

**ОТЗЫВ ОФИЦИАЛЬНОГО ОППОНЕНТА**  
**о диссертации Лапина Николая Ивановича**  
**«Применение метода неприводимых тензоров в задачах динамики**  
**твёрдого тела в неоднородных силовых полях», представленной на**  
**соискание учёной степени кандидата физико-математических наук по**  
**специальности 01.02.01 – теоретическая механика**

Задачи динамики твердых тел, связанные с описанием взаимодействия твердого тела с неоднородным силовым полем, например, левитация твердого тела в силовом поле, движение спутника в магнитном и гравитационном поле земли и другие, представляют собой обширный раздел теоретической механики. Специфика данных задач заключается в том, что при взаимодействии возникает особый вид сил и моментов сил, приводящий к существенному усложнению описания взаимодействия. Следовательно, существует проблема представления такого взаимодействия в удобном для исследования виде. Для решения данной проблемы используется математический аппарат неприводимых тензоров, развиваемый в работе, который позволяет адекватно описывать взаимодействие твердого тела с неоднородным силовым полем с учётом специфики возникающих сил и моментов сил. Актуальность и практическая важность выбранной темы исследования обусловлена необходимостью решения задач динамики твердого тела в неоднородных силовых полях.

Представленная диссертация состоит из введения, трех глав, заключения, приложения и списка литературы, содержащего 61 наименование, и занимает 94 страницы машинописного текста.

Во введении обосновывается актуальность выбранной темы исследования, формулируется его цель, обосновывается научная новизна полученных результатов, показывается их теоретическая и практическая значимость. Также в нём содержится обзор литературы и кратко излагается содержание работы.

При решении задач о нахождении энергии взаимодействия левитирующего диамагнитного ротора с магнитным полем или представление инвариантного разложения силовой функции взаимодействия токовых и зарядовых распределений требуется проводить преобразование силовой функции из одной системы координат в другую, смещенную относительно первой. Нахождению такого преобразования и посвящена первая глава.

В ней обсуждается вопрос о представлении решений уравнений Гельмгольца или Лапласа, записанных в одной системе координат, через решения того же уравнения в другой системе координат, получающейся из первой преобразованием сдвига. Для всех задач такого типа требуется знать оператор сдвига, преобразующий решение из одной системы координат в другую. Опираясь на то обстоятельство, что группа движений пространства трёхмерного евклидова пространства  $E(3)$  является группой симметрии уравнения Гельмгольца, отображающей решения уравнения Гельмгольца вновь в решения этого уравнения, автор выводит теорему сложения для тензорных решений уравнения Гельмгольца. Найденные общие формулы преобразований для тензорных решений уравнения Гельмгольца позволяют, в частности, отыскать формулы преобразования для скалярных и векторных решений уравнения Гельмгольца. В явном виде теорема сложения выражена через тензорное произведение неприводимых тензоров. В результате предельных переходов получены формулы для преобразования решений уравнений Лапласа, не имеющих и имеющих особенности в нуле, при трансляциях.

Для получения формул преобразований при трансляциях тензорных решений уравнения Гельмгольца использованы изменение схемы связи в неприводимых тензорных произведениях и теорема сложения для скалярных волн. Аналогичные формулы получены для трансляций скалярных и тензорных решений уравнения Лапласа.

Результаты первой главы применяются во второй главе для построения инвариантных разложений силовых функций электромагнитного взаимодействия пространственных скалярных зарядовых и векторных токовых распределений. Для попарного взаимодействия зарядовых распределений выписываются инвариантные представления силы и момента сил.

С помощью теории потенциала и разложения функции Грина скалярного уравнения Лапласа в ряд, а также свойств скалярного произведения двух неприводимых тензоров и теоремы сложения для скалярных решений уравнения Гельмгольца, выражение силовой функции взаимодействия представлено в виде, удобном для исследования. Данная трактовка членов в данном выражении, как взаимодействия мультиполей разных порядков для сгустков зарядов 1 и 2. Сила и момент, имеющие место в системе двух сгустков зарядов, определяются варьированием силовой функции.

Также для нахождения инвариантного разложения силовой функции векторного взаимодействия двух объемных токовых распределений применено разложение функции Грина векторного уравнения Лапласа на регулярные и иррегулярные шаровые векторы, понятие векторного мультипольного момента. С помощью теоремы сложения тензорных решений уравнения Гельмгольца найдено общее выражение для энергии взаимодействия токовых распределений.

