

## ВОПРОСЫ К ЭКЗАМЕНУ ПО ОБЯЗАТЕЛЬНОМУ ГОДОВОМУ СПЕЦКУРСУ "МЕХАНИКА ДЕФОРМИРУЕМОГО ТВЁРДОГО ТЕЛА"

Лектор – проф. Д.В.Георгиевский. 3 курс. 2017/18 г.

1. Тензорная алгебра. Три типа умножения векторов и тензоров второго ранга. Основы тензорного анализа. Операторы набла, дивергенция, ротор, градиент. Разложение тензора на девиатор и шаровую часть. Инварианты вектора и тензора. Собственные векторы и собственные значения симметричного тензора второго ранга.

2. Континуум в  $R^n$ . Лагранжев и эйлеров способы описания движения сплошной среды. Траектория частицы. Закон движения. Перемещение, скорость, ускорение. Полная, частная и конвективная производные по времени.

3. Меры деформаций Коши и Грина. Лагранжев и эйлеров тензоры конечных деформаций. Их связь с перемещениями. Тензор малых деформаций. Тензор вращения. Дисторсия. Вектор линейного поворота. Соотношения Коши.

4. Формулы Чезаро. Перемещение абсолютно твёрдого тела. Условия совместности деформаций в интегральной форме. Условия совместности Сен-Венана.

5. Физический смысл компонент тензора деформаций. Главные деформации и главные направления и их физический смысл.

6. Распределение масс и сил в сплошной среде. Плотность (объёмная, поверхностная и линейная). Объёмные, массовые и поверхностные силы. Главный вектор и главный момент сил. Равновесие элементарного тетраэдра. Вектор напряжений. Тензор напряжений Коши. Распределение усилий на поверхности элементарного кубика. Нормальное и касательное напряжения на площадке. Главные напряжения и главные площадки в точке.

7. Закон сохранения массы в дифференциальной и интегральной формах. Правило дифференцирования по времени интеграла по подвижному объёму. Уравнение неразрывности.

8. Закон сохранения количества движения (импульса). Уравнения движения сплошной среды. Закон сохранения момента количества движения. Симметрия тензора напряжений. Максимальные касательные напряжения и площадки, на которых они реализуются. Круги Мора.

9. Закон сохранения механической энергии. Теорема "живых сил". Массовый приток тепла. Вектор потока тепла. Удельная внутренняя энергия. Первый закон термодинамики. Локальное уравнение энергии.

10. Температура. Удельная энтропия. Второй закон термодинамики. Неравенство Клаузиуса-Дюгамеля. Закон Фурье. Единая форма записи законов сохранения в МСС. Изменение величины. Источник величины. Поток величины. Производство величины.

11. Зависимые и независимые термодинамические параметры состояния. Удельная свободная энергия Гельмгольца. Удельная энергия Гиббса. Удельная энтальпия. Преобразование Лежандра. Получение определяющих соотношений среды. Реономные и склерономные среды. Однородные среды и композиты. Физически линейные и нелинейные среды. Твёрдое тело, жидкость, газ с позиции МСС.

12. Определяющие соотношения линейно упругого тела. Материальные константы упругого тела. Связанные и несвязанные среды. Уравнение притока тепла. Уравнение теплопроводности.

13. Виды упругой симметрии. Общий вид анизотропии. Транверсальная анизотропия. Ортотропия. Изотропное упругое тело.

14. Закон Гука для изотропного тела в прямой и обратной формах. Физический смысл упругих постоянных и область их изменения. Статические, квазистатические и динамические постановки начально-краевых задач теории упругости. Теорема единственности статической задачи. Принцип суперпозиции.

15. Уравнения Ламе. Постановка задачи в перемещениях. Уравнения Бельтрами – Мичелла. Классическая постановка, постановка Победри в напряжениях и их эквивалентность.

16. Кинематически и статически допустимые поля. Стационарная точка функционала. Вариационный принцип Лагранжа.

17. Формулы Бетти и их применение. Теорема взаимности. Действие сосредоточенной силы в неограниченном упругом пространстве (задача Кельвина). Тензор перемещений и тензор напряжений Кельвина. Формула Сомильяны.

