

ЦЕНТРАЛЬНЫЙ ИНСТИТУТ АВИАЦИОННОГО МОТОРОСТРОЕНИЯ
имени П. И. Баранова

На правах рукописи

КРАЙКО АЛЛА АЛЕКСАНДРОВНА

ПРОФИЛИРОВАНИЕ СОПЕЛ И ПЕРЕХОДНЫХ КАНАЛОВ
РЕАКТИВНЫХ ДВИГАТЕЛЕЙ

01.02.05 – Механика жидкости, газа и плазмы

Диссертация на соискание учёной степени кандидата
физико-математических наук

Научный руководитель:

доктор технических наук, профессор
Крашенинников Сергей Юрьевич

Москва – 2013 г.

СОДЕРЖАНИЕ

| | |
|--|----|
| СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ СОКРАЩЕНИЙ | 4 |
| ВВЕДЕНИЕ | 5 |
| ГЛАВА 1. Прямые методы профилирования осесимметричной сверхзвуковой части сопла Лаваля максимальной тяги..... | 51 |
| Введение..... | 51 |
| 1.1. Постановка задачи..... | 53 |
| 1.2. Метод исчерпывающего градиентного спуска с аппроксимацией искомой формы образующей сопла кривыми Бернштейна-Безье | 54 |
| 1.3. Метод локальной линеаризации | 60 |
| 1.4. Результаты оптимизации | 67 |
| 1.4.1. Случай профилирования осесимметричной сверхзвуковой части сопла заданной длины | 67 |
| 1.4.2. Случай профилирования сверхзвуковой части сопла с заданной площадью боковой поверхности | 71 |
| 1.4.3. Случай профилирования сверхзвуковой части сопла с учётом влияния вязкости в процессе оптимизации | 73 |
| Заключение к главе 1 | 75 |
| ГЛАВА 2. Обобщение методики оптимизации с использованием аппроксимации полиномами Бернштейна на пространственный случай на примере профилирования сверхзвуковой части сопла в плотной многосопловой компоновке | 76 |
| Введение..... | 76 |
| 2.1. Постановка задачи профилирования сверхзвуковой части сопла в плотной многосопловой компоновке, обеспечивающей максимальную тягу | 78 |
| 2.2. Результаты оптимизации | 81 |
| 2.2.1. Результаты оптимизации сверхзвуковой части псевдопространственного сопла | 85 |
| 2.2.2. Результаты оптимизации сверхзвуковой части сопла с варьируемой формой критического сечения | 86 |
| 2.2.3. Сравнение полученных результатов с результатами других авторов | 87 |
| Заключение к главе 2 | 88 |
| ГЛАВА 3. Аprobация методики оптимизации на задачах профилирования существенно пространственных сопел, содержащих участки дозвукового течения..... | 90 |
| Введение..... | 90 |
| 3.1. Аппроксимация формы объекта неоднородными поверхностями Бернштейна-Безье | 91 |
| 3.2 Профилирование околосзвукового пространственного сопла двигателя с малой инфракрасной заметностью | 92 |
| 3.2.1. Постановка задачи | 92 |
| 3.2.2. Результаты оптимизации | 97 |

| | |
|--|-----|
| 3.3. Профилирование пространственного сопла высокоскоростного ПВРД | 100 |
| 3.3.1. Постановка задачи | 100 |
| 3.3.2. Результаты оптимизации | 104 |
| 3.4. Профилирование пространственного сопла высокоскоростного ПВРД с учётом аэродинамических характеристик летательного аппарата | 108 |
| 3.4.1. Постановка задачи | 108 |
| 3.4.2. Результаты оптимизации | 112 |
| Заключение к главе 3 | 115 |
| ГЛАВА 4. Профилирование переходных каналов газоздушного тракта перспективных ТРДД | 118 |
| Введение | 118 |
| 4.1. Профилирование осесимметричных кольцевых каналов перспективного ТРДД | 119 |
| 4.1.1. Постановка задачи | 119 |
| 4.1.2. Аппроксимация геометрии переходного канала | 120 |
| 4.1.3. Расчёт потерь в переходном канале | 122 |
| 4.1.4. Результаты оптимизации | 125 |
| 4.2. Профилирование проточной части пространственных переходных каналов ТРДД сложного термодинамического цикла | 134 |
| 4.2.1. Постановка задачи | 134 |
| 4.2.2. Аппроксимация геометрии переходного канала | 136 |
| 4.2.3. Метод исследования пространства параметров | 138 |
| 4.2.4. Результаты оптимизации | 142 |
| Заключение к главе 4 | 146 |
| Литература | 147 |

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ СОКРАЩЕНИЙ

ИК – инфракрасный

КББ – кривая Бернштейна-Безье

КС – камера сгорания

ЛА – летательный аппарат

МИГС – метод исчерпывающего градиентного спуска

МКК – метод контрольного контура

МЛЛ – метод локальной линеаризации

НПББ – поверхность Бернштейна-Безье

ОММЛ – общий метод множителей Лагранжа

ПББ – поверхность Бернштейна-Безье

ПВРД – прямоточный воздушно-реактивный двигатель

РД – ракетный двигатель

СДО – сопряжённые дуги окружностей

ТРДД – турбореактивный двухконтурный двигатель

УМ – упрощённый метод

ЦИАМ – Центральный институт авиационного моторостроения

ВВЕДЕНИЕ

Оптимизация элементов летательных аппаратов (ЛА) и их двигателей была, есть и ещё долгое время будет оставаться такой же актуальной, как и в самом начале развития авиационной и ракетной техники. Возрастающий с каждым годом уровень требований к характеристикам летательных аппаратов – с одной стороны, и стремительное развитие вычислительных технологий – с другой, приводят к тому, что классы оптимизируемых объектов существенно расширяются, а задачи оптимизации приходится решать всё в более и более сложных постановках. В первую очередь это относится, пожалуй, к самому сложному механическому устройству – двигателю летательного аппарата, ведь на создание нового поколения двигателя отводится в 1.5-2 раза больше времени, чем на создание самого летательного аппарата [1]. Если раньше развитие двигателей носило революционный характер, и улучшение характеристик было, во многом, связано с переходом к принципиально новым типам двигателей, то сегодня основные тенденции эволюции связаны с достижением максимального уровня совершенства каждого узла и их интеграции. Дальнейшее усовершенствование ассоциируют с возможностью внедрения новых конструкционных материалов, новых технологий изготовления, а также результатов математического моделирования высокого уровня на стадии разработки.

На протяжении всего времени при создании двигателей роль научных исследований была определяющей. Все самые передовые научные подходы и результаты активно использовались в двигателестроительной отрасли, а иногда и зарождались в ответ её насущным потребностям.

Начиная с 1950-х гг. активно развивались вариационные методы построения оптимальных аэродинамических форм. Эти подходы использовали уравнения плоского и осесимметричного сверхзвукового течения идеального (невязкого и нетеплопроводного) газа – уравнения Эйлера. Надо иметь в виду, что в газовой динамике зависимость оптимизируемого функционала от

управлений определяется из решения весьма сложной краевой задачи для смешанной системы квазилинейных уравнений в частных производных. И в отличие от объектов, описываемых уравнениями эллиптического или параболического типов, как, например, в задачах теплопроводности, в газовой динамике решение часто содержит различные особенности (ударные волны, тангенциальные разрывы и т. д.), что делает математический аппарат получения условий оптимальности гораздо более сложным.

Наибольшее продвижение было достигнуто в решении задач построения сверхзвуковой части сопел Лавалья, реализующих максимум тяги, и кормовых частей минимального волнового сопротивления. Решение этих задач потребовало развития математического аппарата, представляющего общий интерес для теории оптимального управления систем с распределёнными параметрами. Это – метод характеристического контрольного контура – МКК, впервые применённый А. А. Никольским в 1950 г. [2] для построения контуров носовой и кормовой частей тел вращения с протоком, обладающих минимальным волновым сопротивлением. В дальнейшем этот приём был использован К. Г. Гудерлеем и Е. Хантшем, Ю. Д. Шмыглевским, Г. В. Р. Рао, Л. Е. Стерниным, В. М. Борисовым, А. Н. Крайко, А. В. Шипилиным и др. при решении задач о построении тел минимального сопротивления и сопел максимальной тяги [3-11]. Далее, метод неопределенного контрольного контура – МНК (А. Н. Крайко, 1979 г.) как обоснование подхода Г. В. Р. Рао (1958 г.); варьирование в характеристической полоске (Г. Г. Чёрный, 1950 г.) [12]; общая формулировка метода множителей Лагранжа – ОММЛ (К. Г. Гудерлей и Д. В. Армитэйдж в 1962 г. [13, 14], и независимо Т. К. Сиразетдинов в 1963 г. [15]); введение в ОММЛ разрывов множителей на характеристиках (А. Н. Крайко, 1964) и варьирование изломов, обтекаемых с образованием пучков волн разрежения (А. Н. Крайко, 1966). Обзор перечисленных методов, а также задач, решённых с их помощью, содержится в монографии [3].

В ОММЛ введение множителей Лагранжа позволяет избавиться от зависимых вариаций, входящих в выражение для вариации оптимизируемого функционала, и таким образом получить условие оптимальности, которое формулируется в виде краевой задачи в частных производных для множителей Лагранжа. В тех случаях, когда оптимизируемый функционал и изопериметрические условия задачи удаётся «снести» на контрольный контур, решение упрощается, так как условия оптимальности формулируются уже в виде конечных и дифференциальных соотношений и размерность задачи уменьшается на единицу. Однако, решение краевой задачи для множителей Лагранжа весьма трудоёмкий процесс, а снести задачу на контрольный контур удаётся далеко не во всех случаях. Эти обстоятельства существенно сужают круг задач, которые можно решить с помощью вариационных методов.

