

ЭГД-модель и численный анализ влияния электрического поля на распространение ламинарного пламени

И. Л. ПАНКРАТЬЕВА

Московский государственный университет
им. М. В. Ломоносова,
Научно-исследовательский институт механики
e-mail: ild.msu@bk.ru

УДК 532.5+537.7

Ключевые слова: высокотемпературная газовая смесь, хемоионизация, объёмный электрический заряд, кулоновская сила, электрогидродинамика.

Аннотация

В статье рассматривается воздействие постоянного продольного электрического поля на скорость распространения углеводородного пламени в плоском канале с электрически изолированными от окружающей среды стенками. Исследование основано на применении методов электрогидродинамики для описания химически реагирующих многокомпонентных неравновесных газовых смесей. Показано, что при распространении ламинарного пламени в тормозящем электрическом поле в профиле скорости среды появляются точки перегиба. Этот эффект связан с образованием биполярно заряженных слоёв объёмного заряда на границах факела и при некоторых значениях напряжённости приложенного поля может привести к гидродинамической неустойчивости течения газовой смеси и гашению пламени в канале.

Abstract

I. L. Pankratieva, EHD model and numerical analysis of the effect caused by electric field on the laminar flame propagation, Fundamentalnaya i prikladnaya matematika, vol. 25 (2025), no. 4, pp. 173–184.

The paper is concerned with the effect caused by a constant longitudinal electric field on the rate of propagation of hydrocarbon flame in a plane channel whose walls are electrically isolated from the environment. Methods of electrohydrodynamics are used to describe chemically reacting multicomponent nonequilibrium gas mixtures. It is demonstrated that when laminar flame propagates along a decelerating electric field there appear inflection points in the profile of the medium rate. This effect is due to the formation of bipolarly charged layers of volume charge at the flame edge. For some values of the applied field strength it may cause hydrodynamic instability of the gas mixture flow and failure of flame in the channel.

Памяти Евгения Васильевича Панкратьева

1. Введение

Слабопроводящие многокомпонентные среды, содержащие заряженные частицы, в которых происходят как объёмные, так и поверхностные химические реакции, уже давно привлекают исследователей. В таких средах возможны появления областей нескомпенсированного объёмного электрического заряда. Приложенное внешнее электрическое поле проникает в среду на характерное гидродинамическое расстояние, и в заряженном слое возникает объёмная кулоновская сила, влияющая на течение смеси.

Основная трудность, связанная с моделированием электрогидродинамических течений частично ионизованных газовых смесей и жидкостей, заключается в большом количестве входящих в задачу параметров. Одним из способов преодоления этой проблемы является построение эффективной модели с минимальным числом входящих в неё параметров, адекватно отражающей физические процессы. В [11, 12] подробно описано построение трёх таких моделей в ЭГД: модели униполярно заряженной среды, модели с двумя сортами разноименно заряженных частиц и модели среды с тремя сортами ионов. Также приведён круг различных задач электрогидродинамики, решённых в рамках каждой из них. В частности, с помощью бинарной модели были решены задачи о диагностике плотной плазмы [1–5, 9, 14–16]. Дальнейшее развитие бинарной модели было использовано для изучения ЭГД-структуры частично ионизованной газовой смеси с неоднородным источником заряженных частиц [6], взаимодействия углеводородного пламени с электрическим полем в плоском канале, стенки которого находятся под напряжением [7], а также для диагностики процессов ионизации в углеводородных средах [13].

Несмотря на альтернативные методы получения энергии в мире, углеводородное топливо является преобладающим источником энергии. Интерес к электрогидродинамике течений углеводородных смесей в каналах, наблюдающийся в последнее время в литературе, связан с возможностью управления поведением пламени с помощью внешнего электрического поля в различных технологических процессах. Известно, что углеводородные пламена из-за реакций хемоионизации, когда в среде образуются заряженные частицы при выделении энергии в реакциях между нейтральными компонентами с образованием нового соединения [8], сильно подвержены воздействию электрического поля. При этом концентрация заряженных частиц мала и, в зависимости от условий, имеет порядок 10^9 – 10^{12} см⁻³. На границах зоны горения имеется сильная пространственная неоднородность источника заряженных частиц, что приводит к неоднородности индуцированного поперечного электрического поля. В результате этого возле границ факела образуются биполярные структуры нескомпенсированного объёмного заряда, на которые можно воздействовать внешним приложенным полем. В данной работе в рамках бинарной модели численно исследуется взаимодействие постоянного продольного тормозящего электрического поля с факелом

углеводородного пламени в плоском канале с электрически нейтральными стенками.

