевают шумопоглощающие наушники. Испытуемый для обеспечения надёжности хвата молотка надевает на руки хозяйственные перчатки.

Во время эксперимента гвозди забиваются сериями, по 21 гвоздю в каждой. Каждый испытуемый выполняет четыре серии. Между сериями испытуемый для отдыха делает перерывы в 20–30 минут. При забивании гвоздя перед испытуемым ставятся одновременно две иерархически упорядоченные задачи: во-первых, постараться забить гвоздь по возможности аккуратно, не погнув его, во-вторых, стараться забить гвоздь за наименьшее число ударов молотка.

Перед началом забивания каждого гвоздя испытуемый берёт молоток в правую руку. Ассистент подаёт испытуемому гвоздь. Испытуемый вставляет его в самое правое намеченное отверстие в бруске, несколькими несильными ударами закрепляет его в намеченном отверстии и (по сигналу экспериментатора) начинает забивать его. В этот момент экспериментатор включает систему Vison на запись движения. Кроме того, процесс эксперимента также фиксируется на бытовую видеокамеру Sony Handycam DCR-SR88, и эти видеозаписи впоследствии используются для контроля данных в протоколах.

Гвоздь считается забитым, когда при очередном ударе молоток оставляет отчетливый отпечаток бойка на древесине бруска. Ассистент экспериментатора

считает и заносит в протокол количество ударов, потраченных на полное забивание гвоздя. Если при очередном ударе гвоздь гнётся, испытатель прекращает попытки его забить, а ассистент экспериментатора отмечает этот факт в отдельной графе протокола. Если испытатель промахивается мимо гвоздя, эксперимент не останавливается, но ассистент экспериментатора также отмечает этот факт в протоколе. Оба эти события расцениваются как ошибки реализации граничных условий на правом конце траектории молотка: в первом случае — по ориентации вектора скорости, во втором — по координатам.

По завершении забивания очередного гвоздя ассистент экспериментатора ослабляет зажим наковальни и продвигает брусок примерно на 50 мм так, что перед испытателем оказывается следующее намеченное отверстие и подаёт испытателю следующий гвоздь.

По окончании каждой серии экспериментатор останавливает запись, ассистент вынимает погнутые гвозди, располагает брусок в наковальне новой, неиспользованной стороной и готовит новую партию гвоздей. Когда все стороны бруска использованы, ассистент вставляет в наковальню новый брусок. Вторая, третья и четвёртая серии выполняются аналогично первой.

В результате каждой серии программное обеспечение Vicon Nexus сохраняет на жёстком диске персонального компьютера запись в виде файла с координатами 11 маркеров, размещённых на руке и молотке, и моментов времени, в которые фиксировались координаты. Частота дискретизации записи выбрана максимально возможной — 120 Гц. Полученные записи позволяют восстановить параметры движения: время удара, амплитуды вращений в суставах, моменты сил, развиваемых мышцами, и некоторые другие.

## Оценка плоскостности движения руки

Так как к плечу и предплечью прикреплены системы из четырёх маркеров, образующих два перпендикулярных отрезка, можно говорить о физически реализованных системах координат, связанных с плечом и предплечьем. Два базисных вектора направим вдоль отрезков, а третий вектор будет дополнять первые два до правой тройки. Определять ориентацию этих систем относительно лабораторной системы координат можно при помощи углов Эйлера—Крылова. Кроме того, в данной работе принято дополнительное допущение, что продольная ось сжатой кисти перпендикулярна ручке молотка, т. е. испытатель при забивании гвоздя крепко сжимает ручку молотка, поэтому ориентацию системы координат, связанной с кистью, можно определить по ориентации системы координат, связанной с молотком.

При использовании углов Эйлера—Крылова для трёх звеньев руки общее число степеней свободы равно 9. Это число можно уменьшить, если удастся показать, что движение близко к плоскому или плоскопараллельному. Чтобы определить применимость уравнений плоского движения для моделирова-

ния движения руки в эксперименте, оценим степень плоскостности движения, основываясь на записях эксперимента.

Заметим, что для проверки плоскостности необходимо скорректировать положение маркеров, находящихся на молотке, так как они вынесены за плоскость его симметрии. Для этого построим плоскость, проходящую через эти три маркера, и сдвинем координаты маркеров на вектор, равный единичному вектору нормали к данной плоскости, умноженному на расстояние до плоскости симметрии молотка. Кроме того, для удобства рассуждений пронумеруем 11 маркеров (рис. 4) и введём воображаемый маркер  $2'$  в середине отрезка, соединяющего маркеры 2 и 3. Ось  $1-2'$  будет являться своеобразной «осью» молотка, включающей в себя ось рукоятки, аналогично тому, как оси  $9-8$  и  $5-4$  являются осями плеча и предплечья соответственно.