Вариационные принципы использовались в ряде работ, посвященных оптимизации сопел прямого воздушного двигателя (ПВРД) [16, 17], совместно с камерой сгорания [18], в том числе с учётом аэродинамики ЛА [19–23]. Работы [18, 22, 23], кроме прочего, интересны тем, что в них развиты быстрые, эффективные алгоритмы междисциплинарной оптимизации силовой установки гиперзвукового ПВРД. Несмотря на то, что эти подходы используют плоскую постановку и одномерную математическую модель камеры сгорания, они представляют интерес не только с методической точки зрения, но и чрезвычайно полезны для оценки геометрических параметров реальных ПВРД.

Помимо двумерных постановок имели место попытки приложения вариационных методов к профилированию пространственных конфигураций в рамках уравнений Эйлера, а именно – сопел. Исследования В. М. Борисова и И. Е. Михайлова [24–26] посвящены поиску гладких экстремальных поверхностей, соединяющих две заданные кромки (критическое сечение и срез сопла), для безвихревого случая. В работе Крайко А. Н., Полянского А. Р. и Тилляевой Н. И. [27] решена вариационная задача профилирования боковых стенок сверхзвуковой части «узкого» пространственного сопла. В работах

[28–30] рассмотрены подходы к получению необходимых условий, определяющих форму оптимального пространственного сопла. Однако в [3] доказано, что ни с помощью метода контрольной поверхности, ни с помощью ОММЛ, за исключением нескольких частных случаев, не удаётся получить необходимые условия оптимальности. Таким образом, выводы, сделанные в [30], оказались неверными.

Итак, непосредственное применение вариационных методов к задаче оптимизации в общей постановке либо крайне затруднительно, либо вообще невозможно. Так, например, необходимым условием применимости МКК является отсутствие у искомых оптимальных образующих внутренних изломов. А именно такие изломы, как правило, являются обязательной принадлежностью тел, обтекаемых с образованием присоединённой ударной волны.

Для преодоления указанных трудностей в случае сверхзвуковых течений были развиты приближённые методы, основанные на применении линейной теории или локальных законов сопротивления (в частности, закон сопротивления Ньютона). В этих моделях давление в любой точке поверхности тела есть функция угла между нормалью к поверхности в данной точке и вектором скорости набегающего потока. Оригинальные подходы и полученные с их помощью результаты изложены в книге Крайко А. Н., Пудовикова Д. Е и Якуниной Г. Е. [31]. Использование «локальных» моделей и подходов, развитых в [32], позволило практически с одинаковой степенью трудоёмкости получить решение широкого круга как двумерных, так и пространственных вариационных задач «внешней» сверхзвуковой газовой динамики. В том числе, впервые с начала 1960-х гг., построены пространственные самолётоподобные конфигурации и пространственные головные части с круговым основанием, реализующие минимум полного сопротивления. При этом трудоёмкость предложенных подходов неизмеримо меньше трудоёмкости решения тех же задач в рамках полной системы уравнений Эйлера при практически одинаковой точности получающихся оптимальных решений.

Довольно широкое распространение получили методы оптимизации, основанные на получении желаемых полей течений. Дело в том, что задача профилирования оптимальных аэродинамических форм – это обратная задача газовой динамики. Если прямая задача заключается в определении поля течения для заданных геометрии расчётной области и краевых условий, то обратная задача фактически сводится к определению поля течения с желаемыми свойствами при известных начальных условиях и ограничениях. В классической трактовке «желаемые свойства» поля течения часто интерпретируются как удовлетворение заданному распределению газодинамических параметров на некоторой поверхности. Именно в этом смысле в [32] рассмотрена обратная задача для внутренних течений в общей постановке, в том числе с упрощённым учётом неравновесных физико-химических превращений. Однако предложенный способ решения годится только для течений, не содержащих поверхностей разрывов. Кроме того, подобная формулировка задачи оптимизации уже сама по себе ограничивает область применения предложенного метода, так как в большинстве прикладных задач условия оптимальности невозможно представить в виде заданного аналитического распределения на некоторой поверхности. Оригинальный способ решения обратной задачи при построении суперкритических (безударных) профилей предложен Н. Sobieczky в 1979 г. [33] и адаптирован Крайко А. Н. и Пьянковым К. С. в 2000 г. [34] к методике расчёта поля течения на основе схемы Годунова [35] методом установления. В основу предложенного подхода легла идея использования композитного газа, в котором отсутствуют скачки уплотнения. Под композитным газом имеется в виду идеальный газ, такой, что при статическом давлении $p \geq p_*$, где p_* – критическое давление, его термодинамические параметры, включая скорость звука, совпадают с параметрами нормального газа, а при $p < p_*$ – ненормального, у которого вторая производная от удельного объёма по давлению при постоянной энтропии $\omega_{pp} < 0$. Подбором свойств фиктивного газа удаётся построить форму профиля, отвечающую безударному обтеканию в нормальном газе.

В инженерной практике профилирования сопел довольно широко используются приближённые методы, основанные на большом эмпирическом опыте. Например, одним из способов построения сопел, близких к оптимальным, является, так называемый, упрощённый метод (УМ) [36], в котором рассматривается семейство сопел, построенных путём укорочения сопла, реализующего равномерной поток на выходе. Такое однопараметрическое семейство сопел является экстремальным для плоских течений. Ещё одним, хотя и менее распространённым в современном ракетостроении, инженерным методом является метод сопряжённых дуг окружностей (СДО). В НПО «Энергомаш» были проведены многопараметрические расчёты по сравнению сопел, спрофилированных вариационными методами, УМ и СДО. Было показано, что, как и следовало ожидать, наименьшими потерями тяги из-за рассеяния, при равных длинах и степенях расширения, обладают сопла, построенные с помощью вариационных методов, на втором месте – укороченные сопла, они уступают примерно 0.15–0.2%, а наихудшие характеристики у сопел, построенных методом СДО, они уступают 0.7–0.9%.

Разумеется, при численной оптимизации нет возможности учесть все факторы, влияющие на значения критериев. Например, до недавнего времени учёт вязкости газа при оптимальном профилировании если и учитывался, то лишь приближённо. Так, в [37] была решена задача построения сопла, оптимального по полной тяге с учётом вытесняющего эффекта пограничного слоя, для трения и толщины вытеснения использовались приближённые формулы, аппроксимирующие результаты многочисленных расчётов. И, если для сверхзвуковых осесимметричных сопел умеренной длины учёт вязкости, как было установлено в той же работе, а также показано в Главе 1 настоящей диссертации и в [38], не оказывает существенного влияния на форму сопла, оптимального по тяге, то профилирование, например, переходных каналов и околосвуковых сопел без учёта вязкости просто теряет смысл.

Даже при современном уровне вычислительных возможностей по-прежнему серьёзные затруднения вызывает правильное моделирование неко-

торых видов нестационарностей, пространственных эффектов отрывных течений, которые могут возникать в осесимметричных и плоских каналах, взаимодействия внешнего потока и реактивных струй и т.д. Если и удаётся корректно выполнить подобные расчёты, то они требуют колоссального времени, поэтому учёт всех особенностей течений при оптимизации к настоящему моменту не реализуем.

В этой связи большим подспорьем для вычислителей являются результаты экспериментальных исследований, которые не только помогают при верификации результатов расчётов, но также иногда позволяют вводить поправки в упрощённые модели, делая результаты более адекватными. Эксперимент может указать на некоторые особенности течения, которые нельзя обнаружить численно, если не знать об их существовании, но которые оказывают заметное влияние на оптимальную форму профилируемого объекта. Большой объём экспериментальных исследований в области аэрогазодинамики реактивных сопел был выполнен группой Лаврухина Г. Н. [39]. Результаты по отрывным течениям в диффузорах были получены Ледовской Н. Н. [40]. Позднее, течение в диффузорах исследовалось экспериментально и численно группой Крашенинникова С. Ю., Степанова В. А, Пудовикова Д. Е. и др. [41].

Интересные результаты по оптимизации сопел и головных частей получены в работах Таковицкого С. А. [42, 43]. Эти работы замечательны тем, что в них на основе локального анализа распределения аэродинамической нагрузки было впервые предложено аналитическое решение. Таковицким С. А. рассмотрена задача построения осесимметричных сверхзвуковых сопел, реализующих максимальную реактивную тягу, а также головных частей минимального волнового сопротивления. Показано, что в обоих случаях близкими к оптимальным оказываются образующие, задаваемые степенной зависимостью радиуса от продольной координаты с показателем степени $2/3$.

Современные вычислительные возможности позволяют не только учитывать всё больше факторов при математическом моделировании тех или

иных процессов, но и применять численные оптимизационные алгоритмы, требующие большого объёма вычислений. При этом всё меньшую роль начинает играть время счёта, а всё большее значение, хотя, разумеется, отнюдь не решающее, приобретает универсальность того или иного алгоритма. В связи с этим широкое применение в задачах оптимизации получили прямые методы – итерационные методы, которые требуют лишь возможности вычисления критериев $K_0(\mathbf{x}), K_1(\mathbf{x}), \dots, K_M(\mathbf{x})$ для любого значения вектора варьируемых параметров \mathbf{x} из области его допустимых значений, что и обуславливает их универсальность. Среди прямых методов различают методы: нулевого, первого и второго порядков [44]. При этом только методы нулевого порядка позволяют осуществлять непосредственно многокритериальную оптимизацию, тогда как в методах более высоких порядков для учёта нескольких критериев вводят одну целевую функцию вида $F(K_0(\mathbf{x}), \dots, K_M(\mathbf{x}))$. Порядок метода определяется старшим порядком производных целевой функции, вычисляемых при поиске оптимальных решений. То есть в методах первого порядка для перехода на новую итерацию необходимо вычислить матрицу Якоби целевой функции, второго порядка – ещё и матрицу Гессе. К методам нулевого порядка, не требующим вычислений производных, относятся методы простого и переменного симплекса, методы типа Монте-Карло, генетические алгоритмы и др. Эффективность тех или иных прямых методов, при прочих равных, будет зависеть от специфики решаемой задачи. Под эффективностью здесь понимается получение за разумное время решения (или решений), близкого к оптимальному с достаточной точностью. Методы нулевого порядка наиболее универсальны, так как не чувствительны к локальным оптимумам, (в отличие от методов более высоких порядков), дают возможность многокритериальной оптимизации, очень удобны с точки зрения распараллеливания процесса. Однако все методы нулевого порядка требуют большого объёма расчётов значений критериев, не гарантируя при этом сходимости к глобальному оптимуму. К главным недостаткам методов первого и второго порядков, помимо уже отмеченных, стоит отнести ещё и то, что с ростом

числа варьируемых параметров N , увеличивается и количество расчётов целевой функции, необходимых для выполнения одной итерации. Таким образом, начиная с некоторого N , объём вычислений становится неоправданно большим. Кроме того, методы ненулевого порядка дают большие погрешности для негладких целевых функций. Тем не менее, в задачах с умеренным числом варьируемых параметров, где локальные оптимумы с высокой степенью вероятности отсутствуют, а целевая функция гладкая в окрестности оптимума, эти методы могут оказаться эффективнее остальных.

