

Московский государственный университет имени М.В. Ломоносова

На правах рукописи



Пелевина Дарья Андреевна

**ИЗУЧЕНИЕ ДЕФОРМАЦИЙ ПОВЕРХНОСТИ
МАГНИТНОЙ ЖИДКОСТИ В МАГНИТНОМ ПОЛЕ,
ВЫЗЫВАЮЩИХ НАПРАВЛЕННОЕ ДВИЖЕНИЕ**

Специальность 01.02.05 – механика жидкости, газа и плазмы

А В Т О Р Е Ф Е Р А Т

диссертации на соискание ученой степени
кандидата физико-математических наук

Москва – 2014

Работа выполнена на кафедре гидромеханики механико-математического факультета
Федерального государственного бюджетного образовательного учреждения высшего
профессионального образования “Московский государственный университет
имени М.В.Ломоносова”

Научный руководитель доктор физико–математических наук,
профессор В.А. Налетова

Научный консультант кандидат физико–математических наук,
доцент В.А. Турков

Официальные оппоненты: доктор физико–математических наук, профессор
А.Т. Ильичев, ведущий научный сотрудник
Математического института имени В.А. Стеклова РАН
доктор физико–математических наук, профессор
Е.А. Пушкарь, зав. каф. общей и прикладной математики
Московского государственного индустриального университета

Ведущая организация: Федеральное государственное бюджетное учреждение
науки "Институт проблем механики имени
А.Ю. Ишлинского РАН"(Москва).

Защита состоится 18 апреля 2014 года в 15 час. на заседании Диссертационного совета Д.501.001.89
при Московском государственном университете имени М.В.Ломоносова по адресу: 119991,
Москва, Ленинские горы, Главное здание МГУ, аудитория 16-10.

С диссертацией можно ознакомиться в Научной библиотеке механико-математического фа-
культета МГУ имени М.В.Ломоносова.

Автореферат разослан “ ____ ” февраля 2014 года.

Ученый секретарь
диссертационного совета Д.501.001.89,
доктор физ.-мат. наук



В.В.Измоленов

ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА РАБОТЫ

Диссертация посвящена теоретическому и экспериментальному исследованию деформации поверхности магнитной жидкости в неоднородных магнитных полях. Магнитные жидкости — коллоидные растворы магнитных частиц нано-размеров, покрытых слоем поверхностно-активного вещества в жидкости-носителе. Рассматриваются возможности использования деформации поверхности для создания направленного течения жидкостей. В диссертации делается акцент на случаи, когда неоднородное магнитное поле создано покоящимися или движущимися телами из хорошо намагничивающихся материалов (концентраторами магнитного поля) в однородном приложенном магнитном поле.

Актуальность темы. Моделирование и математическое описание движения и деформации намагничивающихся сред в магнитных полях является необходимым этапом в разработке новых способов создания направленного движения. В данной работе исследуется деформация поверхности объемов магнитной жидкости в неоднородных магнитных полях и возможность использования этой деформации для создания направленного движения, например, для создания движителей, насосов, дозаторов и их составных частей. Особенность таких устройств заключается в том, что они управляются магнитным полем, созданным внешними по отношению к насосу источниками. Такие устройства не содержат внутри себя моторов и твердых движущихся деталей, поэтому они могут найти свое применение в медицине и биологии, где безопасность таких объектов для структуры биологических жидкостей и для живых организмов очень важна.

Цель работы. Основной целью работы является исследование возможности создания направленного движения различных жидкостей с помощью деформации поверхности магнитной жидкости в переменных во времени магнитных полях.

Для этого были поставлены следующие задачи:

- Экспериментально исследовать деформацию формы поверхности магнитной жидкости, содержащей в себе тело из хорошо намагничивающегося материала (концентратор поля), в однородном приложенном магнитном поле.
- Теоретически рассчитать возможные равновесные формы объема магнитной жидкости, содержащего концентраторы поля, с учетом поверхностного натяжения, гравитации при наличии и отсутствии полимерной пленки на поверхности магнитной жидкости в приложенном однородном магнитном поле.
- Теоретически исследовать плоское течение слоя тяжелой вязкой несжимаемой магнитной жидкости, а также течение двух тонких слоев жидкости, нижняя из которых магнитная жид-

кость, а верхняя не намагничивается, в бегущем неоднородном магнитном поле. Исследовать влияние параметров задачи на средние расходы течения жидкости.

Научная новизна.

- Выполнен численный расчет различных равновесных форм поверхности магнитной жидкости, содержащей тела различной формы (цилиндр или сфера) из хорошо намагничивающихся материалов (концентраторы магнитного поля), в однородном приложенном магнитном поле с учетом силы тяжести, поверхностного натяжения и зависимости намагниченности магнитной жидкости от напряженности магнитного поля. Показана возможность скачкообразного изменения формы поверхности при постепенном изменении приложенного магнитного поля, связанная с наличием множества решений при фиксированном значении приложенного поля. Предсказан гистерезис формы поверхности при циклическом увеличении и уменьшении приложенного поля.
- Проведены экспериментальные исследования магнитной жидкости, окружающей цилиндрическое тело из намагничивающегося материала в однородном приложенном магнитном поле. Экспериментально обнаружены скачкообразные изменения формы магнитной жидкости и гистерезис этой формы в циклически увеличивающемся и уменьшающемся магнитном поле. Показано хорошее совпадение экспериментальных и теоретических результатов.
- Теоретически исследовано влияние упругой пленки, разделяющей магнитную жидкость и окружающую среду, на форму поверхности постоянного и переменного объема магнитной жидкости, содержащей цилиндр из намагничивающегося материала, в однородном приложенном поле. В случае переменного объема магнитной жидкости показано, что реализуется только односвязная форма магнитной жидкости как с пленкой, так и без пленки. При этом не возникают скачкообразные и гистерезисные явления, связанные с неоднозначностью решения. Показано, что при увеличении приложенного магнитного поля наступает момент, когда пленка прилипает к стенке сосуда.
- Аналитически решены задачи о течении тонкого слоя магнитной жидкости со свободной поверхностью и о течении двух тонких слоев жидкости, нижняя из которых — магнитная жидкость, а верхняя, более легкая, не намагничивается, в бегущем периодическом неоднородном магнитном поле. При решении учтена сила тяжести, поверхностное натяжение и влияние магнитного поля на намагниченность магнитной жидкости. Аналитически вычислены форма поверхности магнитной жидкости, скорости, давления и средние расходы жидкостей.
- Получены немонотонные зависимости средних расходов от частоты и волнового числа бегущего магнитного поля, а также от толщины слоя магнитной жидкости. Показано, что су-

ществуют оптимальные значения этих параметров, при которых средний расход достигает своего максимума.

Достоверность результатов. Достоверность результатов обеспечена использованием строгих аналитических методов исследования: проведено упрощение известных математических моделей и использован метод разложения по малому параметру; трудоемкие аналитические расчеты, например, суммирование рядов Фурье, проводятся с использованием пакета программ Maple. Численные расчеты проведены с использованием надежных и точных методов (метод Рунге-Кутты второго порядка). При проведении экспериментов используются проверенные методы измерения (тарировка приборов, видео и фоторегистрация). Теоретические результаты хорошо согласуются с экспериментами автора и известными экспериментальными результатами других авторов.

Научная и практическая ценность работы. Теоретические и экспериментальные исследования деформации поверхности магнитной жидкости, приведенные в данной работе, могут быть использованы при конструировании новых движителей, насосов и дозаторов на основе магнитной жидкости. Аналитические формулы для средних расходов в двухслойном течении могут быть использованы при конструировании и оптимизации работы перистальтического насоса на основе волнообразного изменения поверхности магнитной жидкости в бегущих магнитных полях. Научная ценность работы заключается в теоретическом исследовании и экспериментальном обнаружении скачкообразных изменений формы поверхности магнитной жидкости в переменных магнитных полях, которые связаны с существованием нескольких устойчивых положений равновесия магнитной жидкости в одном и том же магнитном поле.

