

ОТЗЫВ

научного руководителя
на диссертацию А.А.Голдаевой
"Тяжелые хвосты, экстремумы и кластеры
линейных стохастических рекуррентных последовательностей"
на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук
по специальности 01.01.05 –
теория вероятностей и математическая статистика

Диссертация состоит из введения и четырех глав. Введение содержит обзор литературы и основные результаты, полученные диссертантом.

Тематика диссертации относится к теории случайных процессов, а из нее, по большей части, к теории экстремумов случайных последовательностей.

Тяжелые хвосты и кластеры превышений высокого уровня наблюдаются на практике во многих приложениях (экономика, техника, природа) и являются популярным объектом теоретических и прикладных исследований современной мировой науки. Одна из математических моделей, в которой возникают такие феномены, - это линейные стохастические рекуррентные последовательности, т.е. процессы авторегрессии первого порядка со случайными коэффициентами. В изучении их свойств диссертант опирается на фундаментальную в этой области работу де Хаана и др. (1989), а также ряд современных работ. Важно подчеркнуть, что рассматриваются последовательности с неотрицательными коэффициентами, причем случайные параметры авторегрессии (множители) могут принимать значения как меньшие, так и большие единицы. Тогда именно распределение множителей определяет поведение последовательности.

В главе 1 выведены свойства сравнения, устанавливающие связь между соотношениями хвостовых и экстремальных индексов последовательностей и соотношениями распределений их множителей. Введен новый интересный класс распределений случайных величин - броуновские смеси (подкласс гауссовских смесей), возникающие при остановке броуновского движения со сносом в случайный момент времени, а также геометрические броуновские смеси (распределения экспонент этих случайных величин). Изучены некоторые их свойства, разобраны примеры. Показано, что линейная стохастическая рекуррентная последовательность, у которой распределение множителей является геометрической броуновской смесью, с точки зрения своих изучаемых характеристик (хвостовой и экстремальной индексы, распределение размеров кластеров превышений высокого уровня) эквивалентна последовательности наблюдений процесса, заданного одним стохастическим дифференциальным уравнением, через случайные промежутки времени.

В главе 2 получены границы для экстремального индекса в случае броуновских смесей (как распределений логарифмов множителей). А именно, построены две равномерные верхние границы, зависящие только от комбинации некоторых параметров, а также верхние и нижние границы, явно

зависящие от распределения. Результаты разобраны на примерах нормального и асимметричного лапласовского распределений.

В главе 3 доказана теорема о непрерывности изучаемых характеристик от распределений множителей относительно сходимости их преобразований Меллина-Стилтьеса на отрезке. Получены также явные выражения всех характеристик для трюичного и обобщенного лапласовского распределений. Точнее говоря, для трюичного распределения получен предел по сколь угодно близким к нему нерешетчатым распределениям (само оно, как решетчатое, не удовлетворяет основной теореме де Хаана и др.). Поскольку ни трюичное, ни обобщенное лапласовское (в общем случае) распределения не являются броуновскими смесями, интересно проверить, выполняются ли для них полученные ранее границы. Оказывается, что иногда они нарушаются, а иногда нет.

В главе 4 рассмотрено многомерное векторно-матричное обобщение линейных стохастических рекуррентных последовательностей. При этом хвостовой и экстремальный индексы представляют собой уже не числа, а функции набора положительных аргументов. Доказаны теоремы для случаев, когда компоненты векторной последовательности имеют разные хвостовые индексы и среди них есть один наименьший, и когда они имеют одинаковый индекс и независимы. Полученные результаты применяются к многомерным линейным стохастическим рекуррентным последовательностям, в том числе к наблюдениям процессов с непрерывным временем.

Основные результаты диссертации опубликованы, автореферат правильно отражает ее содержание, диссертация прошла апробацию на научных семинарах и конференциях.

Диссертация "Тяжелые хвосты, экстремумы и кластеры линейных стохастических рекуррентных последовательностей" удовлетворяет всем требованиям, предъявляемым к кандидатским диссертациям, а ее автор А.А.Голдаева заслуживает присуждения ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 01.01.05 – теория вероятностей и математическая статистика.

Доцент кафедры теории вероятностей
механико-математического факультета МГУ

 А.В.Лебедев
01.11.2014

Подпись А.В.Лебедева заверяю.

И.о. декана механико-математического факультета МГУ
профессор



В.Н.Чубариков