Разработкой прямых методов для решения задач оптимизации широкого класса аэродинамических форм в разное время занимались многие научные коллективы. Результаты этих исследований приведены в целом ряде работ [38, 45-58]. Методы нулевого порядка, а именно – генетические алгоритмы, сделали реальными многодисциплинарную оптимизацию лопаток рабочего колеса вентилятора [45], многокритериальное профилирование формы крыла [46] и др. Использование методов второго порядка предпочтительно в тех случаях, когда критерием является не интегральная величина, а, например, степень неравномерности потока. Именно такой пример рассмотрен в [47], где методом наименьших квадратов оптимизируются сверхзвуковые части сопел аэродинамической трубы для больших чисел Маха: 6, 10 и 15, с минимальной степенью неравномерности потока на срезе сопла. Рассматривались конические и криволинейные образующие сопел. В последнем случае поверхность сопла аппроксимировалась набором из пяти кубических сплайнов, гладко стыкующихся друг с другом. Оптимизация осуществлялась в рамках параболизированных уравнений Навье-Стокса для осесимметричных течений, что позволило получить преимущество спрофилированных предложенным методом сопел, по сравнению с соплами, построенными традиционным способом (методом характеристик, [59]) с приближённым учётом вытесняющего эффекта пограничного слоя, как в [37].

Когда оптимизируемые объекты имеют достаточно простую форму, и единственным критерием оптимизации является интегральная газодинамиче-

ская характеристика, (например, тяга), то применение алгоритмов типа генетических, а также методов порядка выше первого неоправданно затратно. Решению задач именно такого рода прямыми методами и посвящена настоящая работа, поэтому остановимся на этих примерах более подробно. Во-первых, оговоримся, что под «достаточно простыми формами» имеются в виду трёхмерные, в общем случае негладкие, поверхности, которые допускают качественную аппроксимацию небольшим числом параметров. Таким требованиям, как правило, отвечают сопла и переходные каналы двигателей летательных аппаратов.

Использование прямых методов даёт возможность существенно расширить круг решаемых задач, однако, для оценки реализации того или иного прямого метода необходима его верификация. С этой точки зрения очень удобны задачи оптимального профилирования двумерных конфигураций со сверхзвуковым потоком, имеющие точное решение на основе вариационных методов. Так, во многих работах в качестве тестового примера выбрана задача профилирования сверхзвуковой части осесимметричного сопла Лавалья [38, 48, 49]. В [38] помимо сравнения точного решения с соплами, полученными прямым градиентным методом, приведено сравнение ещё с одним весьма эффективным прямым методом, предложенным Таковицким С. А. в [50-51], – методом локальной линеаризации (МЛЛ). Нельзя сказать, что МЛЛ – это прямой метод в чистом виде, так как при вычислении вектора приращений варьируемых параметров для перехода на новую итерацию используется разностная аппроксимация условий оптимальности вариационной задачи, благодаря чему число прямых газодинамических расчётов, в отличие от классических прямых методов, не зависит от числа варьируемых параметров N . К недостаткам МЛЛ можно отнести его неприменимость к дозвуковым течениям. Достаточно подробное описание МЛЛ, как и результаты из [38], содержатся в Главе 1 диссертации, а также в [59].

Вообще, все методики прямого профилирования различаются не только по выбранному методу оптимизации, но и по способу аппроксимации иско-

мой поверхности. При этом второму вопросу, как правило, уделяется гораздо меньше внимания, чем выбору самого прямого метода. Тогда как успех и эффективность оптимизации во многом будет зависеть именно от качества аппроксимации профилируемого объекта. В работах [52-53] для аппроксимации форм двумерных конфигураций предлагается использовать многочлены Чебышева. В большинстве случаев для аппроксимации формы осесимметричных и плоских конфигураций используются кубические сплайны, это относится к уже цитированным работам [47-49]. Причём в [49], так называемый, метод имитации отжига (прямой метод типа Монте-Карло) тестируется не только на задаче профилирования осесимметричного сопла Лавалья, аппроксимированного кубическими сплайнами, но и на задаче профилирования осесимметричного диффузора с заданным распределением давления на оси, поверхность которого аппроксимировалась уже с использованием полиномов Бернштейна. К сожалению, в работе отсутствует сравнительный анализ этих двух способов аппроксимации, кроме того, отсутствует также какой-либо анализ близости полученных решений к реальному оптимуму, а основной акцент сделан на организации параллельных вычислений при оптимизации. Подобные замечания нисколько не относятся к результатам из [48], где спрофилированные сопла, аппроксимированные кубическим сплайном, практически не уступали по интегралу сил давления соплам, полученным ОММЛ. В [38, 54-56], так же как и в настоящей диссертации, демонстрируется эффективность использования полиномов Бернштейна при аппроксимации, как двумерных, так и существенно пространственных конфигураций. Отметим, что полиномы Бернштейна использовались и в [45] при аппроксимации формы лопатки рабочего колеса вентилятора.

Результаты профилирования пространственных сверхзвуковых сопел приведены в работах [48, 54, 57-58] и в [55-56], где оптимизировались сопла, содержащие участки дозвукового течения. Продолжением [49] стала работа тех же авторов [57], где рассмотрена оптимизация сверхзвукового пространственного эллиптического сопла с использованием аппроксимации бикуби-

ческими сплайнами. Задача решается как в рамках уравнений Эйлера, так и в рамках уравнений Навье-Стокса. Основной упор в [57], аналогично [49], сделан на организации параллельных вычислений, но вопрос о том, насколько полученное в процессе оптимизации решение близко к оптимальному, остаётся в работе открытым. При этом визуальная оценка приводимых в работе форм полученных сопел заставляет сомневаться в их оптимальности: поверхность сопла очень неоднородна, это свидетельствует о том, что процесс оптимизации не сошёлся (рис. 0.1). В конце статьи авторы оговаривают, что в дальнейшем необходимо изучить влияние выбора способа аппроксимации геометрии на значение критерия, однако, в более поздних публикациях тех же авторов, не содержится результатов исследований подобного рода.

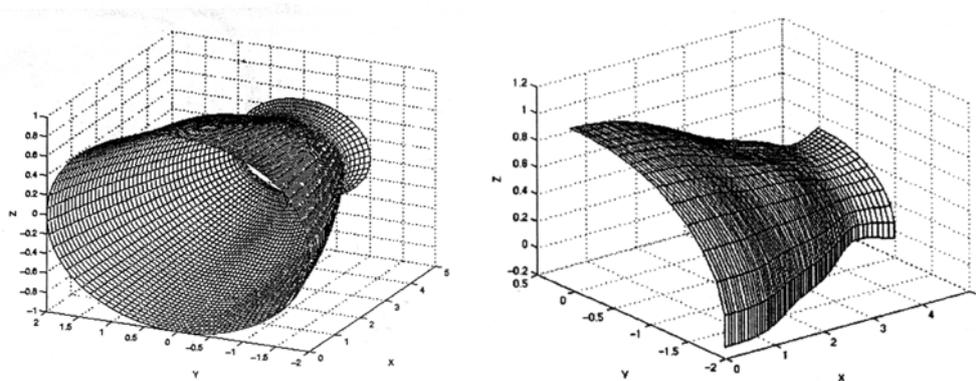


Рис. 0.1.

В [58] приведены результаты учёных из Германии по оптимизации сверхзвукового пространственного сопла ПВРД с прямоугольной формой поперечного сечения камеры сгорания. Здесь применялась методика выделения линий тока: сопло получалось «вырезкой» из осесимметричного поля течения. Как и в [57] вопрос об оптимальности полученных сопел должным образом в работе не ставился и, соответственно, не освещался.

Пионерами в решении задач профилирования оптимальных пространственных сопел является коллектив В. М. Борисова, М. П. Левина и И. Е. Михайлова, первоначально специализирующийся на точных (обратных) методах оптимизации. Позднее в работе [48] указанных авторов была построена сверхзвуковая часть пространственного сопла, вписанного в сектор кругового цилиндра, полученная прямым методом, использующим аппроксимацию

поверхности сопла кубическим сплайном в меридиональной плоскости при заданных формах критического и выходного сечений. Полученное сопло сравнивалось с осесимметричным соплом той же длины, вписанным в те же габариты, и было показано, что спрофилированная пространственная сверхзвуковая часть выигрывает у осесимметричной, полученной МКК. Ниже, в Главе 2 диссертации, приведено сравнение результатов автора и В. М. Борисова и И. Е. Михайлова из [48].

Актуальность

Выполнение современных требований к характеристикам летательных аппаратов и их двигателей обуславливает высокую степень совершенства каждого элемента и их интеграции. Возможность дальнейшего улучшения характеристик требует развития методов оптимизации широкого класса аэродинамических объектов. Рассмотрение задач оптимального профилирования наиболее актуально в тех случаях, когда решение не удаётся получить на основе точных вариационных методов, таких как метод контрольного контура и общий метод множителей Лагранжа. Это, в первую очередь, относится к оптимизации с учётом вязкости газа, а также к задаче профилирования пространственных конфигураций в общей постановке. Прямые методы оптимизации становятся незаменимым, а также наиболее универсальным инструментом в решении задач такого рода. Таким образом, возникает необходимость в исследованиях, посвящённых поиску наиболее эффективных методик прямой оптимизации, а также общих рекомендаций, позволяющих ускорить процесс получения решений, близких к оптимальным с достаточной точностью.