Личный вклад автора. Автором в программном пакете LabView разработан виртуальный прибор для управления токами в экспериментальной установке, спроектирована гидродинамическая ячейка, проведены экспериментальные исследования и обработка результатов измерений. Автором разработаны теоретические методики исследования, написаны программы на языке C++ для определения формы поверхности, проведены численные и аналитические расчеты, сформулированы результаты исследования. Основные выводы и положения диссертационной работы сформулированы лично автором.

Соответствие диссертации паспорту научной специальности. В соответствии с областью исследования специальности 01.02.05 - "Механика жидкости, газа и плазмы" диссертация включает в себя теоретическое и экспериментальное изучение поведения магнитной жидкости в неоднородных магнитных полях. Полученные результаты соответствуют пунктам 16 и 17 паспорта специальности.

Апробация работы. Результаты работы были представлены автором на 5 международных конференциях: 11–ая и 13–ая Международная конференция по магнитным жидкостям (Кошице, 2007 и Нью Дели, 2013), Международная научная конференция студентов, аспирантов и молодых учёных “Ломоносов-2009” и “Ломоносов-2012” (Москва, 2009 и 2012), Humboldt Colloquium “The Role of Fundamental Sciences in Society” (Moscow, 2012); и на 8 российских конференциях: XIV школа-семинар “Современные проблемы аэрогидродинамики” (Сочи, 2006), Научная конференция “Ломоносовские чтения”, секция механики (Москва, 2007, 2008 и 2010), Конференция-конкурс молодых ученых НИИ Механики МГУ (Москва, 2008, 2010 и 2013), IV Всероссийская научная конференция “Физико-химические и прикладные проблемы магнитных дисперсных наносистем” (Ставрополь, 2013).

Результаты диссертации обсуждались и были одобрены на семинаре “Механика сплошной среды” под руководством академика РАН А.Г. Куликовского, профессора В.П. Карликова и члена-корреспондента РАН О.Э. Мельника.

Публикации. По теме диссертации опубликовано 31 печатная работа, из них 8 статей опубликованы в рецензируемых журналах из списка ВАК [1–8], 8 статей в сборниках трудов международных и российских конференций и конференции-конкурса молодых ученых НИИ Механики МГУ [9–16].

Структура и объем работы. Диссертация состоит из введения, обзора литературы, 4 глав, заключения, библиографии и трех приложений. Общий объем диссертации 131 страница, 49 рисунков, 9 таблиц и список литературы из 114 наименований.

СОДЕРЖАНИЕ РАБОТЫ

Во введении представлено общее описание задач, которым посвящена диссертация, обсуждается актуальность разрабатываемой темы, сформулирована цель работы, ее практическая значимость и возможные применения. Приведена структура диссертации.

Обзор литературы содержит краткое описание монографий и статей, посвященных моделям феррогидродинамики. Также рассмотрены публикации, в которых исследуется свободная поверхность магнитной жидкости в однородных и неоднородных магнитных полях. Отмечены статьи, в которых описаны скачкообразные изменения формы поверхности магнитной жидкости и гистерезис поверхности в переменных магнитных полях. Приведены работы, в которых рассмотрены различные типы перекачивающих устройств на основе магнитной жидкости.

В главе 1 § 1.1 описано экспериментальное исследование поведения формы поверхности раздела более легкой немагнитной жидкости и более тяжелой магнитной жидкости в однородных магнитных полях различного направления. Объем магнитной жидкости содержит цилиндри-

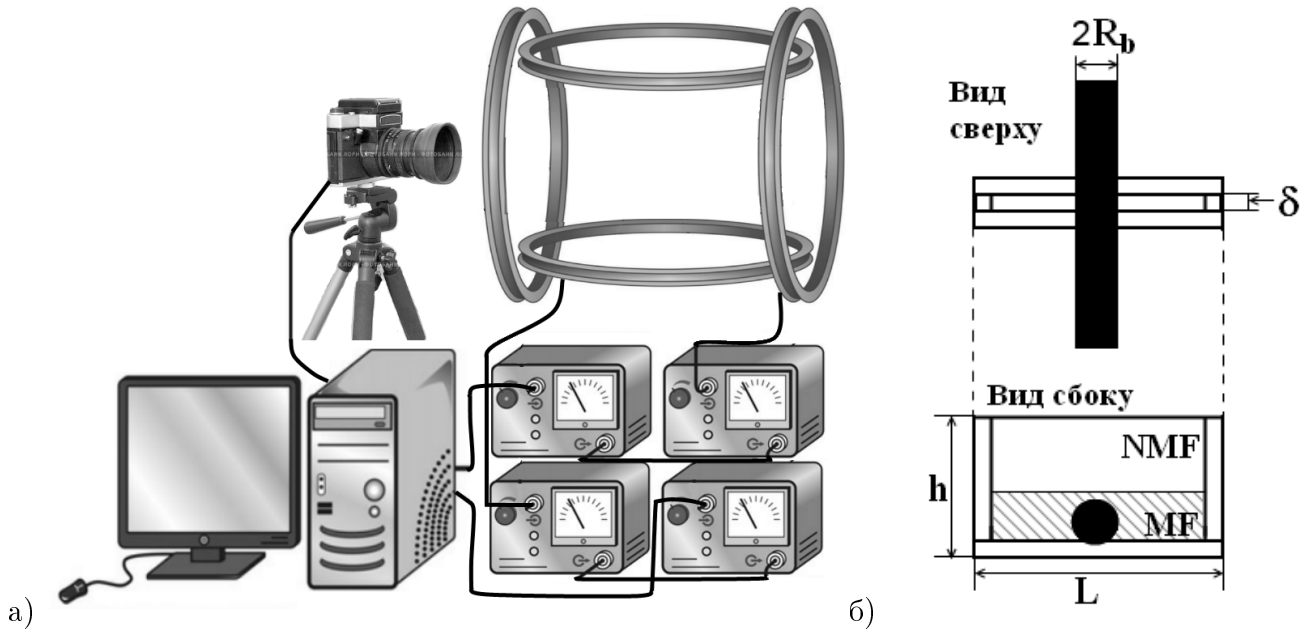


Рис. 1. а) Схема экспериментальной установки. б) Экспериментальная кювета.

ческое тело радиуса $R_b = 8$ мм из хорошо намагничивающегося материала. В эксперименте водорастворимая магнитная жидкость (MF) (плотность $\rho_f = 1.41$ г/см³, начальная восприимчивость $\chi_0 = 0.011$) помещалась в кювету из оргстекла ($L = 22.5$ мм, $\delta = 3$ мм, $h = 20$ мм). Над магнитной жидкостью помещается не смешивающееся с ней трансформаторное масло (NMF) с плотностью $\rho_s = 0.96$ г/см³. В эксперименте использовались фиксированные объемы жидкостей: объем магнитной жидкости $V_f = 1$ см³, объем трансформаторного масла $V_s = 1.2$ см³, см. рис. 1 б).

Однородное приложенное магнитное поле H_∞ , вектор которого лежит в вертикальной плоскости, создается двумя парами электромагнитных катушек Гельмгольца, см. рис. 1 а. Ток в катушках управляется при помощи пакета программ LabView.

В первом эксперименте в постоянном приложенном вертикальном магнитном поле экспериментально (различным образом) получены различные формы поверхности магнитной жидкости, занимающей один, два или три объема (с каплей магнитной жидкости на цилиндре), см. рис. 2 а. Исследована высота подъема магнитной жидкости над цилиндром $\Delta h = h(x = 0) - R_b$ для односвязного равновесного объема при различных постоянных значениях приложенного магнитного поля H_∞ .

Проведены аналогичные эксперименты в постоянных магнитных полях, направленных под углом α к горизонтали ($\alpha = 30^\circ, 45^\circ, 60^\circ$). В наклонном поле в эксперименте не удалось создать три объема магнитной жидкости при малых полях и односвязный объем при больших полях.