2. Постановка задачи

Рассматривается ламинарное двумерное течение в плоском канале слабопроводящей многокомпонентной химически реагирующей углеводородно-воздушной газовой смеси, содержащей заряженные частицы двух сортов: с положительным и отрицательным знаком заряда. Считается, что заряженные частицы составляют малую примесь в несущей среде электрически нейтральных частиц и в отсутствие приложенных полей не влияют на её течение. При построении модели все положительные частицы (ионы), участвующие в химических реакциях, объединены в один сорт с эффективной концентрацией и электрической подвижностью, а отрицательными частицами являются электроны. При этом различие в подвижностях частиц составляет три порядка. В окрестности стенок канала учитываются вязкие эффекты. При заданном постоянном градиенте давления и в отсутствие внешнего электрического поля для распределения скорости среды имеет место профиль Пуазейля. В общем случае система размерных уравнений, описывающих электрогидродинамические течения многокомпонентной слабоионизованной среды и её электрические свойства, содержит уравнения сохранения импульса и энергии вязкой жидкости или газа с учётом силы Кулона, уравнения Пуассона для электрического поля и электрического потенциала, а также два уравнения неразрывности для положительно заряженных ионов и электронов [10].

Внешнее продольное постоянное электрическое поле и объёмный пространственный заряд создают в канале кулоновские силы, которые в зависимости от направления поля ускоряют или тормозят поток. Рассмотрим условия, при которых абсолютная величина приложенного постоянного продольного поля много больше, чем абсолютная величина поперечного электрического поля, индуцированного появлением биполярных двойных слоёв на границах пламени, описанных в [6]. Индуцированное поле в такой среде появляется даже в отсутствие внешнего электрического поля.

В уравнениях для заряженных частиц учитывается диффузия и дрейф в электрическом поле, объёмные реакции ионизации и рекомбинации, а также поверхностные свойства стенок канала. В данной работе при исследовании взаимодействия продольного электрического поля со струёй горящей смеси не будем детально учитывать весь цикл химических реакций, в результате которых в углеводородной среде появляются заряженные частицы. Заменим его эффективным объёмным источником, неоднородно распределённым поперёк канала. Как и в [7], будем использовать для источника заряженных частиц ступенчатую функцию $w(x)$, которая зависит только от координаты x , поперечной к стенкам плоского канала. Такая модельная функция при соответствующих значениях величины высоты ступеньки достаточно хорошо отражает экспери-

ментальные литературные данные и качественно описывает процесс горения. Область шириной l , где функция $w(x)$ отлична от 0, моделирует факел пламени, на границе которого имеется большой градиент концентрации заряженных частиц. Около стенок канала, где источник заряженных частиц равен нулю, находится более холодная область. Однако за счёт диффузионного переноса и дрейфа в индуцированном поперечном электрическом поле заряженные частицы из горячей области пламени, где происходят химические реакции, попадают в холодные пристеночные слои, и концентрации электронов и ионов там отличны от нуля. Рассмотрим течение в канале с электрически нейтральными стенками, например покрытыми керамикой или другим диэлектриком. Для таких стенок поток заряженных частиц на них равен нулю. Будем считать, что стенки находятся под нулевым электрическим потенциалом. Рассматриваются условия, когда внешнее постоянное приложенное вдоль канала электрическое поле E_p направлено против течения среды и по абсолютной величине много больше поперечного индуцированного электрического поля.