Цель и предмет исследований

Разработка эффективных методов прямой оптимизации широкого класса пространственных аэродинамических форм и решение с их помощью задач оптимального профилирования элементов реактивного двигателя, не до-

пускающих решения на основе точных вариационных методов. Профилирование пространственных переходных каналов и сопел, содержащих участки с дозвуковым течением в них, в том числе с учётом влияния вязкости газа.

Структура и объём работы

Диссертация состоит из введения, четырёх глав, заключения и списка литературы из 65 наименований. Полный объём диссертации составляет 151 страницу, в том числе: рисунков – 65, таблиц – 17.

Основные результаты работы, выносятся на защиту

1. Развитие прямых методов оптимизации элементов реактивных двигателей.
2. Построение оптимальных пространственных сверхзвуковых частей сопел из плотной многосопловой компоновки максимальной тяги.
3. Построение в рамках уравнений Рейнольдса околозвуковых сопел двигателя с малой инфракрасной заметностью с минимальными потерями полного давления. Анализ влияния способа аппроксимации, а также длины на характеристики сопел, близких к оптимальным.
4. Результаты профилирования сопел высокоскоростного ПВРД максимальной в заданном направлении тяги с учётом влияния внешней аэродинамической силы, возникающей при обтекании упрощённой кормовой части. Результаты оптимального профилирования сопел того же ПВРД с учётом аэродинамических характеристик летательного аппарата. Во всех рассмотренных случаях сверхзвуковые части оптимальных сопел получаются близкими к симметричным (двусторонним) за счёт профилирования формы горла, что существенно отличается от классического рассмотрения несимметричных плоских сопел прямооточных воздушно-реактивных двигателей.
5. Результаты профилирования в рамках уравнений Рейнольдса как осесимметричных кольцевых, так и пространственных переходных каналов, обеспечивающих низкий уровень потерь полного давления.

Новизна результатов исследований

С помощью авторской реализации прямого метода исчерпывающего градиентного спуска:

- в рамках уравнений Эйлера спрофилированы пространственные сверхзвуковые части сопел из плотной многосопловой компоновки максимальной тяги, в том числе с произвольной некруглой формой критического сечения

- в рамках уравнений Рейнольдса спрофилированы пространственные околосзвуковые сопла двигателя с малой инфракрасной заметностью с минимальными потерями полного давления. Исследовано влияние длины сопла на уровень потерь. Проведено исследование влияния способа аппроксимации искомой поверхности на результаты оптимизации

- в рамках уравнений Эйлера спрофилированы пространственные сопла высокоскоростного прямоточного воздушно-реактивного двигателя (ПВРД) максимальной в заданном направлении тяги с учётом влияния внешней аэродинамической силы, возникающей при обтекании упрощённой формы кормовой части. Сопла профилировались целиком, включая дозвуковую часть

- в рамках уравнений Эйлера спрофилированы пространственные сопла высокоскоростного ПВРД, обеспечивающие уменьшение расхода топлива на заданном крейсерском режиме полёта

- в рамках уравнений Рейнольдса спрофилированы осесимметричные кольцевые переходные каналы турбореактивного двухконтурного двигателя (ТРДД) трёх типов, обеспечивающие низкие уровни потерь полного давления. Исследовано влияние длины переходного участка на уровни потерь полного давления.

С помощью прямого метода исследования пространства параметров в рамках уравнений Рейнольдса спрофилированы пространственные переходные каналы регенератора перспективного ТРДД со сложным термодинамическим циклом, обеспечивающие низкий уровень потерь полного давления.

Практическая значимость результатов исследований

Предложенная методика оптимизации может применяться для профилирования широкого класса аэродинамических объектов, а полученные результаты могут быть использованы как для проектирования новых, так и для оценки степени совершенства уже существующих элементов летательных аппаратов.

Достоверность полученных результатов

Достоверность результатов, полученных с использованием предложенного способа оптимизации, а также его эффективность подтверждаются апробацией на задаче профилирования сверхзвуковой части осесимметричного сопла Лавалья максимальной тяги. В рассмотренном диапазоне длин спрофилированные сопла практически не уступали точному решению, полученному методом контрольного контура, и немного выигрывали по тяге у сопел, полученных методом локальной линеаризации.

Достоверность результатов решения задачи профилирования пространственной сверхзвуковой части сопла из плотной многосопловой компоновки подтверждается сравнением с результатом, полученным в [48]. Кроме того, спрофилированные пространственные сопла выигрывают по тяге у осесимметричных сверхзвуковых сопел, полученных методом контрольного контура, удовлетворяющих тем же габаритным ограничениям.

Достоверность результатов решения задачи профилирования пространственного сверхзвукового сопла ПВРД обосновывается расчётами, выполненными в ЦИАМ по другим программам, которые подтверждают уровни потерь тяги спрофилированных сопел по сравнению с одномерным идеальным соплом, а также выигрыши по тяге спрофилированных сопел у исходных прототипов сопла экспериментального образца-демонстратора высокоскоростного ПВРД ПМ-3.

Достоверность результатов, полученных при профилировании переходных каналов, демонстрируется анализом сходимости расчётных данных при измельчении расчётных сеток.

Личный вклад

Автором разработаны и реализованы программы оптимизации методом локальной линеаризации для случая сверхзвуковой части сопла Лавалья, а также методом исчерпывающего градиентного спуска для решения задач пространственного профилирования. Созданы независимые программные модули-плагины: для автоматического построения расчётной области и сетки при заданных геометрических параметрах оптимизируемого объекта; для вычисления значений критериев и других необходимых характеристик по полученным в результате расчёта газодинамическим параметрам; для обмена данными между оптимизационным модулем и модулями, отвечающими за получение характеристик оптимизируемого объекта. Для расчёта поля течения использовался программный комплекс Grave 3D, а для оптимизации методом исследования пространства параметров использовался программный комплекс MOVI. Оба комплекса разрабатывались в отделе 704 ЦИАМ под руководством К. С. Пьянкова. Сверхзвуковые сопла, спрофилированные методом контрольного контура, получены Н. И. Тилляевой.

Апробация работы

Основные результаты докладывались на российских и международных конференциях и семинарах:

- Международная школа-семинар «Модели и методы аэродинамики», 2009-2012 гг. (г. Евпатория).
- Научно-техническая конференция по аэродинамике, 2009-2013 гг. (ЦАГИ, п. Володарского).

- Всероссийская научно-техническая конференция молодых учёных и специалистов «Новые решения и технологии в газотурбостроении» 2010 г. (г. Москва).
- 54-я научная конференция МФТИ «Проблемы фундаментальных и прикладных, естественных и технических наук в современном информационном обществе» в 2011 г. (МФТИ, Москва-Долгопрудный).
- X Всероссийский съезд по фундаментальным проблемам теоретической и прикладной механики, 2011 г. (г. Нижний Новгород).
- Отраслевой семинар «Реактивные сопла авиационных двигателей перспективных гражданских самолётов», 2012 г. (ЦАГИ, г. Жуковский).

Внедрение результатов

Спрофилированное сопло высокоскоростного прямого воздушного реактивного двигателя было рекомендовано в качестве прототипа для экспериментального образца-демонстратора высокоскоростного ПВРД ПМ-3, разрабатываемого в ЦИАМ.

Содержание диссертации

Во введении приведён обзор работ по теме диссертации, сформулированы цели диссертации, кратко пересказаны содержание и основные результаты. Сформулированы положения, выносящиеся на защиту, изложены новизна и практическое применение полученных результатов, перечислены аргументы, подтверждающие достоверность результатов, описан личный вклад диссертанта.

В главе 1 авторская реализация стандартного прямого метода исчерпывающего градиентного спуска (МИГС) апробируется на задаче профилирования сверхзвуковой части осесимметричного сопла Лаваля заданной длины, обеспечивающего максимальную тягу. Благодаря аппроксимации искривлённой поверхности кривыми Бернштейна-Безье (ББ или КББ) предложенный прямой метод позволяет быстро и эффективно профилировать сверхзвуковые

части сопел, весьма близкие по своим характеристикам к точному решению, полученному методом контрольного контура (МКК). Кроме сравнения с точным решением проведено сравнение с соплами, полученными с помощью метода локальной линеаризации (МЛЛ), предложенного С. А. Таковицким [50]. В качестве примера оптимизации, не допускающего решения на основе МКК, рассмотрен случай профилирования сверхзвуковой части сопла с фиксированной площадью боковой поверхности: сопла профилировались как с использованием МИГС, так и МЛЛ. Рассмотрен случай профилирования сверхзвуковых частей сопел с непосредственным учётом вязкости газа, когда решение нельзя получить ни с помощью точных вариационных методов, ни с помощью МЛЛ.

Показано, что оба прямых метода позволяют проводить оптимизацию на достаточно грубых сетках, проигрывая в точности решения не более 0.08%. Потери тяги сверхзвуковых частей сопел, полученных МИГС, оказались меньше по сравнению с МЛЛ. В МИГС достаточно использовать всего 2 произвола, не уступая точному решению более 0.03% по тяге в рассматриваемом диапазоне длин.