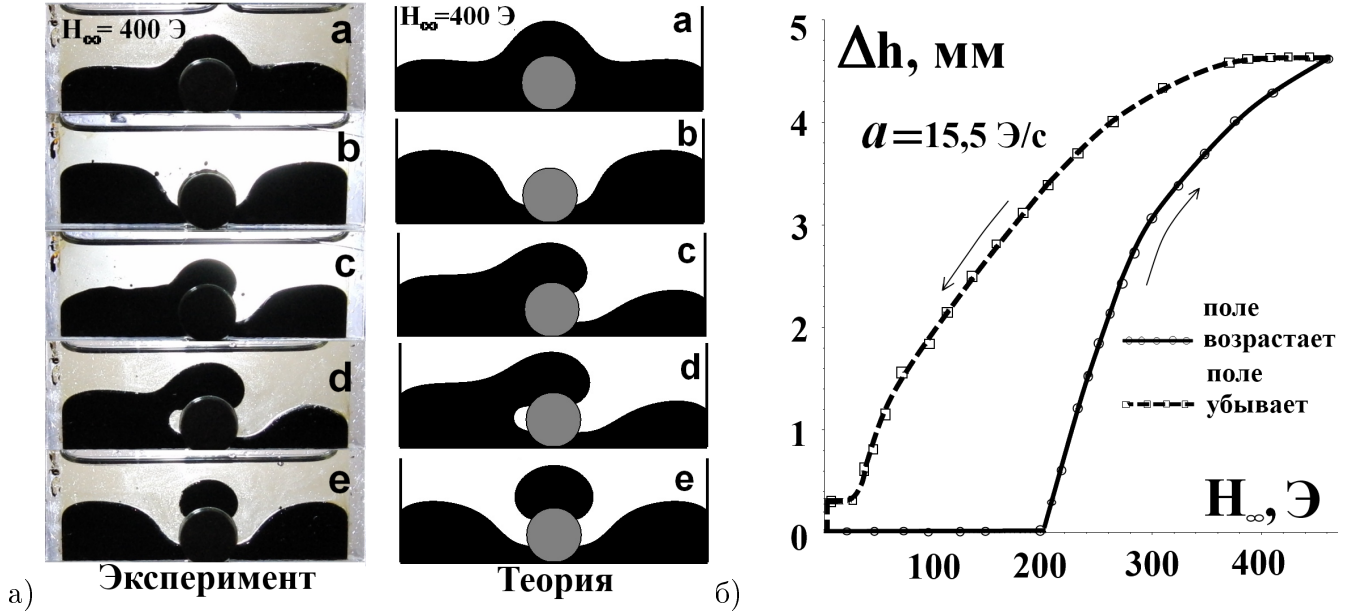


Рис. 2. а) Статика магнитной жидкости при $H_\infty = 400$ Э. б) Зависимость подъема магнитной жидкости Δh в центре от вертикального поля H_∞ при $a = 15,5$ Э/с.

Во втором эксперименте исследовалось поведение объема магнитной жидкости в различных переменных возрастающих и убывающих магнитных полях. В частности, в переменном магнитном поле, циклически возрастающем по закону $H_\infty = at$ и убывающем по закону $H_\infty = H_{max} - at$, наблюдались скачкообразные изменения формы магнитной жидкости и гистерезис этой формы, см. рис. 2 б. Обнаружено, что число скачков и значения поля, при которых они происходят, зависят от скорости изменения магнитного поля a .

В § 1.2 приведена постановка плоской задачи определения равновесной формы магнитной жидкости в сосуде прямоугольного сечения, в центре которого на дне расположен цилиндр из хорошо намагничивающегося материала, в однородном приложенном магнитном поле разного направления. Сверху магнитная жидкость контактирует с немагничивающейся окружающей средой, см. рис. 3 а. Задача решена с учетом силы тяжести, поверхностного натяжения и зависимости намагниченности магнитной жидкости от приложенного магнитного поля. Постановка задачи состоит из уравнения гидростатического равновесия и динамического граничного условия на поверхности магнитной жидкости:

$$\begin{aligned} -\nabla p_j + M_j \nabla H_j + \rho_j \mathbf{g} &= 0, \quad j = f, s, \\ z = h(x) : [-p - 2\pi M_n^2]_f^s &= \pm 2\sigma K. \end{aligned} \quad (1)$$

Здесь p_f и p_s — давление в средах, ρ_f и ρ_s — плотности магнитной жидкости и окружающей среды ($\rho_s < \rho_f$), σ — коэффициент поверхностного натяжения, $K = h'' / (1 + h'^2)^{3/2}$ — средняя кривизна поверхности. Намагниченность магнитной жидкости зависит от магнитного поля по

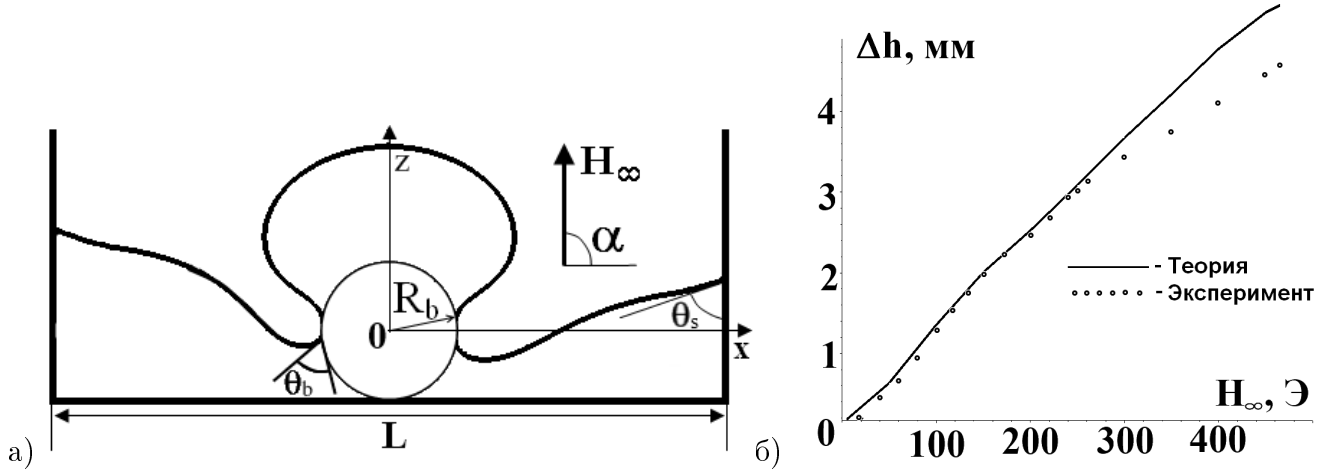


Рис. 3. а) Форма магнитной жидкости около цилиндра в магнитном поле. б) Зависимость подъема магнитной жидкости Δh в центре от H_∞ для одного равновесного объема.

