

ОТЗЫВ ОФИЦИАЛЬНОГО ОППОНЕНТА

на диссертацию ГАЛАЕВА Антона Сергеевича «Группы голономии лоренцевых многообразий и супермногообразий», представленную на соискание ученой степени доктора физико-математических наук по специальности 01.01.04 – геометрия и топология.

Теория групп голономии, введенных в рассмотрение Эли Картаном, занимает важное место в современных дифференциально-геометрических исследованиях. Напомним, что в 1965 г. Хано и Одзеки доказали, что всякая связная линейная группа Ли может быть реализована как группа голономии пространства аффинной связности, что показывает невозможность классификации групп голономии произвольных пространств аффинной связности. С другой стороны, такая классификация оказывается возможной для (связных) групп голономии римановых и, по-видимому, псевдоримановых пространств. Именно, Берже в 1955 г. опубликовал (позднее уточненный) список связных неприводимых подгрупп Ли $G \subset SO(n, \mathbb{R})$ являющихся возможными претендентами на их реализацию в качестве групп голономии римановых пространств. Это оказались либо группы изотропии римановых симметрических пространств, для которых, как известно, представление голономии совпадает с представлением изотропии и полная классификация которых хорошо известна, либо группа из специального списка, содержащего 6 групп, называемых специальными группами. Наконец, Брайнтон в 1987 году были получены конструкции римановых многообразий, группы голономии которых исчерпывают список специальных групп, что (с учетом теоремы Бореля-Лихнеровича) и завершило классификацию групп голономии римановых пространств. Случай псевдоримановых многообразий оказался значительно более сложным, что связано с невыполнимостью этой теоремы в общем случае. Тем не менее, Ву в 1967 году установил, что ограниченная группа голономии всякого псевдориманова многообразия представима в виде прямого произведения слабо неприводимых групп Ли, алгебры Ли которых удовлетворяют условию Берже. Более того, Берже установил, что единственной связной неприводимой группой голономии лоренцевых многообразий является группа Ли $SO^0(1, n+1; \mathbb{R})$. Таким образом, классификация (ограниченных) групп голономии (или, что равносильно, классификация алгебр голономии) лоренцевых многообразий сводится к классификации слабо неприводимых подалгебр Ли $\mathfrak{g} \subset \mathfrak{so}(1, n+1; \mathbb{R})$, удовлетворяющих условию Берже, и нахождению для каждой такой подалгебры многообразия Лоренца, алгебра голономии которого

изоморфна алгебре Ли \mathfrak{g} .

Из сказанного вытекает, что тема диссертации Галаева А.С., в которой эта программа реализуется, является чрезвычайно актуальной.

Диссертация состоит из введения, трех глав, разделенных на 13 параграфов, списка цитированной литературы, содержащего 186 наименований работ отечественных и зарубежных геометров, и изложена на 245 страницах машинописного текста.

Во Введении приведен обзор современного состояния теории групп голономии, а также перечисляются основные результаты, полученные в диссертации.

В первой главе диссертации намечается решение проблемы классификации алгебр голономии и тензоров кривизны лоренцевых многообразий. Подробно изучаются тензор кривизны многообразий Уолкера и пространства слабых тензоров кривизны. Получена классификация слабо неприводимых алгебр Берже, содержащихся в $\mathfrak{sim}(n)$. Показано, что все эти алгебры могут быть реализованы как алгебры голономии лоренцевых многообразий, чем и завершается классификация алгебр голономии лоренцевых многообразий.

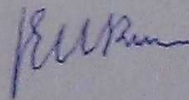
Во второй главе диссертации рассматриваются приложения разработанного аппарата к многообразиям Эйнштейна, к псевдоримановым многообразиям с рекуррентными спинорными полями, и к конформно-плоским лоренцевым многообразиям. Типичным представителем этого раздела является **Теорема 2.2.6.** Пусть (M, g) – односвязное спинорное псевдокэлерово многообразие, не являющееся риччи-плоским, с неприводимой алгеброй голономии. Тогда его спинорное расслоение допускает в точности два параллельных одномерных комплексных подрасслоения.

В третьей главе диссертации автор развивает теорию групп голономии на супермногообразиях. Определены группы голономии связностей на локально свободных пучках над супермногообразиями. Показано, что эти группы обладают большинством свойств групп голономии обычных многообразий. Кроме того, получена классификация одного класса неприводимых групп голономии римановых супермногообразий.

Переходя к оценке диссертационного исследования, отметим, что результаты, полученные в диссертации, существенно обогащают такой актуальный раздел римановой геометрии, как теория групп и алгебр голономии. Эти результаты могут найти приложения в теоретической физике, а именно,

в общей теории относительности, теории геометрического квантования, теории супергравитации. Кроме того, материалы диссертации могут быть использованы при проведении научных исследований и чтении спецкурсов для студентов математических и физических специальностей в МГУ им. М.В. Ломоносова, в Казанском федеральном университете, в МПГУ и других университетах страны. Все результаты, полученные в диссертации, являются новыми и строго доказанными, прошли серьезнейшую апробацию как у нас в стране, так и за рубежом. По теме диссертации опубликовано свыше 20 работ в различных, главным образом рекомендуемых ВАКом изданиях, в том числе в Матем. Сборнике, журнале Differential Geometry and its applications. В этих публикациях отражены основные результаты, полученные в диссертации. Автореферат полно и правильно отражает содержание диссертации. Таким образом, диссертация Галаева А.С. «Группы голономии лоренцевых многообразий и супермногообразий» удовлетворяет требованиям, предъявляемым ВАК РФ п. 9 «Положения о присуждении ученых степеней» ВАК Минобрнауки России, а ее автор, Галаев А.С., заслуживает присуждения ему ученой степени доктора физико-математических наук по специальности 01.01.04 – геометрия и топология.

Официальный оппонент,
доктор физико-математических наук,
профессор



(В.Ф. КИРИЧЕНКО)