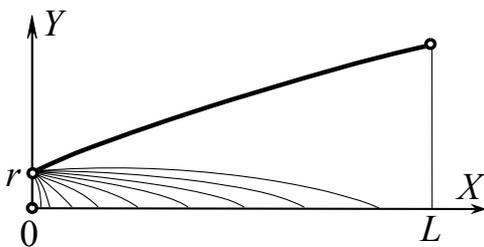


Рис. 0.2. Схема сверхзвуковой части сопла Лавалья

В разделе 1.1 изложена постановка задачи. Рассматривается сверхзвуковая часть осесимметричного сопла Лавалья с изломом в начальной точке (рис. 0.2). Заданными считаются внешнее давление p_+ и параметры однородного осевого потока в критическом сечении радиуса r : полное давление p_0 и температура газа T_0 , а также близкое к единице сверхзвуковое число Маха. На длину сверхзвуковой части сопла L или на площадь её боковой поверхности S накладываются габаритные ограничения. Необходимо спрофилировать контур сверхзвуковой части, реализующий максимум тяги или, что равносильно, интеграла сил давления, действующих на сверхзвуковую часть сопла, χ при заданных условиях и ограничениях.

В разделе 1.1 изложена постановка задачи. Рассматривается сверхзвуковая часть осесимметричного сопла Лавалья с изломом в начальной точке (рис. 0.2). Заданными считаются внешнее давление p_+ и параметры однородного осевого потока в критическом сечении радиуса r : полное давление p_0 и температура газа T_0 , а также близкое к единице сверхзвуковое число Маха. На длину сверхзвуковой части сопла L или на площадь её боковой поверхности S накладываются габаритные ограничения. Необходимо спрофилировать контур сверхзвуковой части, реализующий максимум тяги или, что равносильно, интеграла сил давления, действующих на сверхзвуковую часть сопла, χ при заданных условиях и ограничениях.

С точностью до постоянного множителя, (равном 2π в осесимметричном случае), интеграл сил давления определяется, как:

$$\chi = \int_0^L y^\nu p y' dx - \frac{P_+}{1+\nu} y_L^{1+\nu} \rightarrow \max, \quad (0.1)$$

где p – давление, y_L – ордината среза сопла, $\nu = 0$ в плоском случае и $\nu = 1$ в осесимметричном. Рассмотрен диапазон длин сверхзвуковой части сопла L от 8 до 22 (в калибрах радиуса критического сечения).

В **разделе 1.2** излагаются основные идеи реализованного в работе МИГС, особенности которого заключаются в выборе амплитуд варьирования параметров при расчёте градиента, позволяющем ускорить сходимость, а также в использовании кривых ББ при аппроксимации образующей сопла. Кривая ББ $P(t)$ порядка N задаётся массивом $(N + 1)$ контрольных точек \mathbf{P}_i , (координаты которых могут варьироваться), и определяется по формуле:

$$P(t) = \sum_{i=0}^N B_i^N(t) \mathbf{P}_i, \quad B_i^N(t) = \frac{N!}{i!(N-i)!} t^i (1-t)^{N-i}.$$

В **разделе 1.3** описывается алгоритм МЛЛ. В этом методе образующая сопла представляется набором узлов с известными абсциссами, соединённых отрезками. В МЛЛ величина $\Delta\chi$, которую можно получить из (1), записывается с точностью до квадратичных членов, что позволяет получить необходимое условие существования экстремума целевой функции. Полученное таким образом условие оптимальности представляет собой систему линейных алгебраических уравнений и позволяет определить знак и величину приращений ординат узлов, обеспечивающих максимум тяги сопла.

В **разделе 1.4** представлены результаты оптимизации, полученные для случаев заданной длины сопла (**п. 1.4.1**), заданной площади боковой поверхности (**п. 1.4.2**), а также для случая учёта влияния вязкости в процессе оптимизации (**п. 1.4.3**). В последнем случае расчёт критерия осуществлялся путём интегрирования уравнений Навье-Стокса, осреднённых по Рейнольдсу, замкнутых моделью турбулентности « v_t -90» [64], (далее - уравнения Рейнольдса).

Продемонстрирована возможность ускорить процесс получения решения задачи оптимизации за счёт использованием грубых сеток при расчёте газодинамических полей течения. На рис. 0.3,а приведена зависимость погрешности оптимизации $\delta\chi$ от мощности сетки K , (общее число ячеек $Q = 4K^2$). Сравниваются интегралы сил давления сопел длины $L = 10$, оптимизированных на сетках соответствующей мощности, и сопла, оптимизированного на самой мелкой сетке с мощностью $K = 32$, что эквивалентно 4096 ячейкам. При этом величина χ всех сравниваемых сопел определялась на сетках с $K = 32$.

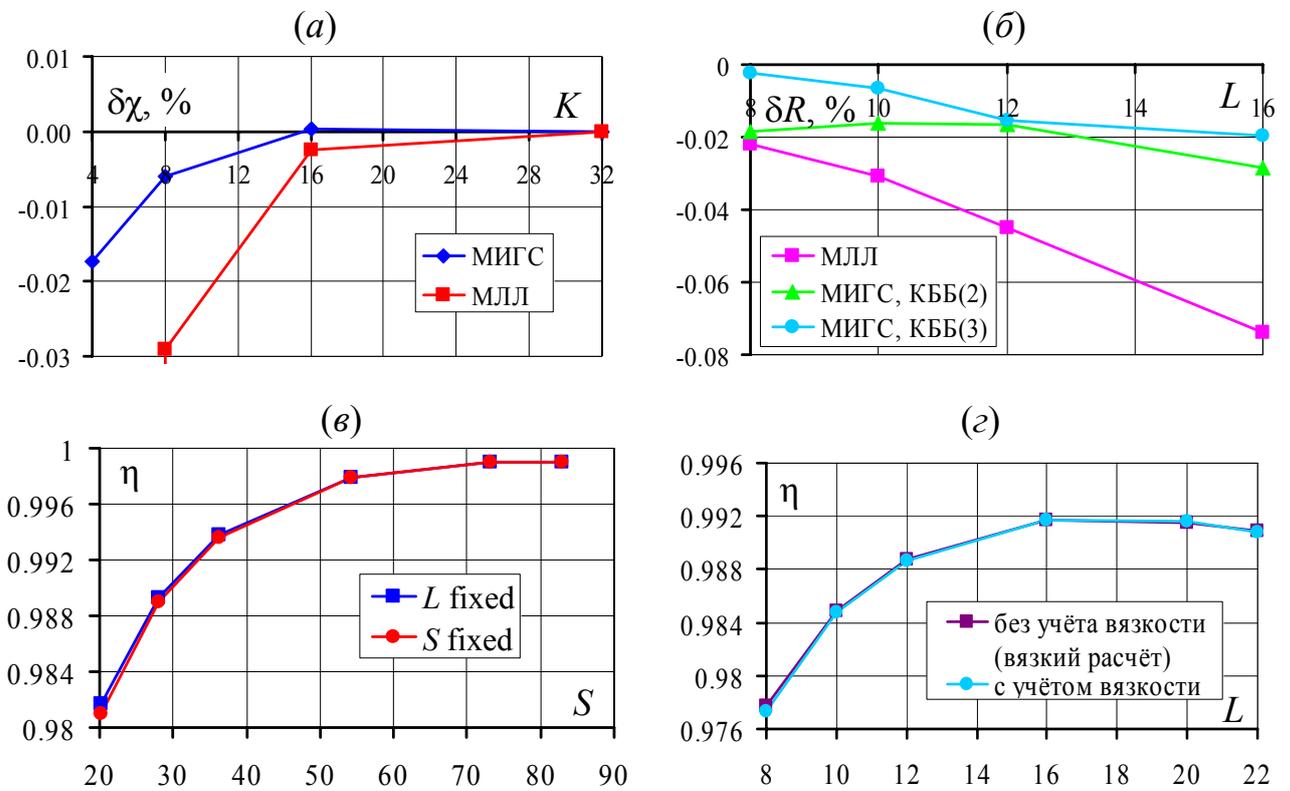


Рис. 0.3. Характеристики профилированных сверхзвуковых частей сопел

Для оценки потерь тяги при профилировании сверхзвуковых частей сопел предложенными прямыми методами, эти сопла сравнивались с точным решением задачи, полученным МКК, – так называемым, вариационным соплом (ВС). В МИГС в качестве аппроксимирующих кривых использовались кривые ББ 2-ого и 3-его порядков. Соответствующие зависимости потерь тяги δR от длины сверхзвуковой части сопел показаны на рис. 0.3,б. Видно, что

все полученные сопла близки к точному решению: в МЛЛ сопла проигрывают ВС менее 0.1%, а в МИГС проигрыш составляет не более 0.03%.

На рис. 0.3,в приведены результаты оптимизации сопел при фиксированной площади боковой поверхности: зависимость коэффициента тяги спрофилированных сопел η (отношение тяги сопла к тяге идеального сопла) от площади боковой поверхности сверхзвуковой части (МИГС с аппроксимацией кривой ББ 2 порядка). Две ломаные на графике соответствуют сверхзвуковым частям сопел, оптимальных при заданной длине или заданной площади поверхности. Полученные результаты позволяют сделать вывод о том, что две рассматриваемые постановки задачи можно считать эквивалентными: то есть сопла оптимальные для своей длины одновременно являются таковыми и для своей площади боковой поверхности. Это утверждение справедливо с погрешностью менее 1% по коэффициенту тяги. Это утверждение тем более верно при учёте вязкости в процессе оптимизации, так как в этом случае увеличение длины при одновременном уменьшении степени расширения приводит к уменьшению тяги сопла. Именно таким способом трансформируется образующая при переходе от условия фиксированной длины к условию фиксированной площади боковой поверхности при оптимизации как МИГС, так и МЛЛ. На рис. 0.3,г представлены результаты, полученные при оптимизации в рамках уравнений Рейнольдса: зависимость коэффициента тяги сопел, оптимальных с учётом вязкости и без, (длина фиксирована). Величина коэффициента тяги η оптимальных сопел рассчитывалась с учётом вязкости в обоих случаях ($Re = 1.4 \cdot 10^7$). Полученные результаты подтверждают вывод, сделанный в [37], о весьма слабом влиянии учёта вязкости на форму оптимального контура сверхзвуковой части осесимметричного сопла Лаваля. Вместе с тем, учёт вязкости необходим при оценке не только истинных газодинамических характеристик полученных сопел, но и при выборе оптимальной длины сверхзвуковой части сопла. Дальнейшее удлинение приводит к дополнительным потерям из-за трения, не компенсируемым некоторым ростом интеграла сил давления по контуру сверхзвуковой части сопла.

