

## **Вычислительные методы в механике (7 семестр)**

СОСТАВИТЕЛЬ: профессор С. В. Шешенин

Цель курса "Вычислительные методы в механике" состоит в том, чтобы дать студентам понимание основных идей и подходов, лежащих в основе современных методов моделирования механических явления и процессов на современных компьютерах. Успехи в микроэлектронике предопределили взрывной характер развития компьютеров в последние годы, при этом пока не видно причин, чтобы тенденция неуклонного роста производительности компьютеров изменилась в ближайшее время. Поэтому все более сложные задачи естествознания могут моделироваться на компьютерах. В курсе делается попытка связать вводные и базисные понятия и численные алгоритмы с весьма сложными современными методами. При этом делается упор на то, чтобы базисные понятия были усвоены в деталях и получено понимание сложных численных процедур, архитектуры современных компьютеров и способов научного программирования. Изучение численных методов нереально без практических занятий, следовательно, в курсе уделено значительное внимание выполнению студентами заданий на компьютерах. Приводимые в конце программы книги в основном содержат материал курса, однако их слишком много, поэтому определенная часть литературы предлагается как дополнительная.

Объем курса – 72 час (36 часов – лекции, 36 часов – семинары и практические занятия).

### **Программа курса**

#### **Введение (лекции 2 часа).**

Роль численного моделирования и научного программирования в современной науке. История развития численных алгоритмов и вычислительной техники. Архитектура современных компьютеров; числа с плавающей точкой, возникновение и накопление ошибок округления при арифметических операциях; 32-х и 64-х разрядные компьютеры. Конвейерные и векторные арифметические устройства. Параллельные компьютеры и параллельные вычисления. Научное программирование, средства для параллельного программирования.

#### **Основные понятия (лекции 4 часа, семинары 4 часа).**

Сеточные функции. Разностные операторы. Разностные производные. Операторы восстановления и проектирования. Понятия локальной и глобальной аппроксимации, устойчивости и сходимости разностной схемы. Интерполяционные полиномы Лагранжа и Эрмита. Глобальные и локальные сплайны 3-го порядка. Численное дифференцирование и интегрирование; квадратурные формулы Ньютона - Котеса и Гаусса.

Задание на компьютере №1: оценка точности вычисления разностных производных для разных сеток. Влияние ошибок округления, связь с машинным нулем.

#### **Решение линейных систем уравнений (лекции 4 часа, семинары 4 часа).**

Разностные схемы и линейные системы алгебраических уравнений. Понятие обусловленности матрицы системы. Прямые и итерационные методы решения линейных систем алгебраических уравнений. Методы Гаусса и Холецкого. Перестановки. Оценка числа арифметических операций. Плохая обусловленность и анализ ошибок.

Задание на компьютере №2: решение плохо обусловленной системы методом Гаусса с выбором главного элемента и без выбора.

**Одномерные уравнения эллиптического типа (лекции 4 часа, семинары 4 часа).**

Одномерная задача теории упругости. Вариационно-сеточные методы. Метод конечных элементов для одномерных задач. Свойства разностной схемы, полученной вариационным методом. Исследование точности приближенного решения. Задача на собственные значения одномерного разностного уравнения второго порядка.

**Одномерные уравнения параболического типа (лекции 4 часа, семинары 6 часа).**

Одномерная задачи теплопроводности, диффузии и фильтрации. Явная и неявные разностные схемы. Схемы с весами. Другие примеры одномерных схем: схемы Рундсона, Кранка - Николсона и Дюфорта. Исследование аппроксимации и устойчивости. Спектральный признак устойчивости.

**Одномерные уравнения гиперболического типа (лекции 2 часа, семинары 2 часа).**

Одномерное волновое уравнение. Спектральный признак устойчивости. Аппроксимационная вязкость. Дисперсия волн в разностной схеме.

Рейтинговая контрольная работа (2 часа).

**Методы для обыкновенных дифференциальных уравнений (лекции 2 часа, семинары 4 часа).**

Задача Коши для обыкновенных дифференциальных уравнений. Схема Эйлера. Методы Рунге-Кутты и многошаговые методы. Устойчивость, неустойчивость и жесткие задачи.

**Метод конечных элементов (лекции 4 часа, семинары 4 часа).**

Общая схема метода конечных элементов в многомерном случае. Задачи теории упругости и гидромеханики. Матрица жесткости для треугольных элементов. Билинейные элементы. Элементы высших порядков. Изопараметрические элементы. Знакомство с программными реализациями МКЭ: коммерческая программа ANSYS, понятия о геометрическом моделировании, препроцессоре, постпроцессоре и визуализации данных. Понятие о методе многих масштабов, осреднение дифференциальных уравнений, эффективные свойства композиционных материалов.

**Понятие об итерационных методах (лекции 4 часа, семинары 4 часа).**

Двух- и трехслойные чебышевские итерационные методы. Градиентные итерационные методы и методы сопряженных направлений. Спектральная эквивалентность сеточных операторов. Способы выбора переобуславливателя. Геометрические многосеточные методы и алгебраические многосеточные методы. Итерационные методы решения нелинейных задач.

**Метод конечных объемов для задач гидромеханики (лекции 2 часа, семинары 2 часа).**

Описание метода конечных объемов. Сравнение с методом конечных элементов.

Задание на компьютере №3: численная реализация одномерной разностной схемы.

**Методы минимизации (лекции 4 часа, семинары 2 часа).**

Метод наименьших квадратов. Безусловная минимизация. Методы типа метода Ньютона. Условная минимизация. Метод локальных вариаций. Генетический алгоритм.

Экзамен.

### **Основная литература**

Бахвалов Н. С., Жидков Н. П., Кобельков Г. М. Численные методы, 1978.  
Победра Б. Е. Численные методы в теории упругости и пластичности, 1985.  
Самарский А. А. Теория разностных схем, 1977.

### **Дополнительная литература.**

Самарский А. А., Николаев Е. С. Методы решения сеточных уравнений, 1978.  
Ортега Дж., Пул У. Введение в численные методы решения дифференциальных уравнений, 1986.  
Зенкевич О., Морган К. Конечные элементы и аппроксимация, 1986.  
Марчук Г. И. Методы вычислительной математики, 1989.  
Победра Б. Е., Шешенин С. В., Холматов Т. Задача в напряжениях, 1988.  
Воеводин В. В., Воеводин Вл. В. Параллельные вычисления, 2002.  
Каханер Д., Моулер К., Нэш С. Численные методы и программное обеспечение, 2001.