закону Ланжевена:

$$M_f = M_{fs}\Lambda(\zeta), \quad \Lambda(\zeta) = \text{cth}(\zeta) - \frac{1}{\zeta}, \quad \zeta = \frac{mH}{k_bT}. \quad (2)$$

Здесь T — температура жидкости, k_b — константа Больцмана, M_{fs} — намагниченность насыщения магнитной жидкости, m — магнитный момент одной ферромагнитной частицы. Из (1) в безындукционном приближении ($H \gg 4\pi M_f$) получено нелинейное обыкновенное дифференциальное уравнение второго порядка для определения свободной поверхности $z = h(x)$ ($' = d/dx$, $C = const$):

$$C + (\rho_s - \rho_f)gh + \int_0^H M_f(H)dH = \pm 2\sigma \frac{h''}{(1 + h'^2)^{3/2}}, \quad H = H(x, z = h). \quad (3)$$

На стенках сосуда и на теле заданы углы смачивания θ_s и θ_b , соответственно. Константа C определяется из условия постоянства объема $V_f = const$. В предположении, что намагниченность тела много больше намагниченности жидкости ($M_b \gg M_f$), и в безындукционном приближении ($H \gg 4\pi M_f$) величина поля вычисляются по формуле (α - угол наклона поля, $A = -R_b^2$):

$$H = |H_\infty| \sqrt{\left(1 + \frac{A}{(x^2 + z^2)}\right)^2 - \frac{4A(x \cos \alpha + z \sin \alpha)^2}{(x^2 + z^2)^2}}. \quad (4)$$

Для численного решения уравнения (3) были написаны программы на языке C++. Задача с граничными условиями сводится к задаче Коши с использованием метода пристрелки. Зада-

ча Коши решается методом Рунге-Кутты второго порядка. Программа позволяет определить формы поверхности магнитной жидкости (односвязные, двусвязные и трехсвязные), которые могут реализовываться в заданном магнитном поле, также вычислить диапазоны значений приложенных магнитных полей H_∞ , в которых существуют различные решения, и вычислить высоту подъема магнитной жидкости в различных точках над начальным уровнем.

В § 1.3 описаны расчеты различных форм поверхности магнитной жидкости и критических значений поля для параметров экспериментов, описанных в § 1.1, проведено сравнение экспериментальных и численных результатов. Численно получено, что при постоянном значении магнитного поля, как и в эксперименте, существует несколько различных типов решения, удовлетворяющих граничным условиям и условию сохранения объема. Для наклонных полей теоретически показано, что односвязное решение не существует в достаточно больших полях, а трехсвязное решение не существует при малых полях. Полученные теоретически формы поверхности магнитной жидкости близки к экспериментальным, см. рис. 2 а. Вычислены диапазоны приложенного поля H_∞ , при которых существуют различные типы решений. Проведено сравнение зависимостей высоты подъема одного объема магнитной жидкости в центре сосуда Δh от вертикального магнитного поля H_∞ , наблюдаемых в эксперименте и рассчитанных теоретически, см. рис. 3 б. Получено хорошее совпадение теоретических и экспериментальных результатов.

В § 1.4 проведено сравнение предоставленных сотрудником Технического университета Ильменау (Германия) Яной Попп экспериментальных результатов по исследованию сильно намагничивающейся магнитной жидкости, содержащей стальной цилиндр, в переменном вертикальном магнитном поле и численных расчетов, проведенных для экспериментальных параметров. Расчетные формы поверхности качественно описывают эксперименты. Получены диапазоны приложенных полей, в которых могут происходить различные скачкообразные изменения формы поверхности. Показано, что значения полей, при которых происходят скачкообразные изменения в эксперименте, попадают в теоретически предсказанные диапазоны.

В § 1.5 теоретически исследовано влияние полимерной пленки на равновесную форму постоянного (п. 1.5.1) или переменного (п. 1.5.2) объема магнитной жидкости, содержащей цилиндр из хорошо намагничивающегося материала, в однородном вертикальном поле H_∞ . Поверхностная пленка может быть необходима для предотвращения контакта магнитной и немагнитной жидкостей. Рассматривается пленка с постоянным натяжением, равным поверхностному натяжению на поверхности раздела жидкость - окружающая среда. Предполагается, что пленка закреплена на фиксированной высоте $h_0 > R_b$ на стенке сосуда (Γ_s).

В п. 1.5.1 объем магнитной жидкости V_f считается постоянным. Граничные условия, моделирующие наличие полимерной пленки на поверхности магнитной жидкости, имеют вид:

Вариант 1: пленка не прилипает к стенке сосуда; высота подъема на стенке h_0 постоянна.

Вариант 2: пленка прилипает к стенке сосуда; на стенке сосуда угол смачивания $\theta_s = 0$ (при $h|_{\Gamma_s} < h_0$) или $\theta_s = 180^\circ$ (при $h|_{\Gamma_s} > h_0$).

В варианте 1 численно получены различные решения, состоящие из одного, двух и трех (с каплей магнитной жидкости на цилиндре) объемов. Односвязные решения существуют при малых полях $H_\infty < 225$ Э. При полях $H_\infty > 160$ Э существует множество различных типов решений. В варианте 2 не существует односвязного решения, описывающего заданный объем магнитной жидкости V_f . Поля, в которых реализуются двусвязные и трехсвязные объемы, больше, чем соответствующие поля при расчете варианта 1. Это означает, что при малых полях должен реализоваться вариант 1, а затем, при больших полях, может реализоваться либо вариант 1, либо вариант 2.

Сравнение расчетов с фиксированной высотой жидкости у стенки (с пленкой) и фиксированным углом смачивания на стенке (без пленки) показало, что при больших полях при наличии пленки объем капли на цилиндре больше, чем соответствующий объем при отсутствии пленки. Это связано с тем, что пленка препятствует подъему магнитной жидкости у стенки.

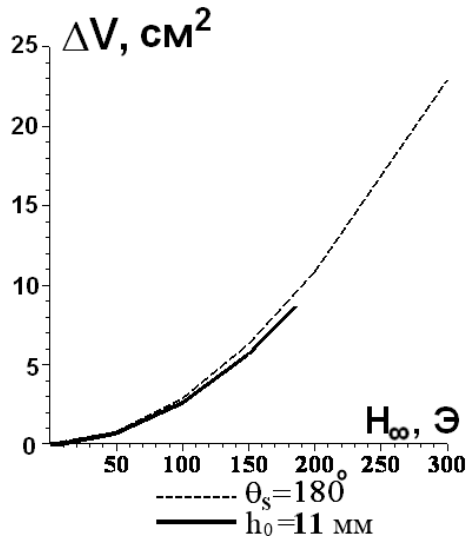


Рис. 4. Зависимость ΔV от H_∞ для двух вариантов расчета.

В п. 1.5.2 рассмотрен случай, когда объем магнитной жидкости V_f может изменяться, а константа C задана. Такие условия реализуются, например, если сосуд с магнитной жидкостью сообщается с достаточно большим резервуаром, в котором поддерживается постоянный уровень магнитной жидкости. Граничные условия моделирующие наличие полимерной пленки на поверхности магнитной жидкости имеют вид:

Вариант 1: пленка не прилипает к стенке сосуда; высота подъема на стенке постоянна.

Вариант 2: пленка на поверхности прилипает к стенке; угол смачивания $\theta_s = 180^\circ$ постоянный.

При $C = const$ для обоих вариантов не обнаружено двусвязных или трехсвязных форм поверхностей, которые были получены при $V_f = const$. Магнитная жидкость поднимается над цилиндром и вытесняет немагнитную. Исследована зависимость объема вытесняемой жидкости $\Delta V = V_f(H_\infty) - V_f(0)$ от величины при-

ложенного магнитного поля H_∞ , см. рис. 4. Видно, что при малых магнитных полях могут реализоваться оба варианта и вытесняемые объемы при этом отличаются незначительно, при больших полях реализуется только вариант 2 (пунктирная линия).

В главе 2 в § 2.1 приведена постановка задачи определения равновесной осесимметричной формы магнитной жидкости, в цилиндрическом сосуде, в центре которого на дне расположен шар из хорошо намагничивающегося материала, в однородном приложенном поле, с учетом силы тяжести, поверхностного натяжения и зависимости намагниченности от приложенного магнитного поля (2). Сверху магнитная жидкость контактирует с ненамагничивающейся окружающей средой (газом или обычной жидкостью), см. рис. 5 а.