В главе 2 возможности предложенного метода оптимизации по МИГС демонстрируются на примере решения задачи профилирования пространственной сверхзвуковой части сопла максимальной тяги в плотной многосопловой компоновке. При этом вместо кривых ББ при переходе к пространственному случаю используются поверхности ББ.

Полученные сопла сравниваются: с оптимальными осесимметричными соплами, удовлетворяющими тем же ограничениям; с осесимметричными соплами, усечёнными ограничивающим сектором, степень расширения которых больше чем у строго осесимметричных сопел – так называемыми, псевдопространственными соплами. Помимо сверхзвуковых частей пространственных сопел с круглой формой критического сечения рассматриваются сопла с варьируемой формой критического сечения. Пространственная сверхзвуковая часть сопла, приведённая в работе В. М. Борисова и И. Е. Михайлова [48], сравнивается с соплом, спрофилированным по методу настоящей работы для тех же условий и габаритных ограничений.

В разделе 2.1 приведена постановка задачи. Исследуется компоновка из N идентичных пространственных сопел, ограниченных цилиндрической поверхностью (рис. 0.4,а). Каждое из N сопел располагается в ограничивающем секторе цилиндра с углом $\varphi = 2\pi/N$. При заданных внешних габаритах и дозвуковой части, начиная с некоторой степени расширения, оптимальная форма сопла перестаёт быть осесимметричной. Такую компоновку сопел будем называть плотной. Заданными считаются: радиус шахты r_t (выбран за единицу длины $r_t \equiv 1$), число сопел $N = 4$, суммарный массовый расход газа через сопла, максимальная длина сверхзвуковой части сопел L , полные параметры однородного осевого потока в критическом сечении p_0 ($p_0 \equiv 1$) и T_0 ($T_0 \equiv 1$), и перепад давлений $\Pi = p_0/p_a$, где p_a – внешнее статическое давление. Критерием оптимизации является значение удельной тяги $R_{уд}$ (отношение тяги к расходу).

Поверхность образующей сверхзвуковой части сопла, удовлетворяющая всем наложенным габаритным ограничениям, получается в результате

усечения аппроксимирующей поверхности ББ ограничивающей её цилиндрической поверхностью сектора (рис. 0.4,б). Поверхность ББ задаётся двумерным массивом контрольных точек P_{ij} . Математическая постановка задачи оптимизации сводится к определению координат контрольных точек поверхности ББ и построенной на её основе форме сверхзвуковой части сопла (с учётом всех наложенных ограничений), имеющего максимальную удельную тягу.

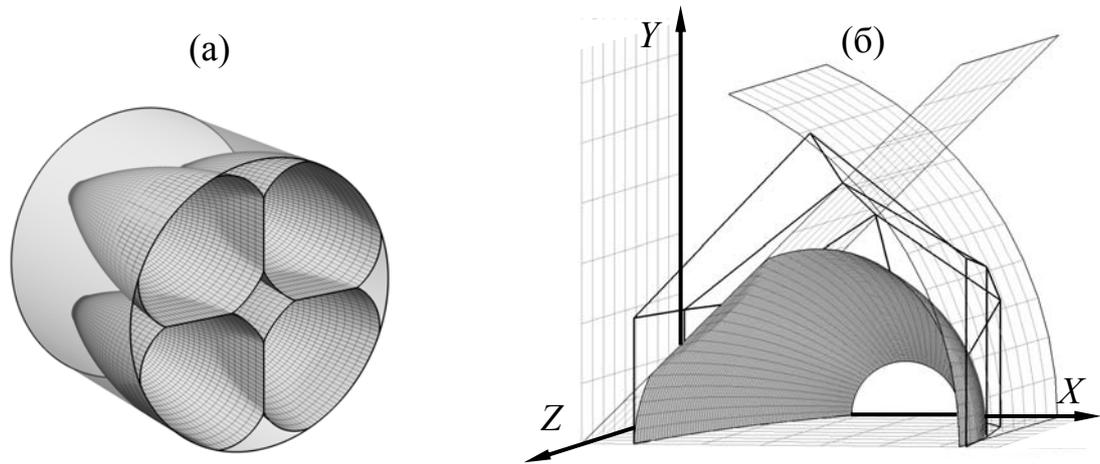


Рис. 0.4. Сверхзвуковая часть сопла из плотной сопловой компоновки

В разделе 2.2 приведены результаты оптимизации, полученные для $\Pi = 500$, $\varphi = \pi/2$, радиуса критического сечения $r_{in} = 0.1442$, $L = 10 r_{in}$. Самая грубая сетка, с которой начинался процесс оптимизации, содержала 640 ($8 \times 4 \times 20$) ячеек, а самая тонкая сетка – 40960 ($32 \times 16 \times 80$) ячеек. При этом увеличение тяги, полученное за счёт оптимизации на самой тонкой сетке, составляло менее 0.005% от тяги сопла, полученного после оптимизации на сетках меньшей мощности, (вплоть до 13310 ($22 \times 11 \times 55$) ячеек). Общее число итераций (сумма итераций на всех сетках), необходимое для получения сопла, близкого к оптимальному, не превосходило 100, (под итерацией понимается 1 «исчерпывающий» шаг по градиенту).

Исследовалось влияние числа контрольных точек ПББ на значение удельной тяги сверхзвуковых частей сопел, получаемых в результате оптимизации. Аппроксимирующая поверхность ББ задавалась массивами из (3×4), (3×5), (3×6) и (3×8) контрольных точек и фиксированной (круглой)

формой критического сечения. Положение критического сечения варьировалось вдоль оси X . Полученные в процессе оптимизации сопла выигрывают от 0.44% до 0.6% в удельной тяге по сравнению с оптимальными осесимметричными соплами, удовлетворяющими тем же ограничениям. Как и ожидалось, увеличение порядка аппроксимирующей поверхности привело к заметному улучшению значения критерия.

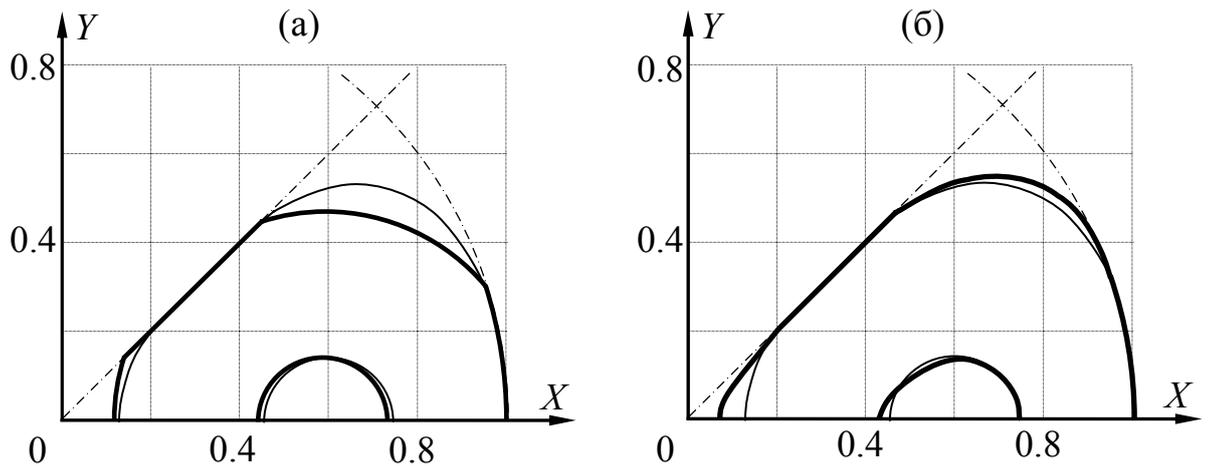


Рис. 0.5. Двумерные проекции спрофилированных сопел

В п. 2.2.1 приведены результаты оптимизации псевдо пространственного сопла. При одинаковых габаритных ограничениях выигрыш компоновки псевдо пространственных сопел относительно компоновки вариационных сопел составил 0.28% по удельной тяге. На рис. 0.5,а приведены двумерные проекции спрофилированных сверхзвуковых частей: пространственной (тонкий контур) и псевдо пространственной (жирный контур).

В п. 2.2.2 рассмотрен случай оптимизации сверхзвуковой части пространственного сопла с произвольной варьируемой формой критического сечения. В данном случае выигрыш по удельной тяге оказался наибольшим из всех полученных 0.68%. На рис. 0.5,б приведены двумерные проекции сверхзвуковых частей сопел, близких к оптимальным, с круглой (тонкий контур) и варьируемой формой критического сечения (жирный контур).

Глава 3 посвящена профилированию пространственных сопел, содержащих участки с дозвуковым течением. Последовательно рассмотрено три примера. Первой рассматривается задача профилирования пространственных околозвуковых сопел двигателя с малой инфракрасной (ИК) заметностью,

которая решается в рамках уравнений Рейнольдса. Далее рассматривается задача профилирования оптимального пространственного сопла ПВРД с максимальной проекцией на заданное направление вектора тяги. Затем сформулирована и решена задача профилирования пространственного сопла ПВРД с учётом аэродинамических характеристик ЛА с минимальным расходом топлива на крейсерском режиме. В этом случае направление вектора тяги сопла не задано и находится в процессе оптимизации.

Апробация предложенного метода оптимизации на задачах профилирования существенно пространственных сопел, содержащих участки дозвукового течения, выявила необходимость усовершенствования аппроксимационных подходов. В итоге предложено использование неоднородных поверхностей Бернштейна-Безье, а также В-сплайнов при аппроксимации форм оптимизируемых объектов. Именно их использование позволяет профилировать существенно пространственные аэродинамические объекты, содержащие продольные изломы, обеспечивая качественную аппроксимацию сравнительно небольшим числом параметров.

