

Конференция “**Топология и анализ**”
посвященная 85-летию профессора А.С.Мищенко

Москва, МГУ, 10-12 сентября 2026 г.

Аннотации приглашенных докладов

А.А.Арутюнов

Геометрический подход к изучению дифференцирований в алгебрах

В совместной работе автора с А.С. Мищенко и А.И. Штерном (А. А. Арутюнов, А. С. Мищенко, А. И. Штерн, “Деривации групповых алгебр”, *Фундамент. и прикл. матем.*, 21:6 (2016)) был предложен подход к исследованию дифференцирований в групповых алгебрах как характеров на присоединенном группоиде. Развитие этого метода позволяет применить к изучению дифференцирований не только категорные методы, но и методы грубой геометрии.

Оказывается, что дифференцирования могут быть описаны как функции на диаграммах сопряженности – графах во многом аналогичных классическим графам Кэли, однако вместо действия правых сдвигов они определяются через действие сопряжениями. Диаграммы сопряженности (как и графы Кэли) обладают грубой природой: в зависимости от выбора системы образующих элементов они перестраиваются, однако остаются грубо эквивалентными друг другу. Использование этих соображений позволяет дать описание всех дифференцирований групповых алгебр, а также строить разные примеры.

Дальнейшее развитие этих методов позволяет изучать другие классы дифференцирований (производные Фокса, (σ, τ) и δ дифференцирования, а также некоторые другие) не только на групповых алгебрах, но и на некоторых других ассоциативных алгебрах. В данный момент исследованы алгебры, порожденные мальцевскими полугруппами и некоторыми инверсными полугруппами.

Помимо естественного развития этой задачи на общий случай ассоциативных алгебр, возникают также некоторые связи с разными разделами функционального анализа: в частности на теорему Гауэрса о бивложимых банаховых пространствах и, в целом, с задачей исследования функциональных пространств на различных решетках, возникающих в грубых пространствах.

И.К.Бабенко

Двумерная дифференциальная геометрия и экстремальные проблемы на конечнопредставимых группах

Простые соображения позволяют перенести ряд понятий дифференциальной геометрии, как например, геодезические, площадь и некоторые другие, хорошо известные в случае поверхности, на произвольные двумерные полиэдры. Это, в свою очередь приводит к новым вариационным задачам, решение которых зависит лишь от фундаментальной группы рассматриваемых полиэдров. После небольшого введения в эту проблематику предполагается обсудить некоторые имеющиеся результаты в этом направлении, а также имеющиеся открытые вопросы.

Г.В.Белозеров, А.Т.Фоменко

Построение квадрик с помощью нити

Рассмотрим эллипс и накинём на него замкнутую нить большей длины. Натянем её карандашом и прочертим замкнутую кривую. Получится эллипс, софокусный с

исходным, т.е. имеющий те же фокусы. Это — теорема Грейвса (1850 год). Оказывается, аналогичная конструкция верна для параболы и гиперболы. Спрашивается, справедливы ли похожие утверждения для двумерного эллипсоида в трехмерном пространстве? Оказывается, да. Этот факт был известен Штауде (1882 год). В настоящем докладе мы приведем алгоритм построения с помощью нерастяжимой скользящей нити любой квадрики общего положения в евклидовом пространстве произвольной размерности. Аналоги имеют место и в пространствах постоянной кривизны. Все эти алгоритмы основаны на анализе переменных действия бильярда внутри многомерного эллипсоида, то есть на глубинной топологии известной теоремы Лиувилля.

А.И.Болотников, А.А.Ирматов

Комбинаторно-топологические истоки криптосистемы паросочетаний

В докладе будет предложена схема новой системы шифрования — криптосистемы паросочетаний и сформулированы условия ее устойчивости. Возникновению нашей криптосистемы предшествовали исследование конфигурации паросочетаний и её тесной связи с многогранником паросочетаний — классическим объектом, позволяющим представить задачу о максимальном паросочетании как задачу линейного программирования. При применении к конфигурации паросочетаний метода конечных полей возникла новая задача о распознавании — задача о неправильной функции весов. Для задачи о неправильной функции весов была доказана NP-полнота, которая легла в основу защиты от взлома для криптосистемы паросочетаний.