Для рассматриваемых выше условий уравнения, описывающие стационарные распределения концентраций заряженных частиц, напряжённости индуцированного электрического поля и электрического потенциала, а также скорости смеси, имеющей только продольную компоненту, при ламинарном течении в бесконечном плоском канале имеют вид

$$\frac{d}{dx}(n_i U_i) = w(x) - a n_1 n_2, \quad i = 1, 2, \quad (1)$$

$$n_i U_i = \text{sign}(e_i) b_i n_i E - D_i \frac{d}{dx} n_i, \quad (2)$$

$$E = -\frac{dF}{dx}, \quad \frac{d}{dx} \left(\frac{dF}{dx} \right) = -4\pi q, \quad q = \sum_i e_i n_i, \quad e_1 > 0, \quad e_2 < 0, \quad (3)$$

$$\mu \frac{d^2 u}{dx^2} = \frac{dP}{dy} - E_p q(x), \quad \frac{dP}{dy} = \text{const}, \quad E_p = \text{const}. \quad (4)$$

В приведённых уравнениях x, y — поперечная и продольная координаты, $u(x)$ — продольная скорость смеси, P — давление, μ — динамическая вязкость среды в целом, n_i — концентрация ионов ($i = 1$) и электронов ($i = 2$), U_i — диффузионная скорость каждой компоненты, D_i, b_i — коэффициенты диффузии и подвижности заряженных частиц, F — электрический потенциал, E — напряжённость электрического поля в поперечном направлении, q — плотность объёмного электрического заряда, e_i — заряд частицы i -сорта, $w(x)$ — модельная эффективная скорость объёмной реакции ионизации, a — постоянное значение константы скорости объёмной электрон-ионной рекомбинации, E_p — внешнее продольное электрическое поле.

В модели с диэлектрическими стенками канала потоки заряженных частиц на поверхности стенок отсутствуют, электрический потенциал обеих стенок полагается равным нулю. Скорость среды в целом на стенках также принимается нулевой. Граничные условия для системы уравнений (1)–(4) в этом случае за-

писываются в следующем виде (координаты стенок канала $x = 0$, $x = h$, где h — высота канала):

$$\begin{aligned} u(0) = u(h) &= 0, \\ n_i(0)U_i(0) &= n_i(h)U_i(h) = 0, \quad i = 1, 2, \\ F(0) &= F(h) = 0. \end{aligned} \quad (5)$$

Приведённая выше система уравнений (1)—(4) с граничными условиями (5) решалась численно в предположении, что течение стационарное, среда движется вдоль канала со скоростью, зависящей только от поперечной координаты. В окрестности стенок учитывались вязкие эффекты. При этом на течение среды оказывает влияние наличие объёмной силы Кулона. Источник заряженных частиц (факел пламени) моделировался ступенчатой функцией, зависящей от поперечной координаты x . Расчёты проводились для различных значений интенсивности и ширины источника. Рассматривались условия, когда абсолютное значение напряжённости внешнего приложенного вдоль канала постоянного электрического поля много больше модуля напряжённости поперечного индуцированного поля. В этом случае электрогидродинамические параметры и скорость среды зависят только от поперечной координаты x .

При численном решении применялся метод установления с явно-неявными разностными схемами. По продольной координате y использовалась неявная разностная схема. В поперечном направлении x при решении краевой задачи для нелинейных разностных уравнений использовался итерационный процесс с применением матричной прогонки.

Все входящие в уравнения переменные и определяющие задачу параметры записывались в безразмерном виде. При этом вводились характерные для рассматриваемой задачи значения соответствующих величин. Для электрических параметров при обезразмеривании использовались соответственно: концентрация $n_0 = (w_0/a_0)^{0,5}$, тепловой потенциал $F_0 = kT_0/e$, напряжённость электрического поля $E_0 = kT_0/eh$, плотность объёмного заряда $q_0 = en_0$, где характерные значения параметров объёмного процесса химической ионизации $w_0 = 2 \cdot 10^{21} \text{ м}^{-3} \text{ с}^{-1}$, $a_0 = 2 \cdot 10^{-13} \text{ м}^3 \text{ с}^{-1}$, давление порядка атмосферного, температура $T_0 = 2000 \text{ К}$, средняя скорость $u_0 = 1 \text{ м с}^{-1}$, характерное значение коэффициента диффузии $D_0 = 1,3 \cdot 10^{-4} \text{ м}^2 \text{ с}^{-1}$, размеры канала h порядка 0,005—0,01 м. Ниже все результаты численного решения задачи (1)—(5) приведены для безразмерных величин.

