

Программа (список вопросов) курса “Введение в топологию” (2023/24 учебный год, 2-й поток)

- (1) Топологическое пространство. База, предбаза топологии. Условия, при которых набор подмножеств образует базу/предбазу некоторой топологии. Метрическая топология.
- (2) Замыкание, внутренность. Ограничение топологии на подмножество.
- (3) Непрерывность и непрерывность в точке. Гомеоморфизм.
- (4) Связность и линейная связность, соотношение между ними.
- (5) Компактность. Компактность замкнутого подпространства; образа компактного пространства. Лемма Лебега.
- (6) Свойства отделимости  $T_1$ - $T_4$ . Нормальность компактного хаусдорфова пространства.
- (7) Теорема о биективном непрерывном отображении компактного пространства на хаусдорфово.
- (8) Лемма Урысона.
- (9) Теорема Титце.
- (10) Теорема Стоуна–Вейерштрасса.
- (11) Топология на произведении двух пространств. Компактность произведения компактных пространств.
- (12) Фактор-топология. Непрерывность индуцированного отображения фактор-пространств. Хаусдорфовость фактор-пространства регулярного пространства по замкнутому подмножеству. Примеры фактор-пространств.
- (13) Компактно-открытая топология. Метрика на  $C(X, Y)$ , где  $X$  компактно, а  $Y$  — метрическое. Корректность отображения  $C(X \times Y, Z) \rightarrow C(X, C(Y, Z))$ .
- (14) Гомотопия. Гомотопическая эквивалентность. Стягиваемость. Ретракт, деформационный ретракт. Свойство продолжения гомотопии, его связь с ретрактами. Свойство продолжения гомотопии для пары, состоящей из шара и его границы.
- (15) Теорема о гомотопической эквивалентности пространства и его фактор-пространства по стягиваемому подпространству.
- (16) Гомотопия петель. Произведение петель, его свойства.
- (17) Фундаментальная группа пространства с отмеченной точкой. Её поведение при отображениях. Связь с гомотопией и гомотопической эквивалентностью.
- (18) Зависимость фундаментальной группы от отмеченной точки.
- (19) Фундаментальная группа окружности. Несуществование ретракции двумерного диска на границу, теорема Брауэра о неподвижной точке, основная теорема алгебры.
- (20) Свободное произведение групп. Свободная группа. Амальгамированное произведение групп.
- (21) Теорема ван Кампена.
- (22) Накрытия. Примеры. Свойство поднятия путей.
- (23) Свойство поднятия гомотопии. Существование и единственность накрывающей гомотопии для накрытий.
- (24) Гомоморфизм фундаментальных групп, индуцированный отображением накрытия. Теорема о поднятии отображений для накрытий.
- (25) Универсальное накрытие.
- (26) Классификация накрытий подгруппами в фундаментальной группе.
- (27) Фундаментальная группа графа. Теорема Нильсена–Шрайера.
- (28) Теорема о паре квадратичных функций.