Д.В.Быков

Сигма-модели как модели Годена

Будет показано, каким образом взаимосвязь между сигма-моделью многообразия полных флагов $U(3)/U(1)^3$ и моделью Годена с тремя узлами позволяет явно решить классическую и квантовую задачу для сигма-модели, т.е. найти геодезические и вычислить спектр оператора Лапласа на многообразии флагов с произвольной инвариантной метрикой. Данная техника применима и к однородным пространствам групп старшего ранга, при этом интегрируемый случай отвечает метрикам Манакова–Мищенко–Фоменко.

Д.В.Гугнин

Теория n -гомоморфизмов как язык описания колец когомологий симметрических степеней конечных связных CW комплексов

Теория n -гомоморфизмов коммутативных алгебр с единицей над полями характеристики ноль возникла в середине 1990-х годов в работах В.М.Бухштабера и Э.Риса. Их мотивацией было рассмотрение рационального кольца когомологий n -значных

топологических групп, впервые возникших в 1990 году в работе В.М.Бухштабера (им был построен первый пример структуры 2-значной топологической группы на 2-сфере). Вскоре ими была открыта структура $(N+1)!$ -значной топологической группы на $\mathbb{C}P^N$. Стало понятно, что кольцо рациональных когомологий n -значных топологических групп, даже если они являются гладкими компактными многообразиями без края, далеко от внешней алгебры от набора нечётномерных образующих, которое должно быть у любой связной компактной группы Ли, и даже H -пространства. Действительно, для любого H -пространства X , являющегося конечным связным CW комплексом, его алгебра рациональных когомологий является связной градуированной алгеброй Хопфа. А по теореме Лере-Хопфа, в случае глобальной конечномерности, такая алгебра есть всегда внешняя алгебра. При этом, для понятия H -пространства достаточно рассматривать только аксиому единицы, и, соответственно, для алгебры Хопфа только аксиому коединицы. Всё равно теорема Лере-Хопфа справедлива. Возник вопрос, а какая дополнительная структура есть в алгебре рациональных когомологий n -значной топологической группы? И стало понятно, что коумножение тоже есть, только это теперь не кольцевой гомоморфизм, а так называемый n -гомоморфизм.

Рассмотрим подробно самый важный и богатый на реальные вычисления случай $n = 2$. Пусть даны две чётноградуированные коммутативные алгебры $A^{2*} = A^0 \oplus A^2 \oplus A^4 \oplus \dots$ и $B^{2*} = B^0 \oplus B^2 \oplus B^4 \oplus \dots$ с единицей над произвольным полем $\mathbb{K}$ характеристики ноль. Линейное сохраняющее градуировку отображение $f: A^{2*} \rightarrow B^{2*}$ называется 2-гомоморфизмом, если выполнены условие нормировки $f(1_A) = 2 \cdot 1_B$ и следующее условие ослабленной мультипликативности

$$f(abc) = -\frac{1}{2}f(a)f(b)f(c) + \frac{1}{2}f(a)f(bc) + \frac{1}{2}f(ab)f(c) + \frac{1}{2}f(b)f(ac) \quad (*)$$

для всех однородных элементов $a, b, c \in A^{2*}$. Смысл ослабленной мультипликативности заключается в том, что мы можем вычислить значение f на произведении трёх элементов, зная значения f на самих элементах и на их попарных произведениях. А конкретные рациональные константы в выражении оказываются подобранными так, что верна следующая

Лемма 1. Пусть даны два гомоморфизма алгебр $f_1, f_2: A^{2*} \rightarrow B^{2*}$. Тогда их сумма $f = f_1 + f_2: A^{2*} \rightarrow B^{2*}$ есть 2-гомоморфизм.

Новизна этой концепции 2-гомоморфизма заключается в том, что раньше сумме двух кольцевых гомоморфизмов не приписывали никакого мультипликативного свойства. Однако, оно есть! Это в точности формула (*).