18. Представление Галёркина. Оператор Галёркина. Решение Кельвина.

19. Действие массовых сил в неограниченном пространстве. Задача теории упругости для полупространства. Представление Треффца.

20. Внутренняя и внешняя задача о шаре в  $R^3$  и  $R^2$  (задача Ламе). Действие на шар собственного гравитационного поля.

21. Контактная задача Герца. Гипотезы. Математическая постановка задачи. Анализ размерностей. Решение задачи Герца. Случай поверхностей вращения и взаимодействия упругого тела с жёсткой плоскостью.

22. Задача о соударении упругих тел. Нахождение времени соударения и максимального сближения.

23. Плоская задача теории упругости. Плоское деформированное состояние. Функция Эйри. Плоское напряжённое и обобщённое плоское напряжённое состояния.

24. Применение теории функций комплексной переменной. Формулы Лява. Комплексные потенциалы. Формула Колосова – Мусхелишвили. Задача Кирша. Концентраторы напряжения.

25. Динамические задачи теории упругости. Теорема Гельмгольца. Волновые уравнения для потенциалов. Два типа волн в неограниченной упругой среде. Плоские волны. Решение Даламбера. Гармонические волны. Волновой вектор, частота колебаний, фазовая скорость. Сферические и цилиндрические волны.

26. Неупругое поведение материалов. Характерные участки кривой «напряжение – деформация» при растяжении стержня.

27. Упругопластическое тело. Активный и пассивный процессы. Теория малых упругопластических деформаций Ильюшина. Универсальная кривая материала. Теорема единственности.

28. Условия пластичности Мизеса – Генки и Треска – Кулона – Сен-Венана. Их графические представления и эквивалентность для плоского напряжённого состояния. Поверхность текучести.

29. Задача о деформировании толстостенного упругопластического шарового слоя под действием перепада давлений. Предельное напряжение для идеальнопластического материала. Нахождение радиуса упругой зоны для материала с упрочнением.

30. Пятимерные векторные пространства деформаций и напряжений. Траектории деформаций и нагружения. Внутренняя геометрия пятимерных кривых. Простой процесс. Образ процесса. След запаздывания. Формулировка постулата изотропии Ильюшина.

31. Вязкоупругое поведение материалов. Элементарные модели. Явления ползучести и релаксации. Модели Фойгта и Максвелла. Тело Кельвина. Общее дифференциальное соотношение вязкоупругой модели.

32. Интегральное представление определяющих соотношений. Ядра и функции ползучести и релаксации. Три стадии ползучести. Обратная ползучесть. Стареющие и нестареющие материалы.

33. Анализ размерностей. Формулировка Пи-теоремы и примеры её использования. Безразмерные критерии подобия физических процессов. Лабораторное моделирование натуральных явлений.

## ЛИТЕРАТУРА

1. Ильюшин А.А. Механика сплошной среды. М.: Изд-во МГУ, 1990.
2. Ильюшин А.А., Ломакин В.А., Шмаков А.П. Задачи и упражнения по механике сплошной среды. М.: Изд-во МГУ, 1979.
3. Жермен П. Курс механики сплошных сред. М.: Высшая школа, 1983.
4. Качанов Л.М. Основы теории пластичности. М.: Наука, 1969.
5. Механика сплошных сред в задачах (ред. М.Э.Эглит). В 2-х т. М.: Московский лицей, 1996.
6. Новацкий В. Теория упругости. М.: Мир, 1975.
7. Победря Б.Е. Лекции по тензорному анализу. М.: Изд-во МГУ, 1986.
8. Победря Б.Е. Численные методы в теории упругости и пластичности. М.: Изд-во МГУ, 1995.
9. Победря Б.Е., Георгиевский Д.В. Лекции по теории упругости. М.: Изд-во «Эдиториал УРСС», 1999.
10. Победря Б.Е., Георгиевский Д.В. Основы механики сплошной среды. М.: Физматлит, 2006.
11. Работнов Ю.Н. Механика деформируемого твёрдого тела. М.: Наука, 1979.
12. Седов Л.И. Механика сплошной среды. Т.1. Т.2. М.: Наука, 1986.