ОТЗЫВ ОФИЦИАЛЬНОГО ОППОНЕНТА

на диссертацию **Голдаевой Анны Алексеевны**

«Тяжелые хвосты, экстремумы и кластеры линейных стохастических рекуррентных последовательностей», представленной на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 01.01.05 - Теория вероятностей и математическая статистика.

Диссертация посвящена исследованию экстремальных свойств стохастических разностных уравнений. Подробно изучаются хвостовые и экстремальные индексы. Важность данной тематики определяется многочисленными приложениями, как в самой теории случайных процессов, так и в прикладных ее направлениях, таких как стохастическая финансовая математика и актуарная математика (см., например, Embrechts, Klüppelberg and Mikosh (2003)). Таким образом, тематика диссертации представляется, несомненно, актуальной.

Диссертация состоит из введения, четырех глав и списка литературы из 54 наименований.

Во введении автор подробно и профессионально описывает состояние проблематики и основные результаты в области экстремальных задач для случайных процессов. Также дается описание основных результатов диссертации.

В первой главе подробно изучаются свойства экстремальных индексов. Представлены способы их сравнения и приведены содержательные примеры иллюстрирующие поведение экстремальных индексов в разных ситуациях. Также подробно обсуждаются распределения, задаваемые броуновскими смесями. Далее, рассматривается непрерывный вариант разностного линейного уравнения, представленный в виде линейного стохастического дифференциального уравнения (1.9). В диссертации находится специальная дискретная замена времени, которая приводит к разностному уравнению (1.1). Это очень полезный и интересный результат, позволяющий применять технику стохастических дифференциальных уравнений к изучению дискретных моделей.

Во второй главе изучаются экстремальные индексы для броуновских смесей. Плодотворно используя результаты первой главы, автор исследует свойства экстремального индекса методами стохастических дифференциальных уравнений. В теореме 2.1.1 устанавливается равномерная верхняя граница для экстремального индекса. Далее в теореме 2.2.1 устанавливается однородность экстремальных индексов, это тоже на самом деле несколько неожиданный и интересный результат. Затем исследуются условия, при которых можно уточнить границы для экстремальных индексов. Достаточно подробно изучен случай логнормального распределения.

Третья глава посвящена свойствам непрерывности экстремальных показателей относительно распределений коэффициентов в исходной модели. В теореме 3.1.1 найдены конструктивные достаточные условия обеспечивающие сходимость соответствующих экстремальных характеристик. Этот результат имеет важное практическое значение с точки зрения вычислений экстремальных характеристик, в ситуации, когда невозможно получить явные формулы экстремальных характеристик для самой модели, но можно их вычислить для предельной в некотором смысле модели. Тогда можно аппроксимировать исходные экстремальные показатели экстремальными показателями предельного распределения. В качестве таких предельных моделей в диссертации рассматривается троичное распределение и обобщенное лапласовское распределение. Для троичного распределения вычисляются в явном виде хвостовой индекс, экстремальные индексы всех порядков и кластерные распределения. Для обобщенного лапласовского распределения найдены хвостовой индекс и экстремальный индекс первого порядка.

В четвертой главе изучаются экстремальные индексы для многомерных последовательностей случайных величин. При этом в качестве объекта исследований выбирается линейная комбинация последовательности. Сначала изучается ситуация, когда компоненты имеют различные хвостовые индексы. В диссертации установлено, что в этом случае хвостовой индекс и экстремальный индекс первого порядка для линейной комбинации совпадают с соответствующими экстремальными показателями компоненты с минимальным хвостовым индексом. Я считаю, что это красивый, хотя интуитивно понятный результат. Далее, рассматривается случай многомерных последовательностей с независимыми компонентами, имеющими одинаковые хвостовые индексы. В этом случае также найдено явное выражение для экстремального индекса многомерной последовательности. Далее, этот результат применяется к многомерному стохастическому разностному уравнению в случае, когда матрица коэффициентов приводится к диагональной форме с помощью переходной матрицы с неотрицательными элементами. Приводится пример для такого уравнения. Затем изучается многомерное стохастическое дифференциальное уравнение. Находятся условия, при которых вычисляется в явной форме экстремальный индекс первого порядка для линейной комбинации процесса.

Таким образом, в рассматриваемой диссертации решен ряд давно назревших экстремальных задач для стохастических разностных уравнений и внесен существенный вклад в теорию. Основные результаты диссертации иллюстрируются содержательными примерами. Следует отметить хорошее знание автором диссертации исследуемой проблематики, умелое владение современным математическим аппаратом, обстоятельное и продуманное изложение. Все результаты строго доказаны и своевременно опубликованы в девяти статьях. Автореферат правильно и полно отражает содержание работы.

В ходе чтения диссертации у меня возникли следующие замечания.

- На странице 9 символ $A \otimes B$ обозначает не матричное произведение, а это блочная матрица, которая получается заменой каждого элемента матрицы A матрицей B, умноженной на соответствующий элемент.
- На странице 16 после теоремы А, как мне кажется, нужно бы объяснить, что такое экстремальные кластеры, а также хотелось бы, чтобы было определение экстремальных (кластерных) индексов высших порядков θ_k для $k \geq 2$.
- В третьей главе в пункте 3.1 вводится сходимость $\to^*$. Не является ли это просто сходимостью в L_K? А если нет, то хотелось бы сравнить эти две сходимости.
- В доказательстве леммы 3.1.1 нужно более подробно объяснить, почему уравнение $\psi(s)=1$ имеет единственное положительное решение. В случае, когда $A \equiv 1$ получается $\psi \equiv 1$.

На самом деле эти замечания не уменьшают значения полученных результатов, а относятся лишь к форме изложения материала.

Исходя из вышеизложенного, считаю, что диссертация Голдаевой Анны Алексеевны «Тяжелые хвосты, экстремумы и кластеры линейных стохастических рекуррентных последовательностей» полностью удовлетворяет всем требованиям ВАК РФ, предъявляемым к кандидатским диссертациям, а ее автор, Голдаева Анна Алексеевна, заслуживает присуждения ей ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 01.01.05 - Теория вероятностей и математическая статистика.

Доктор физ.-мат. наук,
Профессор каф. математического анализа
Томского государственного университета С.М. Пергаменщиков

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИИ
ПОДПИСЬ УДОСТОВЕРЯЮ

07.03.2014