Совершенно аналогично (по идее) определяется понятие n -гомоморфизма для всех $n \geq 3$. Теперь нормировка будет $f(1_A) = n \cdot 1_B$, а мультипликативность будет всё более ослабленной при росте n :

$$f(a_1 a_2 \dots a_{n+1}) = (-1)^{n+1} \frac{1}{n!} f(a_1) f(a_2) \dots f(a_{n+1}) + \dots$$

То есть мы можем вычислить значение f на произведении $(n+1)$ элементов, зная значение f на каждом из них, значения на произведениях каждых двух из них, каждых трёх из них, ..., каждых n из них. При этом, явная формула (все конкретные рациональные константы) оказывается такой, что опять выполнена ключевая

Лемма 2. Пусть даны n гомоморфизмов алгебр $f_1, f_2, \dots, f_n: A^{2*} \rightarrow B^{2*}$. Тогда их сумма $f = f_1 + f_2 + \dots + f_n: A^{2*} \rightarrow B^{2*}$ есть n -гомоморфизм.

Первое опубликованное вычисление на языке 2-гомоморфизмов — это работа Т.Е.Панова 1996 г. Он показал, что алгебра рациональных когомологий односвязного замкнутого 4-многообразия допускает структуру 2-алгебры Хопфа, если и только если его второе число Бетти B_2 равно либо 6, либо 0. В силу теоремы М.Фридмана такие многообразия суть S^4 , $(S^2 \times S^2)^{\#3}$ и $(k\mathbb{C}P^2)_{\#}(6-k)\overline{\mathbb{C}P^2}$, $0 \leq k \leq 6$, (через $\overline{\mathbb{C}P^2}$ обозначено $\mathbb{C}P^2$ с ориентацией, противоположной стандартной; в этом случае для каждого k , $0 \leq k \leq 6$, есть также по одному несглаживаемому многообразию того же гомотопического типа). Однако, до сих пор неизвестно, есть ли хотя бы на одном из этих многообразий структура 2-значной топологической группы! Из общего результата автора 2022 года вытекает, что по крайней мере на сфере S^4 есть структура $2H$ -пространства, а на остальных многообразиях из данного списка есть структура $4H$ -пространства.

В.М.Бухштабер и Э.Рис публиковали работы по n -гомоморфизмам и их приложениям к алгебрам когомологий n -значных топологических групп с 1996 по 2008 гг. В работе автора 2009 года было получено полное описание всех n -гомоморфизмов между коммутативными C^* -алгебрами. В частности, они все оказались автоматически непрерывными (их норма равна n).

В 2011 году автор распространил теорию n -гомоморфизмов на случай градуированно коммутативных алгебр над полями характеристики ноль и характеристики $p > n$. В этой же работе было введено понятие nH -пространства. А именно, линейно связное хаусдорфово пространство X с отмеченной точкой $e \in X$, взятое с непрерывным n -значным умножением $\mu: X \times X \rightarrow \text{Sym}^n X$ называется nH -пространством, если выполнена следующая аксиома единицы $\mu(x, e) = \mu(e, x) = [x, x, \dots, x]$ для всех $x \in X$. Было показано, что для достаточно хороших пространств (например, конечных связных CW комплексов) из наличия структуры nH -пространства вытекает наличие структуры n -алгебры Хопфа в его рациональных когомологиях (тем самым была заделана брешь — стало возможным допускать наличие нечётной градуировки).

Фактически, в работе 2011 года автору удалось установить естественную биекцию между гомоморфизмами алгебр $H^*(\text{Sym}^n X; \mathbb{Q}) \rightarrow B^*$ и n -гомоморфизмами $H^*(X; \mathbb{Q}) \rightarrow B^*$ для любого хорошего X и любого B^* .