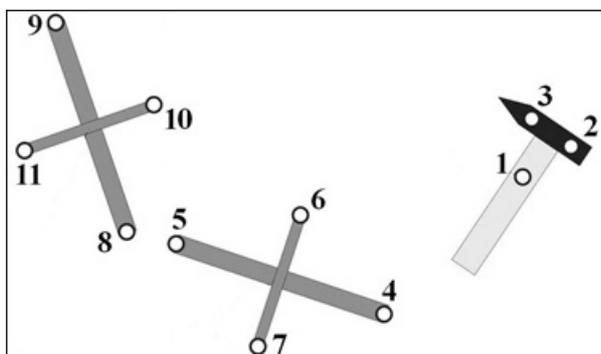


Рис. 4. Нумерация маркеров

Перейдём к рассмотрению возможных критериев плоскостности движения. В дальнейшем будем считать, что перед началом процесса вычисления показателя выбран характерный интервал времени, на котором рассчитывается этот показатель: например, интервал одного удара по гвоздю (включающий в себя замах и последующий удар) или интервал забивания одного гвоздя. Поступим следующим образом.

1. Построим плоскость  $\beta$ , приближающую положения шести «осевых» маркеров — 1, 2, 5, 6, 9, 10 — за характерный интервал времени, используя метод наименьших квадратов.
2. Построим три «осевых» вектора, меняющихся со временем:
  - 1)  $\vec{e}_1$ , направленный от маркера 9 к маркеру 8;
  - 2)  $\vec{e}_2$ , направленный от маркера 5 к маркеру 4;
  - 3)  $\vec{e}_3$ , направленный от маркера 1 к маркеру  $2'$ .
3. Построим проекции  $\vec{e}_1$ ,  $\vec{e}_2$  и  $\vec{e}_3$  на плоскость  $\beta$  и определим функции косинусов углов, которые эти проекции образуют с самими векторами:  $\cos \phi_1$ ,  $\cos \phi_2$  и  $\cos \phi_3$  соответственно.

4. Оценим близость среднего значения косинусов углов проекции к единице и среднеквадратическое отклонение этих косинусов.

На рис. 5 приведены графики с расчётными данными для серии забитых гвоздей для одного из испытуемых. Через  $\mu_\phi$  обозначено среднее значение косинуса углов  $\phi_1$ , образуемых осью сегмента с плоскостью наилучшего приближения, через  $\delta_\phi$  — отношение среднеквадратичного отклонения косинусов этих углов к  $\mu_\phi$ , через  $N$  — номер гвоздя.

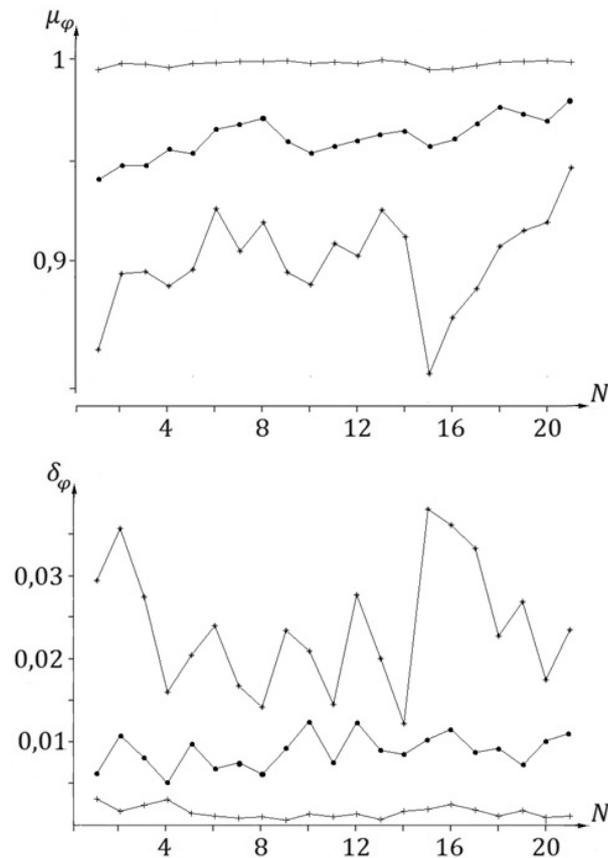


Рис. 5. Зависимость  $\mu_\phi$  и  $\delta_\phi$  от номера гвоздя (линия из «+» — плечо, линия из точек — предплечье, линия из «\*» — кисть)

На графиках видно, что  $\mu_\phi$  для предплечья практически не отличается от единицы, отклонения  $\mu_\phi$  для плеча от единицы составляют около 5 %, отклонения  $\mu_\phi$  для кисти составляют около 10 %. Отклонения от среднего значения во всех трёх случаях не превышают 2–3 %.

## Заключение

В статье приведён краткий обзор моделей движения руки. Предложен план эксперимента по изучению быстрого силового целенаправленного движения руки на примере забивания гвоздя молотком. Описана подготовка эксперимента: выбор световозвращающих маркеров, способа их крепления, изготовление другого оборудования.