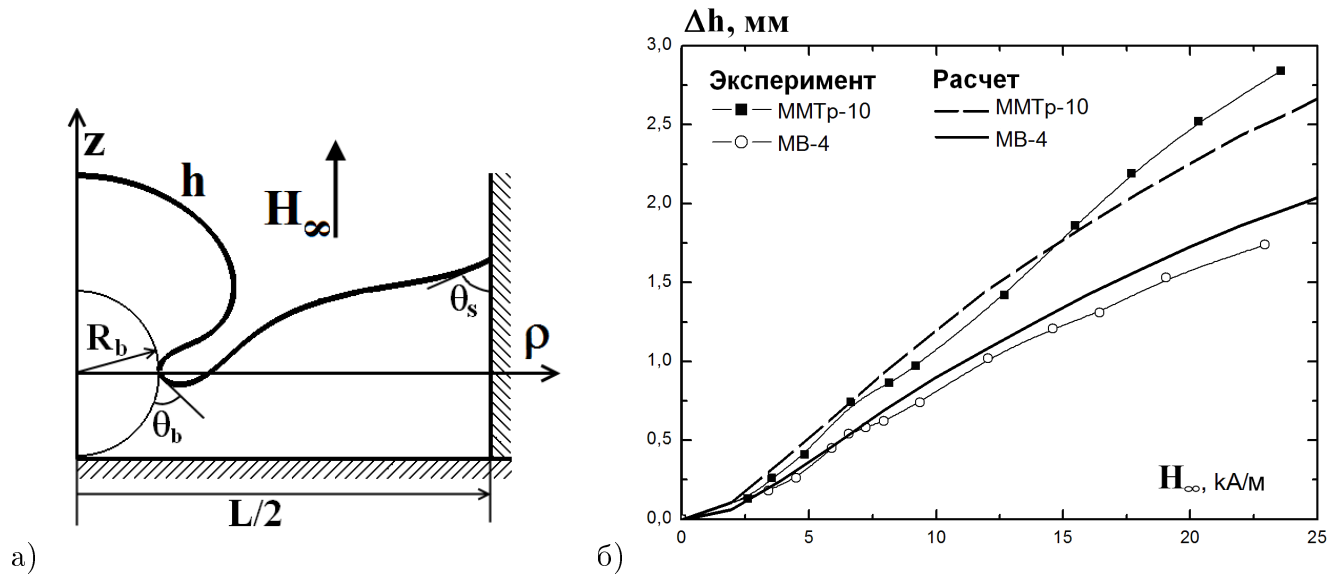


Рис. 5. а) Форма магнитной жидкости около шара в вертикальном поле H_∞ . б) Зависимость подъема магнитной жидкости Δh в центре от H_∞ для слабо намагничивающихся жидкостей.

Постановка задачи состоит из уравнения статики и динамического граничного условия (1). В безындукционном приближении ($H \gg 4\pi M_f$) из (1) получено обыкновенное нелинейное дифференциальное уравнение второго порядка для определения формы свободной поверхности $z = h(\rho)$ ($' = d/d\rho$, $C = const$):

$$C + (\rho_s - \rho_f)gh + \int_0^H M_f(H)dH = \pm 2\sigma \frac{h'' + \frac{1}{\rho}h'^3 + \frac{1}{\rho}h'}{2(1 + h'^2)^{3/2}}, \quad H = H(\rho, z). \quad (5)$$

Здесь ρ_f и ρ_s — плотности магнитной жидкости и окружающей среды ($\rho_s < \rho_f$), σ — коэффициент поверхностного натяжения. На стенках сосуда и на теле заданы углы смачивания θ_s и θ_b , соответственно. В центре сосуда из условия симметрии следует $h'(\rho = 0) = 0$. Объем магнитной жидкости считается постоянным $V_f = const$. В предположении, что намаг-

ниченность тела много больше намагниченности жидкости ($M_b \gg M_f$), и в безындукционном приближении величина магнитного поля H вычисляется по формуле ($A = -R_b^3$):

$$H = |H_\infty| \sqrt{\frac{9A^2 z^2 \rho^2}{(\rho^2 + z^2)^5} + \left(1 + A \left(\frac{1}{(\rho^2 + z^2)^{3/2}} - \frac{3z^2}{(\rho^2 + z^2)^{5/2}}\right)\right)^2}. \quad (6)$$

Для численного решения уравнения (5) были написаны программы на языке C++. Задача сведена к задаче Коши с использованием метода пристрелки. Задача Коши решается методом Рунге-Кутты второго порядка. Программа позволяет определить односвязные и двусвязные (с каплей магнитной жидкости на шаре) формы поверхности, которые могут реализовываться в заданном магнитном поле, вычислить диапазоны приложенных магнитных полей H_∞ , в которых существуют различные решения, и вычислить высоту подъема магнитной жидкости в различных точках над начальным уровнем.

В § 2.2 проведены расчеты различных форм поверхности магнитной жидкости и критических значений поля для параметров экспериментов, проведенных в Белорусском национальном техническом университете (БНТУ). Вычисления показали, что существуют критические значения приложенного поля H_{cr1} и H_{cr2} . При $H_\infty < H_{cr1}$ существует только один объем магнитной жидкости (причем это решение единственное); при $H_{cr1} < H_\infty < H_{cr2}$ существует решение в виде одного объема и множество решений, состоящих из двух объемов, один из которых капля жидкости на шаре; при $H_\infty > H_{cr2}$ существует множество решений, состоящих из двух объемов.

Проведено сравнение теоретических результатов с экспериментами, проведенными в БНТУ. В экспериментах с различными магнитными жидкостями обнаружены только односвязные формы поверхности магнитной жидкости. Теоретически показано, что в диапазонах магнитных полей, исследованных в эксперименте, могут реализоваться односвязные решения. Проведено сравнение теоретических и экспериментальных зависимостей высоты подъема магнитной жидкости над шаром в центре сосуда Δh от H_∞ для трех различных магнитных жидкостей. Показано, что теоретические и экспериментальные результаты хорошо согласуются для двух слабо намагничивающихся магнитных жидкостей, см. рис. 5 б.

В главе 3 в § 3.1 приведена постановка задачи о плоском изотермическом течении тонкого слоя тяжелой вязкой несжимаемой жидкости на твердой горизонтальной подложке в бегущем магнитном поле $H = H(z, \xi)$, $\xi = kx - \omega t$, с учетом поверхностного натяжения и зависимости намагниченности от приложенного магнитного поля, см. рис. 6 а. Постановка состоит из уравнения неразрывности, уравнения Навье-Стокса, условия прилипания на подложке, динамического и кинематического граничного условия на свободной поверхности. В безындукционном

приближении ($H \gg 4\pi M$), для $Re = \rho_f \omega d_f / \eta_f k < 1$, в нулевом приближении по $\varepsilon = d_f k \rightarrow 0$ получено обыкновенное нелинейное дифференциальное уравнение третьего порядка, содержащее неизвестную константу C , для безразмерной формы поверхности $z = h(\xi)$:

$$W \frac{d^3 h}{d\xi^3} - N \frac{dh}{d\xi} + F_m^* = -3 \left(\frac{1}{h^2} + \frac{C}{h^3} \right), \quad F_m^* = SM \frac{dH(z=1, \xi)}{d\xi} = \varepsilon_H F. \quad (7)$$

Здесь $W = \sigma d_f k^2 / P$, $N = \rho_f g d / P$, $S = M_s H_\infty / P$, $P = \eta_f \omega / \varepsilon^2$, ρ_f — плотность магнитной жидкости, η_f — динамическая вязкость магнитной жидкости, σ — коэффициент поверхностного натяжения. Константа C определяется из условия периодичности h . Задача решена в случае, когда периодическая магнитная сила с периодом T_p имеет малую амплитуду $F_m^* = \varepsilon_H F$, $\varepsilon_H \ll 1$, $F = O(1)$ и имеет нулевое среднее значение $\langle F \rangle = \int_0^{T_p} F d\xi = 0$. Магнитная сила представляется в виде ряда Фурье, $F = \sum_{n=1}^{\infty} (A_n \cos(n\alpha\xi) + B_n \sin(n\alpha\xi))$.