Наконец, в 2024 году автору удалось на основе Леммы целочисленности М.Накаока (1957 г.) получить полное описание кольца $H^*(\text{Sym}^n X; \mathbb{Z})/\text{Тог}$ и доказать, что это функтор от кольца $H^*(X; \mathbb{Z})/\text{Тог}$ и числа n . Ранги соответствующих свободных абелевых групп, или, что тоже самое, числа Бетти $\text{Sym}^n X$, вычисляются по замечательной формуле И.Макдональда 1962 г. через числа Бетти X .

В конце доклада планируется привести сводку основных результатов, полученных автором и его учениками (студенткой 6 курса Е.Н.Прилуцкой, аспирантами 1 года Г.А.Авдеевым и Г.М.Смирновым) по тематике nH -пространств, полученных средствами теории n -гомоморфизмов.

- (1) В.М.Бухштабер, Функциональные уравнения, ассоциированные с теоремами сложения для эллиптических функций, и двузначные алгебраические группы, Успехи мат. наук 45:3 (1990), 185–186.
- (2) Т.Е.Панов, О структуре 2-алгебры Хопфа в когомологиях четырехмерных многообразий, Успехи мат. наук 51:1 (1996), 161–162.
- (3) Д.В.Гугнин, “Полиномиально зависимые гомоморфизмы и n -гомоморфизмы Фробениуса”, Труды МИАН, 266 (2009), 64–96.

- (4) Д.В. Гугнин, “Топологические приложения градуированных n -гомоморфизмов Фробениуса”, Труды Московского матем. общ., 72, № 1 (2011), 127–188.
- (5) Д.В. Гугнин, “Топологические приложения градуированных n -гомоморфизмов Фробениуса II”, Труды Московского матем. общ., 73, № 2 (2012), 207–228.
- (6) Д.В. Гугнин, “Любая надстройка и любая гомологическая сфера являются $2n$ -пространствами”, Труды МИАН, 318 (2022), 51–65.
- (7) Д.В. Гугнин, “Целочисленное кольцо когомологий симметрических степеней CW комплексов и топология симметрических степеней римановых поверхностей”, Труды МИАН, 326 (2024), 148–172.

С.М. Гусейн-Заде

Обобщённые ряды Пуанкаре нормирований на функциях двух переменных

Нормирование (дискретное, ранга один) на алгебре $\mathcal{O}_{\mathbb{C}^2,0}$ ростков голоморфных функций двух переменных это — отображение $\nu : \mathcal{O}_{\mathbb{C}^2,0} \rightarrow \mathbb{Z}_{\geq 0} \cup \{+\infty\}$ такое что 1) $\nu(0) = +\infty$; 2) $\nu(\lambda f) = \nu(f)$ для $\lambda \in \mathbb{C}^* := \mathbb{C} \setminus \{0\}$; 3) $\nu(f_1 + f_2) \geq \min\{\nu(f_1), \nu(f_2)\}$; 4) $\nu(f_1 f_2) = \nu(f_1) + \nu(f_2)$. На $\mathcal{O}_{\mathbb{C}^2,0}$ имеются два класса нормирований: определяемые ростками комплексных кривых и так называемые дивизориальные.

Ряд Пуанкаре нормирования ν это — $P_\nu(t) = \sum_{v=0}^{\infty} \dim J(v) / J(v+1) t^v$, где $J(v) = \{f \in \mathcal{O}_{\mathbb{C}^2,0} : \nu(f) \geq v\}$. Имеется обобщение этого понятия на случай набора из нескольких (r) нормирований, как степенного ряда $P(\underline{t})$ от $\underline{t} = (t_1, \dots, t_r)$. Коэффициенты ряда Пуанкаре могут быть описаны как эйлеровы характеристики некоторых пространств: дополнений к объединениям проективных подпространств в проективном пространстве. Если заменить эйлеровы характеристики на “обобщённые”, т.е. классы пространств в кольце Гротендика комплексных квазипроjektивных преобразований (которые являются многочленами от класса $\mathcal{L}$ аффинной прямой), получится обобщённый ряд Пуанкаре $P(\underline{t}; \mathcal{L})$ (своего рода “категорификация” ряда Пуанкаре). Имеются обобщения этих понятий для нормирований на алгебре ростков голоморфных функций двух переменных, коэффициенты рядов Тейлора которых принадлежат фиксированному подполю поля комплексных чисел, например, полю вещественных чисел.