3. Результаты расчётов

На рисунках 1—5 представлены результаты расчётов в безразмерных переменных для двух значений ширины пламени L и различных вариантов интенсивности источника W .

На рис. 1 показаны распределения в поперечном сечении канала безразмерных электрогидродинамических параметров — концентраций электронов N_e

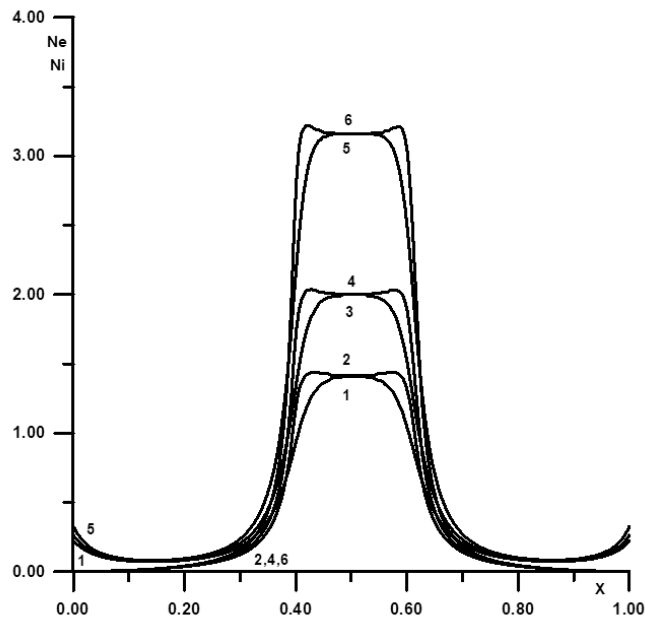


Рис. 1. Распределения объёмных концентраций электронов N_e (1, 3, 5) и ионов N_i (2, 4, 6) в поперечном сечении канала в зависимости от интенсивности пространственного источника $W = 2$ (1, 2), $W = 4$ (3, 4), $W = 10$ (5, 6) в интервале $0,4 \leq x \leq 0,6$, вне этой области $W = 0$

(линии 1, 3, 5) и ионов N_i (линии 2, 4, 6) для различных значений ступенчатой функции объёмного источника, моделирующей факел пламени в области $0,4 \leq x \leq 0,6$, — $W = 2$ (линии 1, 2), $W = 4$ (линии 3, 4), $W = 10$ (линии 5, 6). Из рисунка видно, что значительная внутренняя часть факела пламени для всех вариантов квазинейтральна, а равновесные значения концентрации электронов и ионов $N_{i0} = N_{e0} = W^{0,5}$. Поскольку стенки канала диэлектрические, возле них скапливается значительное количество электронов, подвижность которых на три порядка больше, чем у ионов. При этом концентрация ионов вне зоны пламени мала. Для рассмотренных значений W на границах области с источником $x = 0,4$, $x = 0,6$ имеется большой градиент концентрации заряженных частиц.

На рис. 2 изображены значения индуцированного электрического потенциала F (линии 1, 2, 3) и плотности электрического заряда $q = N_i - N_e$ (линии 4, 5, 6) в поперечном сечении. Значения максимальной величины источника заряженных частиц, соответственно, $W = 2$ (линии 1, 6), $W = 4$ (линии 2, 5) и $W = 10$ (линии 3, 4). Для рассмотренной ширины пламени $L = 0,2$ в области ионообразования, где источник $W(x)$ отличен от 0, достигается ионизационное равновесие и, соответственно, там плотность заряда равна нулю. Вблизи