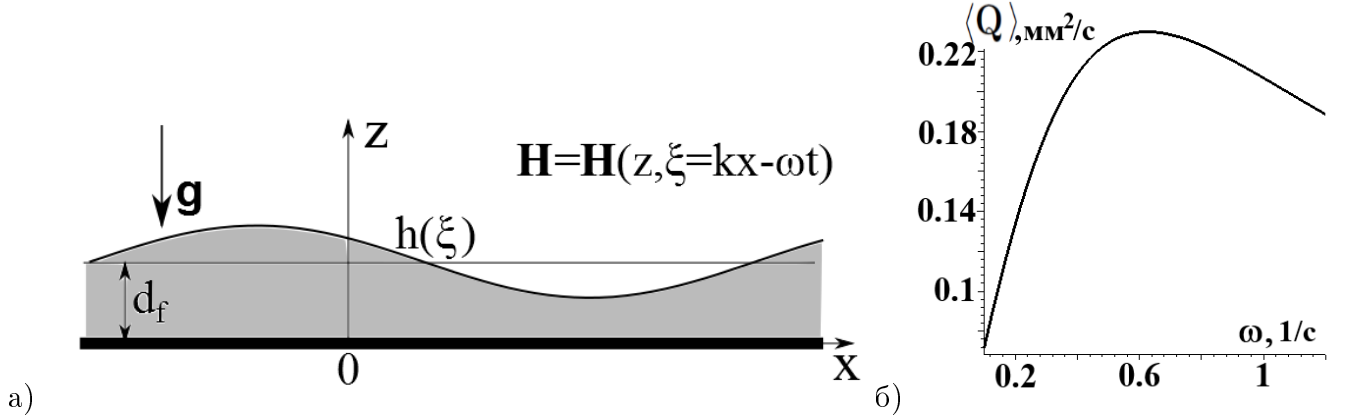


Рис. 6. а) Слой магнитной жидкости в бегущем магнитном поле. б) Зависимость среднего расхода $\langle Q \rangle$ от частоты ω для $F = A \cos \xi$.

В § 3.2 приведено аналитическое решение задачи и проведено исследование зависимости среднего расхода от параметров задачи. Решение для формы поверхности ищется в виде ряда по малому параметру ε_H с точностью до второго порядка. Найдено распределение скоростей, давления и средний расход жидкости. Получена аналитическая зависимость среднего расхода магнитной жидкости и средней скорости на поверхности жидкости от параметров задачи. В частном случае косинусоидальной магнитной силы, $F = A \cos \xi$, обнаружена немонотонная зависимость среднего расхода от частоты, см. рис. 6 б, волнового числа приложенного поля и толщины слоя магнитной жидкости. Получены формулы для оптимальных значений частоты и волнового числа, при которых средний расход имеет максимум: $k_{opt}^2 = \rho_f g / \sigma$, $\omega_{opt} = 2d^3 \rho_f^2 g^2 / 3\sigma \eta_f$. Получено качественное совпадение теоретической зависимости поверх-

ностной скорости от частоты поля с экспериментами, приведенными в работе Kikura, et al // JMMM. 1990, Vol. 85, pp. 167-170.

Рассмотрен случай, когда бегущее периодическое магнитное поле создается движущимися со скоростью U цилиндрическими стержнями из ферромагнитного материала в однородном приложенном вертикальном магнитном поле H_∞ . Построена зависимость среднего расхода магнитной жидкости от безразмерных параметров задачи. Получены немонотонные с одним максимумом зависимости размерного среднего расхода от U и волнового числа k приложенного поля.

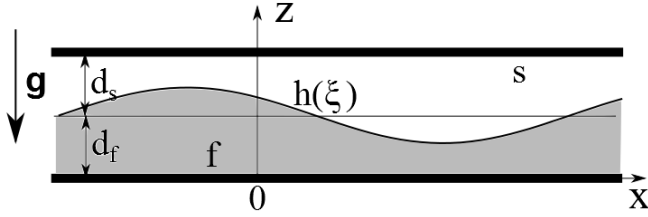


Рис. 7. Двухслойное течение в бегущем магнитном поле.

В главе 4 в § 4.1 рассматривается плоское изотемическое течение двух тонких слоев вязких тяжелых несжимаемых жидкостей с разной намагниченностью между горизонтальными неподвижными плоскостями в бегущем магнитном поле $H = H(\xi)$, $\xi = kx - \omega t$, с учетом поверхностного натяжения и зависимости намагниченности от приложенного магнитного поля, см. рис 7. Нижний слой - более тяжелая магнитная жидкость (f), верхний слой - немагнитная жидкость (s). Рассматривается система уравнений, состоящая из уравнений неразрывности и Навье-Стокса для каждого слоя, на неподвижных плоскостях ставится условие прилипания, на поверхности раздела жидкостей рассматривается динамическое и кинематическое граничные условия. В безындукционном приближении ($H \gg 4\pi M_f$), для $Re = \rho_f \omega d_f / \eta_f k < 1$, $Re \rho_s \eta_s / (\rho_f \eta_f) < 1$, $Re \rho_s / \rho_f < 1$ в нулевом приближении по $\varepsilon = d_f k \rightarrow 0$ получена система двух нелинейных обыкновенных дифференциальных уравнений третьего порядка, содержащая неизвестные константы q_1 и q_2 , для формы поверхности $h(\xi)$ и функции $G = \partial p_f^H / \partial \xi$:

$$\begin{aligned} h(\xi) + q_1 &= f_1 G(\xi) + f_2 \left(W \frac{d^3 h(\xi)}{d\xi^3} - N \frac{dh(\xi)}{d\xi} + F_m^* \right), & F_m^* &= S M_f \frac{dH}{d\xi} = \varepsilon_H F, \\ L - h(\xi) + q_2 &= f_3 G(\xi) + f_4 \left(W \frac{d^3 h(\xi)}{d\xi^3} - N \frac{dh(\xi)}{d\xi} + F_m^* \right). \end{aligned} \quad (8)$$

Здесь f_1, f_2, f_3, f_4 — функции от h , $n_2 = \eta_s / \eta_f$ и $L = (d_f + d_s) / d_f$; $W = \sigma d_f k^2 / P$, $S = H_\infty M_s / P$, $N = (\rho_f - \rho_s) g / P$, $P = \eta_f \omega / \varepsilon^2$, ρ_f и ρ_s — плотности магнитной жидкости и окружающей среды ($\rho_s < \rho_f$), η_f и η_s — динамическая вязкость магнитной жидкости и окружающей среды, σ — коэффициент межфазного натяжения на поверхности раздела жидкостей. Константы q_1 и q_2 определяются из условия периодичности h и G . Задача решена в случае, когда магнитная

сила периодическая с периодом T_p , имеет малую амплитуду $F_m^* = \varepsilon_H F$, $\varepsilon_H \ll 1$, $F = O(1)$ и имеет нулевое среднее значение: $\langle F \rangle = \int_0^{T_p} F d\xi = 0$. Магнитная сила при этом представляется в виде ряда Фурье, $F = \sum_{n=1}^{\infty} (A_n \cos(n\alpha\xi) + B_n \sin(n\alpha\xi))$.

В § 4.2 приведено аналитическое решение задачи и проведено исследование зависимости средних расходов жидкостей от параметров задачи. Решение для формы поверхности и давления ищется в виде ряда по малому параметру ε_H с точностью до второго порядка. Получены распределения скоростей и величины средних расходов жидкостей в обоих слоях $\langle Q_f \rangle$, $\langle Q_s \rangle$.