Для индивидуальных ($r = 1$) нормирований очевидно, что классический ряд Пуанкаре определяет обобщённый. Однако, обычно классический ряд известен в виде рациональной функции от t . В таком случае восстановление обобщённого ряда из классического является нетривиальной комбинаторной задачей. Удаётся вычислить обобщённые ряды Пуанкаре напрямую, без использования классических. Доклад основан на совместных работах с А. Кампильо и Ф. Дельгадо (Испания).

К.В.Картвелишвили

О существенных и топологически существенных подмодулях гильбертовых C^ -модулей*

В докладе будут рассмотрены два естественных определения «большого» подмодуля гильбертова C^* -модуля. Эквивалентность соответствующих свойств для двухсторонних идеалов C^* -алгебры хорошо известна. Мы докажем, что они остаются равносильными и в общем, одностороннем, случае. Также предложим геометрическую переформулировку существенности подмодуля в гильбертовом модуле над коммутативной C^* -алгеброй.

Ю.А.Кордюков

Формулы Лефшеца для потоков на многообразиях со слоением

Доклад посвящен формулам Лефшеца для динамических систем с непрерывным временем (потоков) на компактных многообразиях. Основной мотивировкой для нас служит программа исследования общих арифметических дзета-функций, предложенная К. Денингером. Она использует аналогии между так называемыми явными формулами в теории чисел и некоторыми гипотетическими формулами Лефшеца для потоков, сохраняющих слоение на многообразии. Сначала мы объясним такую формулу Лефшеца в случае, когда поток не имеет неподвижных точек. Затем мы расскажем про недавние результаты о формулах Лефшеца в общем случае. Доклад основан на совместных работах с Х. Альваресом Лопесом и Э. Лейхтнамом.

А.П.Крищенко

Геометрический метод исследования устойчивости

Излагается метод исследования асимптотической устойчивости и устойчивости в целом положений равновесия. Метод основан на локализации инвариантных компактных множеств и не использует первого приближения и функций Ляпунова. Приведены теоремы об асимптотической устойчивости и устойчивости в целом положения равновесия. Проверка условий теорем состоит из доказательства: существования положительных полутраекторий на неограниченном интервале времени; ограниченности положительных полутраекторий; выполнения условий устойчивости положения равновесия с помощью ε - δ -окрестностей. Метод может применяться для исследования асимптотической устойчивости в критическом случае. Приведены примеры анализа устойчивости положений равновесия.

Ф.И.Лобзин

Некоммутативная интегрируемость и полные коммутативные наборы: идеи Мищенко—Фоменко и их развитие

Теория Мищенко—Фоменко связывает некоммутативные алгебры первых интегралов с пуассоновой геометрией двойственных пространств алгебр Ли. Задача выделения лиувиллевской системы принимает в этой картине алгебраическую форму: требуется построить полный коммутативный набор многочленов на пространстве, двойственном алгебре Ли. В докладе будет прослежено развитие этой задачи от метода сдвига аргумента и гипотезы Мищенко—Фоменко до общих конструкций для произвольных алгебр Ли. В заключение будут рассмотрены связанные вопросы о пучках совместимых скобок, бикоммутативных наборах, инвариантах Жордана—Кронекера и геометрии регулярных коприсоединённых орбит, а также классические механические системы на алгебрах Ли и их естественные обобщения.