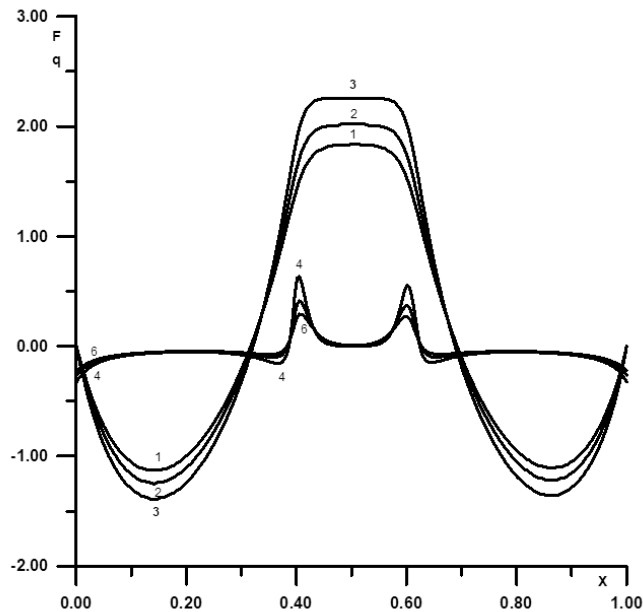


Рис. 2. Распределения электрического потенциала $F(x)$ (1, 2, 3) и плотности объёмного электрического заряда $q(x)$ (4, 5, 6) в поперечном сечении при $W = 2$ (1, 6), $W = 4$ (2, 5), $W = 10$ (3, 4) в интервале $0,4 \leq x \leq 0,6$, вне этой области $W = 0$

границ пламени при $x = 0,4$ и $x = 0,6$, где, как видно из рис. 1, имеются значительные градиенты концентраций N_i и N_e , образуются двойные слои. У внутренних границ пламени слой с зарядом $q > 0$, с внешней стороны $q < 0$ для всех рассмотренных случаев. Появление биполярных структур на границах пламени индуцирует собственный электрический потенциал F , величина которого постоянна в области квазинейтральности. Скопление достаточного количества электронов около диэлектрических стенок приводит к расширению области с отрицательными значениями плотности заряда и электрического потенциала. При этом максимальные и минимальные значения как q , так и F , зависят от W и для источника с большей интенсивностью их абсолютные значения больше.

Рисунок 3 показывает распределение силы Кулона $FK_y(x)$, действующей в продольном направлении для $L = 0,2$, $W = 10$, и разных значений напряжённости внешнего поля E_p : $E_p = -1800$ (линия 1), $E_p = -2600$ (линия 2). Видно, что на внутренних границах пламени, где объёмный заряд положительный, сила Кулона отрицательна и тормозит движение среды. В случае изолированных стенок канала холодная область с отрицательным зарядом, начинающаяся около внешней границы факела пламени, распространяется вплоть до стенок канала,

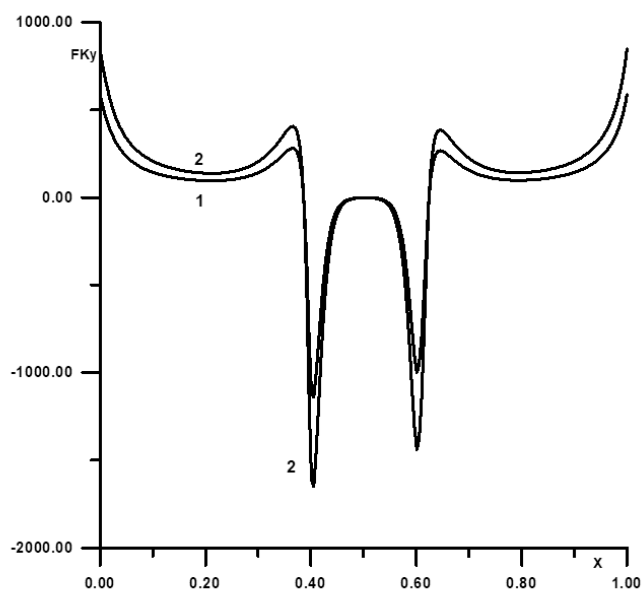


Рис. 3. Распределение продольной составляющей силы Кулона $FK_y(x)$ поперек канала для разных значений напряжённости внешнего поля $E_p = -1800$ (1), $E_p = -2600$ (2), $L = 0,2$, $W = 10$ в интервале $0,4 \leq x \leq 0,6$, вне этой области $W = 0$