В соответствии с описанным протоколом проведена пробная серия записей. Результаты обработки записей позволили оценить степень плоскостности движения по выбранным критериям: средним значениям косинусов углов осей сегмента руки с плоскостями наилучшего приближения, а также отношениям среднеквадратических отклонений этих косинусов к их средним значениям. Расчёты показали, что средние значения косинусов углов отклонения близки к единице, а среднеквадратические отклонения составили не более 2–3 % от средних значений, следовательно, плоскую модель можно применять для расчёта моментов сил, развиваемых мышцами.

Работа выполнена при поддержке гранта РФФИ № 14-50-00029. Авторы благодарят сотрудников НИИ механики МГУ им. М. В. Ломоносова: директора Ю. М. Окуневу, ведущего научного сотрудника А. М. Формальского и научных сотрудников Е. В. Письменную и А. В. Иванова, а также научного сотрудника ИМБП РАН В. В. Китова за помощь в подготовке и организации эксперимента, а также благодарят участников эксперимента.

## Литература

- [1] Бернштейн Н. А. О построении движений. — М.: Медгиз, 1947.
- [2] Зацюрский В. М. Механические энергозатраты при движении человека // *Соврем. пробл. биомех.* — 1986. — Вып. 3. — С. 14–32.
- [3] Якушев А. Г., Доценко В. И., Кулакова Л. А. и др. Опыт применения коэффициента стабилизации зрения при компьютерном анализе нистагма как объективного интегрального показателя оценки вестибулярной функции // *Функцион. диагностика.* — 2010. — № 4. — С. 41–51.
- [4] Alexander R. M. A minimum energy cost hypothesis for human arm trajectories // *Biolog. Cybernet.* — 1997. — Vol. 76. — P. 97–105.
- [5] Ambike S., Schmiedeler J. The leading joint hypothesis for spatial reaching arm motions // *Experiment. Brain Res.* — 2013. — Vol. 224. — P. 591–603.
- [6] Dounskaia N. The internal model and the leading joint hypothesis: implications for control of multi-joint movements // *Experiment. Brain Res.* — 2005. — Vol. 166. — P. 1–16.
- [7] Fitts P. M. The information capacity of the human motor system in controlling the amplitude of movement // *J. Experiment. Psychol.* — 1954. — Vol. 47, no. 6. — P. 381–391.
- [8] Flash T. The control of hand equilibrium trajectory in multi-joint arm movements // *Biolog. Cybernet.* — 1987. — Vol. 57. — P. 257–274.

- [9] Flash T., Hogan N. The coordination of arm movements: an experimentally confirmed mathematical model // *J. Neurosci.* — 1985. — Vol. 5, no. 7. — P. 1688–1703.
- [10] Fligge N., McIntyre J., van der Smagt P. Minimum jerk for human catching movement in 3D // *The Fourth IEEE RAS/EMBS Int. Conf. on Biomedical Robotics and Biomechanics.* 24–27 June, 2012, Roma, Italy. — P. 581–586.
- [11] Gomi H., Kawato M. Equilibrium-point control hypothesis examined by measured arm stiffness during multijoint movement // *Science.* — 1996. — Vol. 272. — P. 117–120.
- [12] Harris C. V., Wolpert D. M. Signal-dependent noise determines motor planning // *Nature.* — 1998. — Vol. 394. — P. 780–784.
- [13] Jaitner T., Gawin W. A mobile measure device for the analysis of highly dynamic movement techniques // *Procedia Eng.* — 2010. — No. 2. — P. 3005–3010.
- [14] Laquanti F., Terzuolo C., Viviani P. The law relating the kinematic and figural aspects of drawing movements // *Acta Psychol.* — 1983. — Vol. 54. — P. 115–130.
- [15] Meyer D. E., Abrams R. A., Kornblum S., et al. Optimality in human motor performance: ideal control of rapid aimed movement // *Psychol. Rev.* — 1988. — Vol. 95, no. 3. — P. 340–370.
- [16] Morasso P., Mussa Ivaldi F. A. Trajectory formation and handwriting: a computational model // *Biolog. Cybernet.* — 1982. — Vol. 45. — P. 131–142.
- [17] Nakano E., Imamizu H., Osu R., et al. Quantative examinations of internal representations for arm planning trajectories: minimum commanded torque change model // *Amer. Physiol. Soc.* — 1999. — Vol. 81, no. 5. — P. 2140–2155.
- [18] Uno Y., Kawato M., Suzuki R. Formation and control of optimal trajectory in human multijoint arm movement // *Biolog. Cybernet.* — 1989. — Vol. 61. — P. 89–101.
- [19] Viviani P., Schneider R. A developmental study of the relationship between geometry and kinematics in drawing movements // *J. Experiment. Psych.* — 1991. — Vol. 17, no. 1. — P. 198–218.
- [20] Welford A. T. *Fundamentals of Skill* — London: Methuen, 1968.
- [21] Wright C. E., Meyer D. E. Conditions for a linear speed-accuracy trade-off in aimed movements // *Quart. J. Experiment. Psych.* — 1983. — Vol. 35A. — P. 279–296.