В третьей главе изучается динамика левитирующего диамагнитного ротора в магнитном поле. В предположениях о произвольности формы диамагнитного ротора и произвольности конфигурации магнитного поля, с учётом малости магнитной восприимчивости диамагнетика находится потенциал взаимодействия. Выписывается выражение для напряжённости магнитного поля, с помощью которого находится общее выражение энергии взаимодействия произвольного по форме левитирующего диамагнитного ротора и произвольного по конфигурации магнитного поля. Показывается,

что энергию взаимодействия ротора, форма которого отлична от сферы, можно представить через сумму энергий, где одно из слагаемых определяет энергию взаимодействия сферического ротора, а другое слагаемое определяет энергию обусловленное несферичностью.

Для квазисферического ротора отыскиваются положения равновесия ротора и с помощью теоремы Лагранжа оцениваются условия их устойчивости при определённом соотношении радиуса средней сферы и радиуса витка. Вычисляется сила, действующая на диамагнитный квазисферический ротор.

Также рассматривается задача об эволюционных движениях в магнитном поле эллипсоидального диамагнитного ротора. Для этого записывается силовая функция взаимодействия ротора с полем, имеющим однородную и градиентную составляющие, находится момент сил, действующий на ротор в этом поле. Для изучения угловых движений ротора применяются асимптотические методы теории колебаний. Осредненная силовая функция получается осреднением по свободному движению, которое представляет собой движение Эйлера – Пуансо. Важно отметить саму процедуру осреднения. Применение математического аппарата неприводимых тензоров, позволило провести осреднение не покомпонентно, а всей силовой функции в целом. Выведенные уравнения позволяют выписать в явном виде эволюционные уравнения вектора кинетического момента. В осесимметричном магнитном подвесе вектор кинетического момента, не меняя углового положения относительно оси поля, прецессирует вокруг оси с постоянной угловой скоростью прецессии, а вокруг вектора кинетического момента тело совершает свободные движения Эйлера - Пуансо.

Приложение посвящено общим вопросам теории математического аппарата неприводимых тензоров.

В заключении приводятся основные результаты диссертации.

### **Замечания:**

1. В работе желательно рассмотрение подвеса, более сложной конфигурации, например, подвеса образованного двумя или большим количеством витков.
2. Желательно было бы привести графическую зависимость силы, действующей со стороны подвеса на диамагнитный ротор близкий по форме к сфере в поле кругового тока.
3. На стр.72 сказано: «как обсуждалось ранее, у эллипсоида имеется несколько состояний равновесия», но ранее в тексте это нигде не обсуждалось. И вообще, нет ответа на вопрос, сколько существует положений равновесия в рассматриваемой системе и от чего это зависит?
4. В тексте диссертации имеются опечатки и неточности. Например:
  - на стр.19 имеется ссылка на рис.2.1., а речь идет о ссылке на рис.1.1.;
  - на стр.26 вместо «преобразования Фурье» упоминается некое «образование Фурье»;
  - формула (2.29) на стр.45 неверна, поскольку очевидно, что левая ее часть не равна правой;
  - на стр.48-49 вводится обозначение радиусов токовых витков через  $a$  и  $b$ , а на рис.2.2. – 2.4 эти же радиусы обозначены через  $b_1$  и  $b_2$ .

Сделанные замечания не влияют на общую положительную оценку диссертации.

Диссертационная работа написана современным математическим языком. Ее изложение компактно и прозрачно, стиль изложения – доказательный.

Автореферат и опубликованные работы правильно и достаточно полно отражают содержание диссертации.

Диссертация Лапина Николая Ивановича является научно-квалификационной работой, обладающей актуальностью, научной новизной и практической значимостью. Данная диссертация отвечает требованиям п. 7 Положения Высшей аттестационной комиссии при Министерстве образования и науки Российской Федерации, предъявляемым к диссертациям на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 01.02.01 – теоретическая механика, а ее автор, Лапин Николай Иванович, заслуживает присуждения ученой степени кандидата физико-математических наук по названной специальности.

Официальный оппонент:

доктор физико-математических наук,  
профессор

В.И. Ерофеев

10.02.2014

Подпись Ерофеева В.И. заверяю:

Ученый секретарь ИЛМ РАН  
к.ф.-м.н., доцент

И.С. Павлов