Раздел 3.1 посвящён описанию предложенной модификации аппроксимационных подходов – неоднородным поверхностям ББ. В отличие от классической поверхности ББ, такая поверхность может быть задана произвольным набором кривых, которые являются не кривыми ББ, а любыми заданными параметрическими кривыми, - назовём их контрольными кривыми, - параметры которых могут варьироваться в ходе оптимизации.

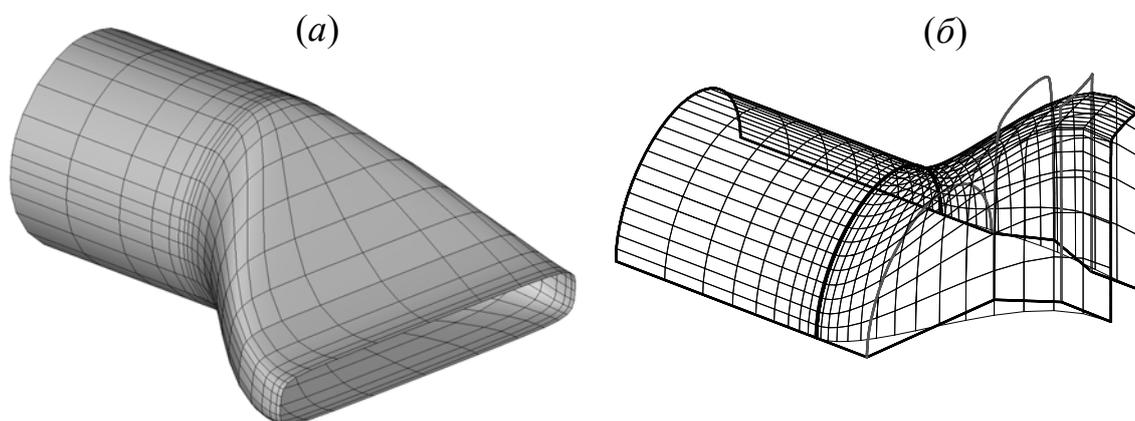


Рис. 0.6. Схема сопла двигателя с малой инфракрасной заметностью

В разделе 3.2 рассмотрена задача профилирования пространственного околосзвукового сопла максимальной тяги, заданной длины с малой ИК заметностью. Требование малой заметности обуславливает несоосное расположение входного и выходного сечений. Кроме того, форма входного поперечного сечения, определяемая конструкцией ТРД, является круглой, а выходное сечение должно иметь вытянутую прямоугольную форму (рис. 0.6,а).

В п. 3.2.1 изложена постановка задачи. Заданными считаются: полные температура T_0 ($T_0 \equiv 1$) и давление p_0 ($p_0 \equiv 1$) на входе, перепад полного и внешнего статического давлений $\Pi = 1.89$, радиус поперечного сечения камеры сгорания r_{in} ($r_{in} \equiv 1$), длина сопла L , высота и ширина выходного сечения сопла $a = 0.5$, $b = 4$. При оптимизации достаточно рассматривать только одну из «половинок» сопла (рис. 0.6,б). Рассмотрены длины $L = 1, 2, 4$ и 8 , критерием оптимизации выбрана удельная тяга $R_{уд}$.

Для описания геометрии такого типа необходимо, в первую очередь, качественно аппроксимировать форму выходного сечения: образующая сопла по мере приближения к выходному сечению должна допускать появление участка, близкого к цилиндрическому. Рассмотрено два способа аппроксимации искомой поверхности: в первом случае в качестве контрольных кривых неоднородной поверхности ББ задавались суперпозиции нескольких параметрических кривых; во втором случае контрольные кривые задавались кубическими рациональными В-сплайнами.

В первом подходе неоднородная поверхность ББ задавалась набором из 5-ти контрольных кривых вида:

$$C(t) = \sum_{j=0}^{N_j} w_j c^j(t), \quad \sum_{j=0}^{N_j} w_j = 1, \quad t \in [0,1],$$

где w_j – веса кривых $c^j(t)$, образующих суперпозицию. В общем случае, варьироваться могут, как веса w_j (или часть из них), так и параметры самих кривых $c^j(t)$, например, если одна из них является кривой ББ. Был рассмотрен простейший случай, когда каждая контрольная кривая представляла собой

суперпозицию двух кривых, описывающих входное и выходное сечения. Варьируемыми параметрами являлись веса w_0^2, w_0^3 , а $w_0^0 \equiv w_0^1 = 1, w_0^4 = 0$.

Во втором подходе аппроксимирующая неоднородная поверхность ББ так же задавалась набором из 5-ти контрольных кривых, которые являлись однородными рациональными кубическими В-сплайнами (URBS). Фиксированными оставались: параметры кривой, описывающей входное сечение; ближайшей к ней контрольной кривой, которая повторяла первую для обеспечения гладкости входного участка сопла; а также контрольной кривой, аппроксимирующей выходное сечение. Варьировалось 12 параметров, определяющих формы двух промежуточных контрольных кривых.

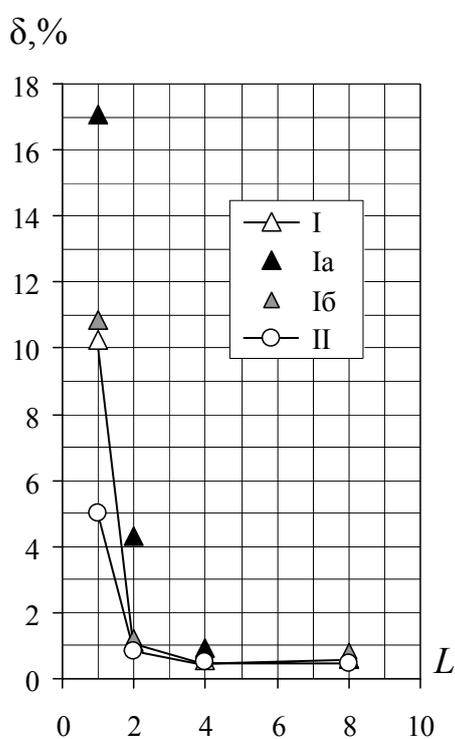


Рис. 0.7. Зависимость потерь полного давления полученных сопел

В п. 3.2.2 анализируются результаты оптимизации. На рис. 0.7 представлены потери тяги сопел, полученных в результате предложенного способа оптимизации, по сравнению с тягой одномерного идеального сопла в рассматриваемом диапазоне длин. Графики приведены для двух способов аппроксимации: I – аппроксимация неоднородной поверхностью ББ, заданной набором мульти-кривых с варьируемыми весами (2 произвола: w_0^2, w_0^3), II – аппроксимация, использующая в качестве контрольных кривых кубические URBS с варьируемыми весами и координатами контрольных точек

(12 произволов). Помимо этого, приведены два случая неоптимальных сопел, форма которых задавалась аналогично случаю I, но веса при этом фиксировались: в случае Ia $w_0^2 = 1, w_0^3 = 0$, то есть 2-ая контрольная кривая повторяет форму критического сечения, а 3-я – форму выхода; в случае Ib 2-ая и 3-я контрольные кривые повторяют форму выходного сечения. Случаи Ia и Ib

приведены, чтобы продемонстрировать выигрыши, получаемые за счёт оптимизации.

Во всех рассмотренных случаях наименьшие потери тяги имели сопла, аппроксимированные с использованием URBS. В случаях I и Ib зависимость полученных потерь от длины сопла немонотонна, таким образом, помимо выбора оптимальной формы поверхности сопла необходимо помнить и об оптимальной длине, так как избыточное увеличение длины может оказаться не просто не эффективным, но и вредным.

Раздел 3.3 посвящён задаче профилирования пространственного сопла высокоскоростного ПВРД максимальной в заданном направлении тяги с учётом внешнего обтекания приближённой кормовой части. Постановка задачи приведена в п. 3.3.1. На выходе из камеры сгорания заданы полная температура T_0 , массовый расход G_0 и верхнее предельно допустимое значение полного давления $p_{0\max}$. Помимо этого задано статическое внешнее давление p_a , число Маха полёта M , угол атаки α и показатель адиабаты γ . Сопло имеет ряд габаритных ограничений, продиктованных конструктивными требованиями к ЛА (рис. 0.8,а). Для аппроксимации «половинки» поверхности сопла стыковалось три неоднородных поверхности ББ: первая оставалась неизменной и описывала форму камеры сгорания (КС), вторая аппроксимировала дозвуковую часть сопла, а третья – сверхзвуковую (рис. 0.8,б). В качестве контрольных кривых использовались кубические URBS. Веса контрольных точек не варьировались, а варьировались только координаты некоторых из них, а также угол наклона выходного сечения относительно оси X и положение выходного сечения по оси Y (в системе координат, связанной с ЛА). Число произвольных параметров задачи P менялось в различных случаях от 10 до 35.

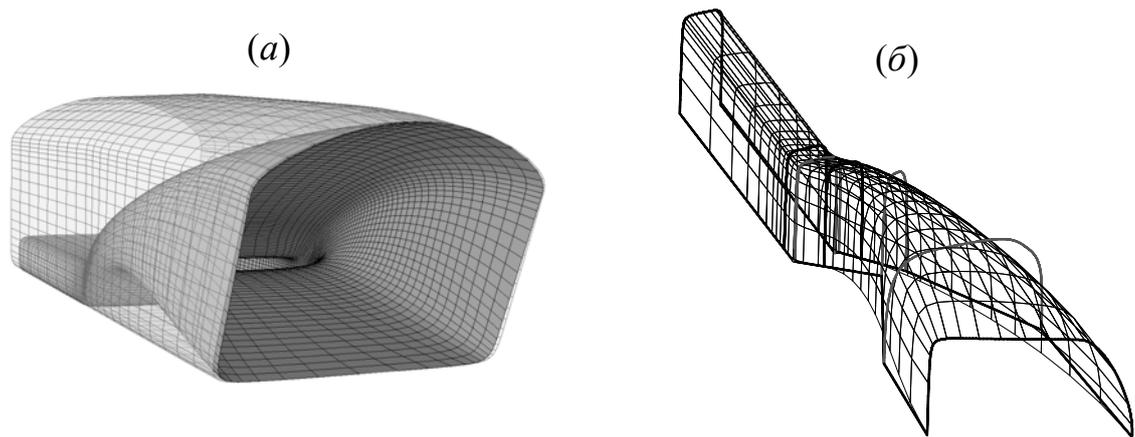


Рис. 0.8. Схема сопла высокоскоростного ПВРД

Для учёта влияния внешнего потока моделировалось обтекание упрощённой геометрии кормовой части, которая представляла собой линейчатую поверхность, натянутую на две плоские кривые, одна из которых, совпадая со срезом сопла, варьировалась.