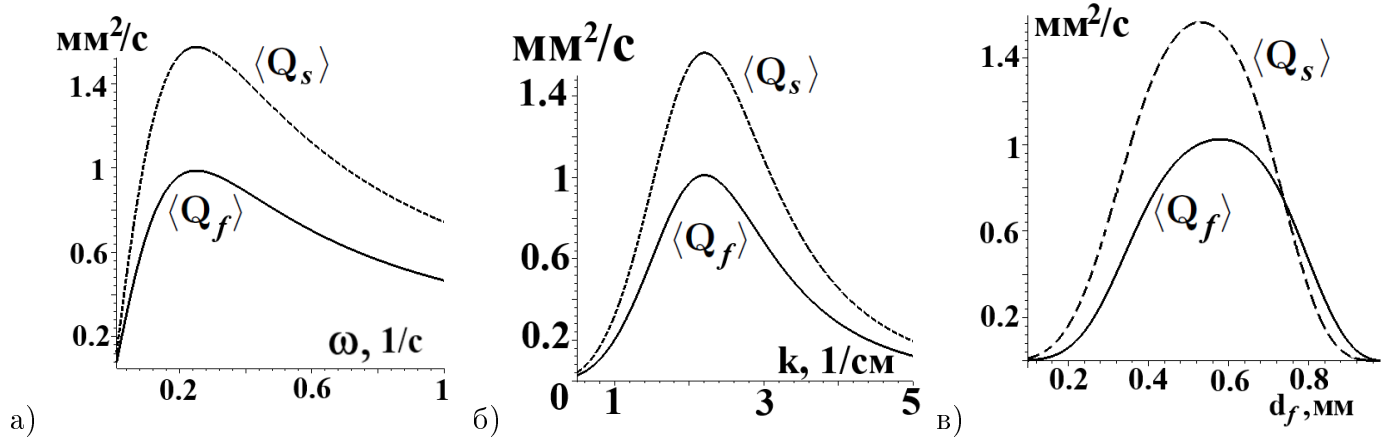


Рис. 8. Зависимости средних расходов жидкостей $\langle Q_i \rangle$ для $F = A \cos \xi$ от а) частоты ω ; б) волнового числа k ; в) от толщины слоя магнитной жидкости d_f .

Для косинусоидальной магнитной силы ($F = A \cos \xi$) получена форма поверхности раздела и исследована зависимость средних безразмерных расходов жидкостей $\langle Q_i^* \rangle$ от параметров задачи. Зависимости средних размерных расходов жидкостей $\langle Q_i \rangle$ от частоты ω , волнового числа k приложенного магнитного поля и толщины слоя магнитной жидкости d_f немонотонны и имеют один максимум, см. рис. 8. Получены выражения для значений оптимальной частоты ω_{opt} и волнового числа k_{opt} приложенного магнитного поля.

Аналогично тому, как это было сделано выше для однослойного течения, рассмотрен случай, когда бегущее периодическое магнитное поле создается движущимися со скоростью U цилиндрическими стержнями из ферромагнитного материала в однородном приложенном вертикальном магнитном поле H_∞ . Получены немонотонные, имеющие один максимум, зависимости размерных средних расходов от скорости движения цилиндров U .

В приложении 1 приведена схема виртуального прибора LabView для управления магнитными полями в экспериментальной установке, состоящей из двух пар катушек Гельмгольца, создающих однородное поле, вектор которого лежит в вертикальной плоскости. Виртуальный прибор позволяет задавать различные зависимости величины и направления приложенного поля от времени.

В приложении 2 приведен текст программы на языке C++ для расчета равновесной формы поверхности магнитной жидкости, содержащей цилиндр из хорошо намагничивающегося материала, в однородном приложенном поле. Расчет производится методом Рунге-Кутты второго порядка. Для выполнения граничных условий используется метод пристрелки.

В приложении 3 приведен текст программы на языке C++ для расчета равновесной формы поверхности магнитной жидкости, содержащей сферу из хорошо намагничивающегося материала, в однородном вертикальном приложенном поле. Расчет производится методом Рунге-Кутты второго порядка. Для выполнения граничных условий используется метод пристрелки.

В заключении диссертации подведены итоги работы и сформулированы основные результаты и выводы.

ОСНОВНЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ И ВЫВОДЫ ДИССЕРТАЦИИ

1. Создана экспериментальная установка по исследованию деформации формы магнитной жидкости, содержащей намагничивающийся цилиндр, в однородных магнитных полях различного направления. Экспериментально обнаружено, что в некоторых диапазонах полей существует множество устойчивых равновесных форм фиксированного объема магнитной жидкости (один, два или три объема). Экспериментально наблюдались скачкообразные изменения и гистерезис формы магнитной жидкости в циклически возрастающем и убывающем магнитном поле, связанные с существованием множества равновесных форм жидкости. Обнаружена зависимость количества скачкообразных изменений формы жидкости от скорости и характера изменения приложенного магнитного поля. Показана возможность создания течения окружающей среды с помощью деформации формы поверхности магнитной жидкости в переменных однородных приложенных магнитных полях.

2. Созданы программы численного расчета равновесной формы поверхности магнитной жидкости, содержащей тело (цилиндр или шар) из намагничивающегося материала, в однородном приложенном магнитном поле. В случае постоянного объема магнитной жидкости численно получены различные формы, состоящего из одного, двух или трех объемов. Разработана методика расчета диапазонов значений магнитных полей, при которых существуют разные типы решений. Показано хорошее совпадение экспериментальных и теоретических результатов. В случае переменного объема магнитной жидкости получены только односвязные решения, определяемые однозначно.

3. Теоретически исследовано влияние пленки на форму поверхности магнитной жидкости для случаев постоянного и переменного объема магнитной жидкости. В случае переменного объема получены только односвязные решения, как при наличии пленки, так и без нее. При

этом не возникают скачкообразные и гистерезисные явления, связанные с неоднозначностью решения.

4. Аналитически решены динамические задачи о течении тонкого слоя вязкой несжимаемой магнитной жидкости на горизонтальной подложке и о течении двух слоев вязких несжимаемых жидкостей, имеющих разные магнитные свойства, между горизонтальными плоскостями в бегущем периодическом магнитном поле. Получены формулы для формы поверхности, скоростей, давлений и средних расходов жидкостей. Обнаружена немонотонная зависимость (с одним максимумом) средних расходов от частоты и волнового числа приложенного магнитного поля, а также от толщины слоя магнитной жидкости. Определены оптимальные параметры задачи. Полученные зависимости могут использоваться для описания, конструирования и оптимизации перистальтических насосов на основе магнитной жидкости.

Основные результаты изложены в следующих публикациях:

Список литературы

1. K. Zimmermann, V.A. Naletova, I. Zeidis, V.A. Turkov, D.A. Pelevina, V. Böhm, J. Popp. Surface of a magnetic fluid containing magnetizable bodies in an applied uniform magnetic field // *Magnetohydrodynamics*. 2008, Vol. 44, N 2, pp. 175-182.
2. V.A. Naletova, V.A. Turkov, D.A. Pelevina, S.A. Kalmykov. Hydrodynamics of a magnetic fluid layer in a traveling magnetic field // *Magnetohydrodynamics*. 2008, Vol. 44, N 2, pp. 149-154.
3. В.А. Налетова, В.А. Турков, Д.А. Пелевина. Статика магнитной жидкости, содержащей концентраторы магнитного поля // *Известия РАН, Механика жидкости и газа*. 2009, № 6, с. 3-10.
4. 1. V.A. Naletova, V.A. Turkov, D.A. Pelevina, A.V. Rozin, K. Zimmermann, J. Popp, I. Zeidis. Behavior of a free surface of a magnetic fluid containing a magnetizable cylinder // *Journal of Magnetism and Magnetic Materials*. 2012, Vol. 324, pp. 1253-1257.
5. В.А. Налетова, В.А. Турков, Д.А. Пелевина, С.А. Калмыков. Двухслойное течение намагничивающихся жидкостей // *Известия РАН, Механика жидкости и газа*. 2013, No. 5, стр. 3- 13.