и в пристеночной области сила $FK_y(x)$ положительна и действует в направлении движения газовой смеси. Во внутренней области ионообразования, где концентрации заряженных частиц достигают своих равновесных значений, а плотность заряда равна нулю, сила Кулона в центральной части пламени также близка к нулю. Из рисунка видно, что абсолютные значения максимума и минимума силы Кулона зависят от внешнего приложенного поля. Очевидно, что чем больше значение тормозящего поля, тем сильнее его воздействие на течение среды.

Сильное влияние внешнего продольного электрического поля на скорость движения среды демонстрирует рисунок 4, на котором представлены в поперечном сечении распределения продольной скорости газовой смеси $u(x)$ в зависимости от величины приложенного электрического поля для $L = 0,2$, $W = 10$. Значения электрического поля: $E_p = 0, -600, -1200, -1800, -2400, -2600$, что соответствует линиям 1, 2, 3, 4, 5, 6. В случае отсутствия внешнего продольного электрического поля ($E_p = 0$) среда в целом движется вдоль канала со скоростью Пуазейля (линия 1). С увеличением абсолютного значения электрического поля E_p первоначальный профиль скорости смеси под действием тормозящей силы Кулона начинает изгибаться, образуя точки перегиба (линии

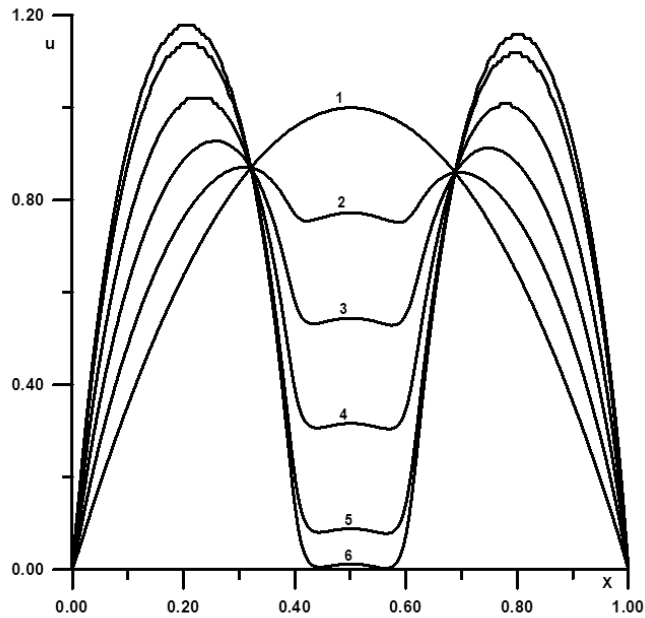


Рис. 4. Распределение скорости течения смеси в продольном направлении $u(x)$ в зависимости от поперечной координаты для разных значений напряженности внешнего поля $E_p = 0$ (линия 1), $E_p = -600$ (2), $E_p = -1200$ (3), $E_p = -1800$ (4), $E_p = -2400$ (5), $E_p = -2600$ (6), $L = 0,2$, $W = 10$ в интервале $0,4 \leq x \leq 0,6$, вне этой области $W = 0$

2—6). При этом скорость среды в области ионообразования уменьшается по величине, слабо меняясь внутри квазинейтральной области. При дальнейшем увеличении продольного поля до критического значения E_0 (линия 6) течение среды в области квазинейтральности практически останавливается. В пристеночных областях с отрицательным зарядом газовая смесь под действием положительной кулоновской силы движется в первоначальном направлении со скоростью, распределение которой напоминает профиль Пуазейля для более узкого канала. Такое изменение структуры течения может привести к сдвиговой неустойчивости и гашению пламени.