Д.В.Миллионщиков

Инвариантные аффинные структуры на нильмногообразиях

Мы будем обсуждать левоинвариантные аффинные структуры на вещественных нильпотентных группах Ли. Существует несколько эквивалентных определений левоинвариантной аффинной структуры на группе Ли. Можно определить ее как левоинвариантную плоскую симметричную аффинную связность на группе Ли. Ауслендер в 1977 году доказал, что группа Ли, допускающая полную левоинвариантную аффинную структуру является разрешимой [1]. В том же 1977 году Милнор [4] сформулировал свой вопрос, который позднее превратился в гипотезу Милнора: каждая односвязная разрешимая группа Ли допускает полную левоинвариантную аффинную структуру. Утверждение гипотезы Милнора справедливо для всех маломерных (< 8) нильпотентных групп Ли. В 1995 году Бенуа построил 11-мерную нильпотентную группу Ли, не допускающую аффинных структур [2], и в том же 1995 году Бурде и Грюневальд, хоть и слегка опоздав с построением своих контрпримеров, расширили слегка список размерностей, где появляются подобные контрпримеры [3]. После этих работ, не было никого, кто бы сомневался, что в старших размерностях ≥ 12 гипотеза Милнора неверна, однако до сих пор так и не появилось каких-либо новых контрпримеров. Мы обсудим потенциальные контрпримеры в размерностях ≥ 15 и объясним, как они связаны с дифференцированиями соответствующих нильпотентных алгебр Ли.

[1] L.Auslander, Simply transitive groups of affine motions. Am. J. Math. 99 (1977), 809-826.

[2] Y.Benoist, Une nilvariete non affine. J. Diff. Geom. 41 (1995), 21-52.

[3] D.Burde, F.Grunewald, Modules for certain Lie algebras of maximal class. J. Pure Appl. Algebra 99 (1995), 239-254.

[4] J.Milnor, On fundamental groups of complete affinely flat manifolds. Adv. Math. 25 (1977), 178-187.

А.С.Мищенко

*Теория (ко)гомологий с носителями в обобщенном семействе носителей в смысле
Е.Г.Скляренко*

Доклад посвящен изучению соотношений между гомологиями и когомологиями с носителями в фрагментированном семействе в смысле Е.Г.Скляренко, которые являются (ко)гомологиями Хохшильда групповых алгебр.

В.Е.Назайкинский, А.Ю.Савин

Формула Лефшеца на многообразиях с периодическими концами

Классическая формула Атьи–Ботта (1967) выражает число Лефшеца геометрического эндоморфизма эллиптического комплекса (псевдо)дифференциальных операторов на замкнутом гладком многообразии в виде суммы вкладов неподвижных точек соответствующего диффеоморфизма при условии, что все неподвижные точки невырождены. Эти вклады явно зависят только от самого эндоморфизма, но не от операторов, образующих комплекс. В 1999 году один из авторов совместно с Б.-В. Шульце, Б.Ю. Стерниным и В.Е. Шаталовым обобщил эту формулу на случай многообразий с коническими особенностями (или, что эквивалентно, с цилиндрическими концами), где вклады внутренних неподвижных точек дополняются вкладами неподвижных цилиндрических концов (которые уже зависят от самих операторов комплекса). В последние десятилетия в литературе опубликован ряд работ, посвященных эллиптической теории на многообразиях с периодическими концами. Мы доказываем формулу Лефшеца на таких многообразиях; в частном случае многообразий с цилиндрическими концами эта формула усиливает ранее полученные результаты.

М.А.Никулин

*Асимптотика уровней энергии квантовой частицы с потенциалом Гука в
эллиптическом секторе*

Эллиптическим сектором называется область, ограниченная дугами софокусных квадрик. Классический бильярд в такой области интегрируем, и интегрируемость сохраняется при добавлении серии потенциалов, предложенных В.В.Козловым. В докладе речь пойдет о стационарном уравнении Шрёдингера для квантовой частицы с потенциалом Гука в такой области. Изучается поведение уровней энергии при стремлении фокусного расстояния к нулю, т.е. когда область стягивается к круговому сектору. Получена асимптотика уровней энергии по расстоянию между фокусами с точностью до второго порядка включительно.