6. D.A. Pelevina, V.A. Naletova, V.A. Turkov. The behavior of the magnetic fluid covered by impermeable film in nonuniform magnetic field // *Magnetohydrodynamics*. 2013, Vol. 49, N 3-4, pp. 536-540.
7. J. Popp, I. Zeidis, K. Zimmermann, V. Boehm, V. A. Naletova, V. A. Turkov, D. A. Pelevina and A. V. Rozin. Enhanced deformation of magnetizable fluids for efficiency increase of ferrofluid based locomotion systems // *Magnetohydrodynamics*. 2013, Vol. 49, N 3-4, pp. 468-472.
8. V. Bashtovoi, A. Motsar, V. Naletova, A. Reks, D. Pelevina. Free surface of a magnetic fluid with a spherical ferromagnetic body in a uniform magnetic field // *Magnetohydrodynamics*. 2013, Vol. 49, N 3-4, pp. 592-595.
9. Naletova V.A., Zimmermann K., Zeidis I., Turkov V.A., Pelevina D.A., Friedrich T. and Richter R. Deformation of a magnetic fluid surface due to ferromagnetic bodies in an applied uniform magnetic field. In: *Proceedings of the 7th International PAMIR conference on fundamental and applied Magnetohydrodynamics*, Giens. 2008, Vol. 2, pp. 747-751.
10. D.A. Pelevina. Locomotion systems on the base of a magnetic fluid. In: *Conference Volume of Humboldt Colloquium "The Role of Fundamental Sciences in Society"*, Moscow. 2012, pp. 154-155.
11. В.А. Налетова, В.А Турков, Д.А. Пелевина. Форма магнитной жидкости, содержащей цилиндр из ферромагнитного материала, под полимерной пленкой в однородном магнитном поле. В сб.: *Сборник докладов "X международная научная конференция современные проблемы электрофизики и электрогидродинамики жидкостей"*, Санкт-Петербург. 2012, с. 250-252.
12. Пелевина Д.А. Деформация и движение свободной поверхности магнитной жидкости при наличии концентраторов магнитного поля. В сб.: *Труды конференции-конкурса молодых ученых*, Москва. 2009, с 176-181.
13. Пелевина Д.А., Калмыков С.А. Волны на границе раздела двух намагничивающихся жидкостей в бегущем магнитном поле. В сб.: *Труды конференции-конкурса молодых ученых*, Москва. 2011, с. 223-229.
14. Налетова В.А., Пелевина Д.А., Розин А.В., Турков В.А. Движение магнитной жидкости, содержащей концентраторы магнитного поля. В сб.: *Сборник научных трудов II всерос-*

сийской научной конференции “Физико-химические и прикладные проблемы магнитных дисперсных наносистем”, Ставрополь. 2009, с. 350-355.

15. В.А. Налетова, В.А. Турков, Д.А. Пелевина. Статика магнитной жидкости, содержащей цилиндр из намагничивающегося материала в однородном магнитном поле. В сб.: Сборник научных трудов III всероссийской научной конференции “Физико-химические и прикладные проблемы магнитных дисперсных наносистем”, Ставрополь. 2011, с. 69-73.
16. Налетова В.А, Пелевина Д.А, Турков В.А. Конечные объемы магнитной жидкости во вращающихся магнитных полях. В сб.: Сборник научных трудов IV Всероссийской Научной Конференции “Физико-химические и прикладные проблемы магнитных дисперсных наносистем”, Ставрополь. 2013, с. 168-173.
17. В.А. Налетова, В.А. Турков, Д.А. Пелевина, С.А. Калмыков. Деформация поверхности магнитной жидкости, содержащей намагничивающееся тело, в однородном магнитном поле. В сб.: Тезисы докладов XIV школы - семинара “Современные проблемы аэрогидродинамики”, 6 - 16 сентября, Сочи. 2006, с. 71.
18. В.А. Налетова, В.Е. Бачурин, В.А. Турков, Д.А. Пелевина. Деформация свободной поверхности слоя магнитной жидкости в бегущем магнитном поле. Тезисы докладов XIV школы - семинара: Современные проблемы аэрогидродинамики, Сочи. 2006, стр. 70.
19. З. В.А. Налетова, В.А. Турков, Д.А. Пелевина. Поверхность магнитной жидкости, содержащей магнитные концентраторы, в однородном магнитном поле. В сб.: Тезисы докладов научной конференции “Ломоносовские чтения”. 2007, с. 124-125.
20. K. Zimmermann, V.A. Naletova, I. Zeidis, V.A. Turkov, D.A. Pelevina. Surface of a magnetic fluid containing magnetizable bodies in an applied uniform magnetic field. In: Abstract Book of 11th International Conference on Magnetic Fluids (ICMF11), Kosice. 2007, p. 6P15.
21. V.A. Naletova, V.A. Turkov, D.A. Pelevina, S.A. Kalmykov. Hydrodynamics of a magnetic fluid layer in a traveling magnetic field. In: Abstract Book of 11th International Conference on Magnetic Fluids (ICMF11), Kosice. 2007, p. 6P16.
22. С.А. Калмыков, В.А. Налетова, Д.А. Пелевина, В.А. Турков. Расходное течение слоя тяжелой магнитной жидкости в бегущем магнитном поле. Тезисы докладов XV школы - семинара: “Современные проблемы аэрогидродинамики”, Сочи. 2007, с. 56-57.

23. В.А. Налетова, Д.А. Пелевина, В.А. Турков. Численный расчет формы поверхности магнитной жидкости, содержащей концентраторы магнитного поля. В сб.: Тезисы докладов научной конференции “Ломоносовские чтения”. 2008, с. 135-136.
24. В.А. Налетова, А.В. Розин, Д.А. Пелевина. Статика и динамика магнитной жидкости, содержащей концентратор магнитного поля. В сб.: Тезисы докладов первой всероссийской конференции “Проблемы механики и акустики сред с микро- и наноструктурой”, Нижний Новгород. 2009, с. 202-208.
25. Пелевина Д.А. Несимметричные формы поверхности магнитной жидкости в симметричном магнитном поле. В сб.: Материалы докладов XVI Международной конференции студентов, аспирантов и молодых ученых “Ломоносов”, Москва. 2009, с. 95.
26. Налетова В.А., Пелевина Д.А., Розин А.В., Турков В.А. Изменение формы поверхности магнитной жидкости под действием магнитного поля при наличии погруженных в нее концентраторов магнитного поля. В сб.: Тезисы докладов научной конференции “Ломоносовские чтения”. 2010, с. 143-144.
27. V.A. Naletova, V.A. Turkov, A.V. Rozin, D.A. Pelevina. Dynamics of the free surface of the magnetic fluid containing cylindrical ferromagnetic body. In: Abstract Book of 12th International Conference on Magnetic Fluids (ICMF12), Sendai. 2010, pp. 162-163.
28. В.А. Налетова, В.А. Турков, Д.А. Пелевина. Экспериментальное и теоретическое исследование объема магнитной жидкости вокруг твердого намагничивающегося тела в однородном магнитном поле. В сб.: Тезисы докладов “Российская конференция по Магнитной Гидродинамике”, Пермь. 2012, с. 73.
29. Пелевина Д.А. Создание направленного движения на основе магнитной жидкости в неоднородных магнитных полях. В сб.: Материалы докладов Международной конференции студентов, аспирантов и молодых ученых “Ломоносов-2012”, Москва. 2012. http://lomonosov-msu.ru/archive/Lomonosov_2012/1796/5120/_957a.pdf
30. V.A. Naletova, V.A. Turkov, D.A. Pelevina, A.V. Rozin, V. Bohm, J. Popp, I. Zeidis, K. Zimmermann. Enhanced deformation of magnetizable fluids for efficiency increase of ferrofluid based locomotion systems. In: Abstract Book of 13th International Conference on Magnetic Fluids (ICMF13), New Dehli. 2013, pp. 386-388.

31. V.A. Naletova, V.A. Turkov, D.A. Pelevina. The behavior of the magnetic fluid covered by impermeable film in nonuniform magnetic field. In: Abstract Book of 13th International Conference on Magnetic Fluids (ICMF13), New Dehli. 2013, pp. 453-455.