На рис. 5 представлены расчёты для широкого факела пламени. В этом случае источник заряженных частиц $W = 10$ занимает значительную часть канала $L = 0,6$. На рисунке изображены распределения поперек канала скорости смеси при $E_p = 0, -4000, -6000$, соответственно линии 1, 2, 3. Распределение плотности электрического заряда $q(x)$ (линия 4) аналогично распределению плотности заряда для более узкого пламени $L = 0,2$ — линия 4 на рис. 2. Однако в случае широкого факела у диэлектрических стенок канала скапливается гораздо больше электронов, что приводит к существенному увеличению плот-

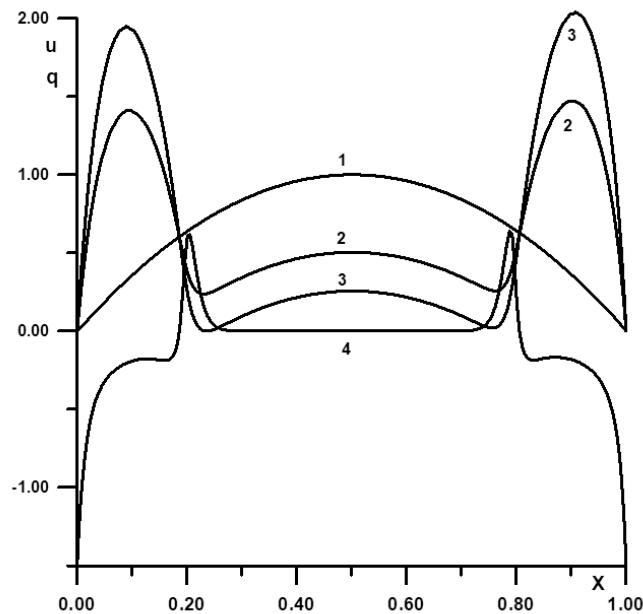


Рис. 5. Распределения скорости течения смеси в продольном направлении $u(x)$ в зависимости от поперечной координаты для разных значений напряжённости внешнего поля $E_p = 0$ (линия 1), $E_p = -4000$ (линия 2), $E_p = -6000$ (линия 3) и плотности объёмного заряда $q(x)$ (4), $L = 0,6$, $W = 10$ в интервале $0,2 \leq x \leq 0,8$, вне этой области $W = 0$

ности объёмного заряда в пристеночной области. Сила Кулона здесь действует в направлении течения, и скорость жидкости в этих областях больше, чем для случая $L = 0,2$. Внутри области горения при достижении критического значения электрического поля (линия 3) скорость жидкости близка к нулю только вблизи границ факела, а в зоне квазинейтральности смесь продолжает двигаться с небольшой скоростью. Таким образом, вся область течения состоит из трёх участков с различными профилями скорости, что также может привести к образованию сдвиговой неустойчивости и гашению пламени.

Заключение

В достаточно полной постановке численно решена задача о влиянии внешнего продольного электрического поля на распространение ламинарного пламени в плоских каналах с электрически нейтральными стенками. Для рассмотренных вариантов ширины зоны ионообразования $L = 0,2$, $L = 0,6$ и интенсивности источника заряженных частиц $W = 2, 4, 10$ поток многокомпонентной газовой

смеси разделяется на две ($L = 0,2$) или три ($L = 0,6$) струи и при достижении критического значения величины приложенного электрического поля пламя может потерять устойчивость и погаснуть. При этом чем больше величина скорости ионизации W , тем меньше значение поля, необходимого для гашения пламени, и чем шире факел пламени, тем больше должна быть абсолютная величина внешнего поля для торможения потока и потери устойчивости течения.

Исследование выполнено в рамках государственного задания МГУ имени М. В. Ломоносова.