А.Ю.Савин, Х.Х.Аббас, К.Н.Жуйков

Об индексе эллиптических операторов на многообразиях с цилиндрическими концами

Теория индекса эллиптических операторов на некомпактных многообразиях и многообразиях с особенностями исследовалась во многих работах. Однако проблема индекса остается открытой даже в случае многообразий с простейшими особенностями. Причина этого заключается в том, что, в отличие от классической теории индекса Атьи — Зингера на замкнутом гладком многообразии, алгебра символов псевдодифференциальных операторов на многообразиях с особенностями является существенно некоммутативной. Федосов, Шульце и Тарханов получили формулу индекса для эллиптических псевдодифференциальных операторов на двумерных поверхностях с коническими точками и описали метод получения формулы индекса на бесконечных цилиндрах вида $\mathbb{R} \times \mathbb{T}^n$. При этом необходимо отметить тесную связь между эллиптической теорией на многообразиях с особенностями и на некомпактных многообразиях. В частности, теория на бесконечном цилиндре $\mathbb{R} \times \mathbb{T}^n$ связана с теорией на надстройке тора $\mathbb{T}^n$, рассматриваемой как многообразие с двумя коническими точками.

В этом докладе мы приводим формулу индекса для эллиптических операторов на многообразиях с цилиндрическими концами вида $\mathbb{R}_+ \times \mathbb{T}^n$. Для этого мы сначала определяем топологический индекс задачи как сумму вкладов в индекс от: 1) внутреннего символа (это функция на кокасательном расслоении многообразия) и 2) символа на бесконечности (это псевдодифференциальный оператор с параметром в смысле Аграновича–Вишика на торе $\mathbb{T}^n$). Первый вклад задается интегралом типа Атьи–Зингера, а второй вклад представляет собой модификацию эта-инварианта Мелроуза. Наибольшую трудность представляет построение модифицированного эта-инварианта. Это построение основано на локальной алгебраической теореме об индексе для семейств, полученной Федосовым, Шульце и Тархановым. Доказательство теоремы об индексе опирается на топологическую К-теорию и метод хирургии, разработанный Назайкинским и Стерниным.

Исследование было поддержано грантом No. 24-21-00336 Российского научного фонда, <https://rscf.ru/project/24-21-00336/>.

Е.В.Троицкий

Действия групп и условные ожидания конечного индекса

В 1997 году ученики А.С.Мищенко (М.Франк, В.М.Мануйлов и докладчик) опубликовали работу "On conditional expectations arising from group actions" в которой, среди прочих, впервые исследовался следующий естественный вопрос: при каких условиях правильно понятое усреднение по действию группы на хорошем топологическом пространстве порождает условное ожидание конечного индекса из алгебры всех непрерывных функций на подалгебру инвариантных функций. Работа дала начало исследованиям по нескольким направлениям. Краткому изложению некоторых моментов этой работы будет посвящено начало доклада. В основной части выступления планируется рассказать о развитии этих результатов в нашей совместной работе с Цзунхао Яном (2026), где в этом контексте были исследованы первые примеры

некоммутативных алгебр — алгебры матричнозначных функций. Технически теперь центральную роль играет теория представлений.

Д.В.Фуфаев

Фреймы и стабилизация для патологических C^ -алгебр*

Фреймы играют важную структурную роль в теории гильбертовых C^* -модулей: существование стандартного фрейма у модуля эквивалентно выполнению свойства стабилизации типа Каспарова. Поэтому естественно возникает вопрос о том, какие гильбертовы C^* -модули допускают фреймы. Помимо стандартных рассматриваются также нестандартные, или слабые, фреймы, вопрос о существовании которых оказывается уточнением теории. Эти вопросы оказываются содержательными уже для простейшего примера - C^* -алгебры, рассматриваемой как гильбертов модуль над самой собой. В докладе будет обсуждаться существование различных типов фреймов для определенных классов C^* -алгебр, а также связь алгебраических и топологических свойств в духе некоммутативной топологии.

А.И.Штерн

Топологические хаусдорфовы группы, имеющие семейство неприводимых непрерывных унитарных представлений, разделяющее точки группы, причем представления семейства конечномерны и их размерности ограничены в совокупности, являются конечными расширениями коммутативных групп

В классе локально компактных групп, это утверждение доказано Кэлвином Муром в 1972г. Утверждение, доказываемое в докладе, использует максимально широкий класс топологических групп, для которого утверждение осмысленно.