Литература

- [1] Аравин Г. С., Власов П. А., Карасевич Ю. К., Маколкин Е. В., Панкратьева И. Л., Полянский В. А. Зондовый метод диагностики в плотной нестационарной покоящейся плазме при наличии неравновесных химических процессов // Химические реакции в неравновесной плазме. — М.: Наука, 1983. — С. 70—89.
- [2] Власов П. А., Карасевич Ю. К., Панкратьева И. Л., Полянский В. А. Методы исследования кинетики ионизации в ударных волнах // Физико-химическая кинетика в газовой динамике. — 2008. — Т. 6. — <http://www.chemphys.edu.ru/pdf/2008-12-25-001.pdf>.
- [3] Власов П. А., Михайлов Д. И., Панкратьева И. Л., Полянский В. А. Зондовая диагностика хемоионизационных процессов в углеводородных высокотемпературных газовых смесях // Изв. РАН. МЖГ. — 2020. — Т. 55, № 6. — С. 17—24.
- [4] Власов П. А., Михайлов Д. И., Смирнов В. Н., Рябиков О. Б., Агафонов Г. Л., Панкратьева И. Л., Полянский В. А. Исследование ионизации за ударными волнами с использованием электрических зондов с диэлектрической поверхностью // Горение и взрыв. — 2020. — Т. 13, № 3. — С. 31—42.
- [5] Власов П. А., Панкратьев Е. В., Панкратьева И. Л., Полянский В. А. Об определении величины коэффициента рекомбинации по спаду электрического тока на зонд в рекомбинирующей среде // Современные проблемы электрогидродинамики. — М.: Изд-во Моск. ун-та, 1984. — С. 89—99.
- [6] Власов П. А., Панкратьева И. Л., Полянский В. А. Исследование ЭГД-структуры течения высокотемпературной газовой смеси с неоднородным источником заряженных частиц // Изв. РАН. МЖГ. — 2022. — № 6. — С. 94—100.
- [7] Власов П. А., Панкратьева И. Л., Полянский В. А. Исследование механизма взаимодействия углеводородного пламени с электрическим полем // Изв. РАН. МЖГ. — 2023. — № 4. — С. 108—116.
- [8] Лаутон Дж., Вайнберг Ф. Электрические аспекты горения. — М.: Энергия, 1976.
- [9] Панкратьева И. Л., Полянский В. А. Теория охлаждаемых электрических зондов в плотной плазме. Влияние термодиффузии // Изв. РАН. МЖГ. — 1979. — № 2. — С. 103—112.
- [10] Панкратьева И. Л., Полянский В. А. Моделирование электрогидродинамических течений в слабопроводящих жидкостях // ПМТФ. — 1995. — Т. 36, № 4. — С. 36—44.
- [11] Панкратьева И. Л., Полянский В. А. Математическое моделирование в электрогидродинамике // Интеллект. сист. Теор. и прил. — 2016. — Т. 20, № 3. — С. 225—229.

- [12] Панкратьева И. Л., Полянский В. А. О математическом моделировании электрогидродинамических явлений // Интеллект. сист. Теор. и прил. — 2016. — Т. 20, № 4. — С. 126—143.
- [13] Полянский В. А., Панкратьева И. Л. Диагностика ионизационных процессов в углеводородном пламени с использованием вольтамперных характеристик // Изв. РАН. МЖГ. — 2024. — № 1. — С. 77—82.
- [14] Polyansky V. A., Pankratieva I. L. On ionization of electronically excited molecules in hydrocarbon combustion under strong electric field // J. Electrostatics. — 2012. — Vol. 70. — P. 201—206.
- [15] Vlasov P. A., Ryabikov O. B., Smirnov V. N., Mikhailov D. I., Pankratieva I. L., Polyanskii V. A. Electric probe measurements of chemical ionization behind reflected shock waves // J. Physics: Conf. Ser. — 2020. — T. 1686.
- [16] Vlasov P. A., Smirnov V. N., Malyshev N. S., Mikhailov D. I., Agafonov G. L., Akhunyanov A. R., Pankratieva I. L., Polyanskii V. A. Diagnostics of plasma formed during the oxidation of hydrocarbons in shock waves by electric probes with a conductive and dielectric surface // J. Physics: Conf. Ser. — 2021. — T. 2036.