В качестве критерия был выбран коэффициент тяги $\eta_{**} = R/R_{**}$, где R – проекция тяги сопла на заданное направление за вычетом той же проекции аэродинамической силы, действующей на кормовую часть, а R_{**} – тяга одномерного идеального сопла для заданных значений расхода G_0 и полного давления $p_0 = p_{0\max}$. Правильнее говорить о заданном значении полного давления, равном $p_{0\max}$. Для того чтобы обеспечить выполнение такого граничного условия, вводилась функция штрафа вида:

$$\Delta = \begin{cases} k \left((p_0 - p_{0\max} (1-d)) / p_{0\max} d \right)^2, & p_0 > p_{0\max} (1-d); \\ 0, & p_0 \leq p_{0\max} (1-d), \end{cases}$$

где p_0 – полное давление, которое получалось в газодинамическом расчёте, а константы k и d выбирались вручную.

В п. 3.3.2 приведены результаты оптимизации для следующих значений параметров: $M = 5.5$; $\alpha = 4^\circ$; $T_0 = 2530$ К; $G_0 = 1.81$ кг/с; $p_{0\max} = 1.5$ бар; $p_a = 0.01$ бар; $\gamma = 1.25$; $R_g = 374.5$ Дж/(кг·К); $L = 0.645$ м; высота камеры сгорания 0.072 м; ширина аппарата 0.38 м. Тяга сопла оптимизировалась в осевом направлении. Приведённые значения газодинамических и геометрических параметров соответствуют техническому заданию на проектирование

сопла для экспериментального демонстратора ПМ-3, разрабатываемого в отделе 012 ЦИАМ.

Было рассмотрено пять случаев: I – сопло с цилиндрической нижней образующей, близкой к плоской ($P = 10$); II – полностью пространственное сопло с фиксированной формой выходного сечения ($P = 15$); III – полностью пространственное сопло с варьируемой формой выходного сечения ($P = 21$); IV – полностью пространственное сопло с варьируемой формой выходного сечения, имеющее большую длину $L = 1$ м ($P = 35$, в этом случае НПББ, аппроксимирующая сверхзвуковую часть сопла, имела не 4, а 5 контрольных кривых); V – полностью пространственное сопло с фиксированной формой выходного сечения, с круглой формой поперечного сечения КС эквивалентной площади ($P = 15$).

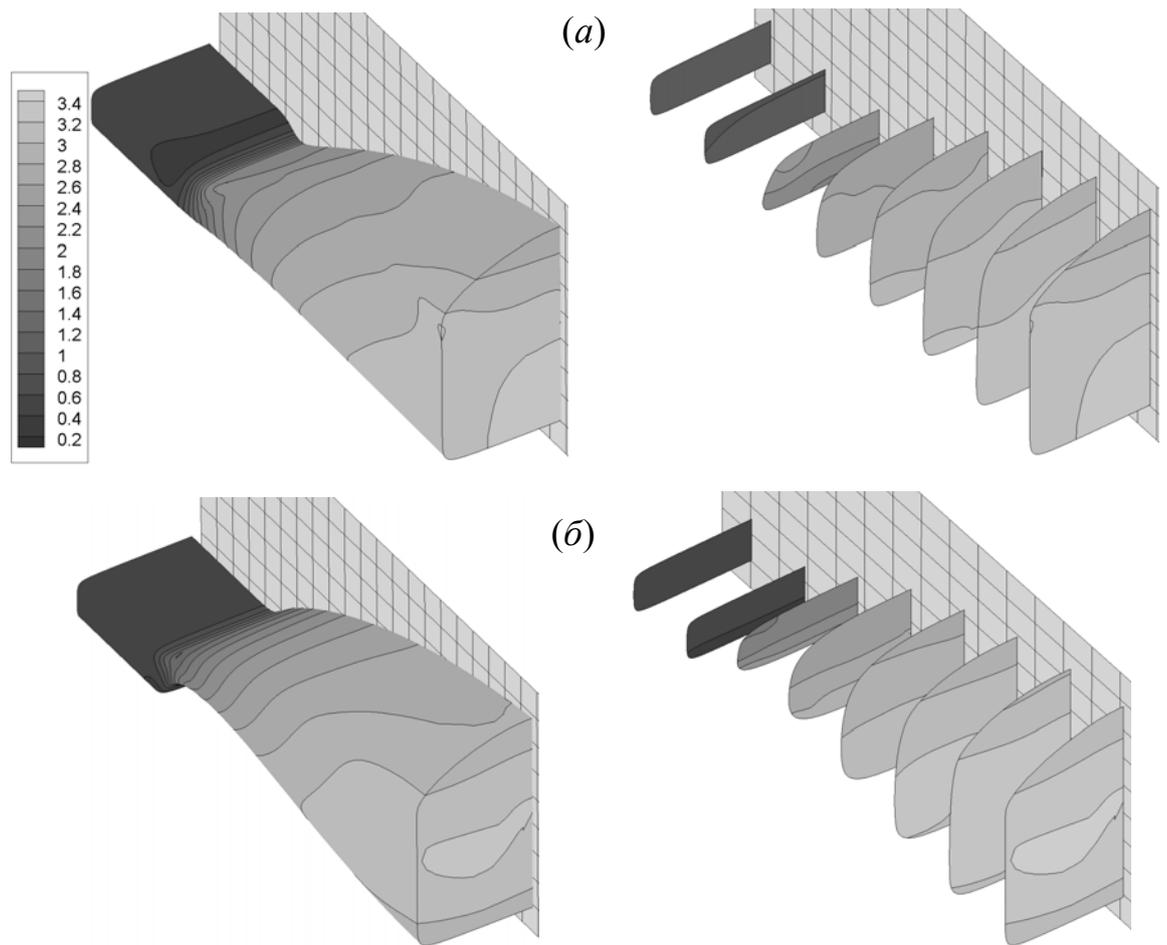


Рис. 0.9. Формы и поля чисел Маха сфоцилированных сопел ПВРД

На рис. 0.9 приведены формы и поля чисел Маха для случаев I и II. Наибольшие потери тяги по сравнению с идеальным одномерным соплом

имеет вариант I – 3.25% (рис. 0.9,а), что почти на 1% больше, чем потери сопла той же длины с профилируемой нижней стенкой (вариант II) – 2.37%, (рис. 0.9,б). В этих вариантах форма выходного сечения оставалась постоянной, и варьировалось только его положение в вертикальном и угловом направлениях, так как расчёты показали, что накладываемые габаритные ограничения приводят к тому, что в данных условиях сопла получаются сильно недорасширенными. Фиксированная форма выходного сечения позволила избавиться от лишних произволов без ущерба качеству получаемых результатов. В варианте II поле течения получается гораздо более симметричным за счёт профилированного горла сопла, что обеспечивает более симметричную форму всей сверхзвуковой части и позволяет существенно снизить потери тяги. В вариантах III и IV потери тяги получаются ещё меньше: 1.6% и 0.85% соответственно; причём если в первых двух вариантах потери, связанные с учётом влияния внешней аэродинамической силы, составляли сотые доли процента, то при изменяемой форме выходного сечения сопла эти потери составляют уже порядка нескольких десятых. В случае V потери тяги – 2.45% оказались сопоставимы с полученными в случае II, таким образом, можно сделать вывод, что круглая форма поперечного сечения КС, более предпочтительная с точки зрения уменьшения тепловых и прочностных нагрузок по сравнению с прямоугольной, не приводит к дополнительным потерям тяги.

Во всех случаях полное давление в оптимальных соплах практически совпадало с заданным значением $p_{0\max}$. Во всех рассмотренных вариантах выходное сечение сопел перпендикулярно оси ЛА, таким образом, произвол, отвечающий за изменение положения выходного сечения в угловом направлении, оказался лишним.

В разделе 3.4 сформулирована и решена задача оптимального профилирования пространственного сопла того же ПВРД, о котором шла речь в разделе 3.3, но с более полным учётом аэродинамических характеристик ЛА при минимальном расходе топлива на крейсерском режиме. При этом угол β (угол между вектором тяги и вектором скорости набегающего потока), соот-

ветствующий оптимальному направлению вектора тяги (ВТ) сопла, определяется в процессе оптимизации.

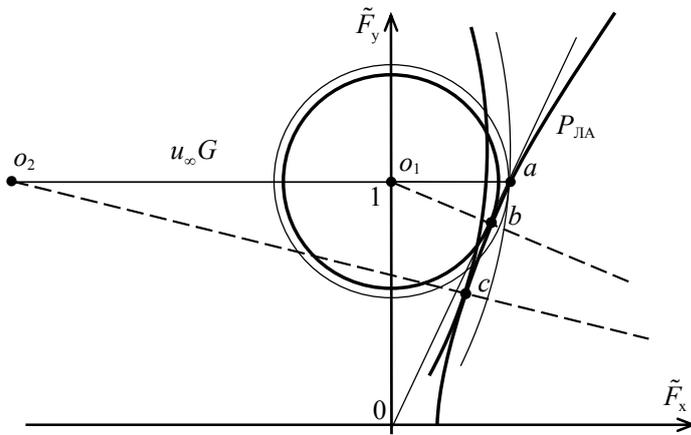


Рис. 0.10. Схема выбора оптимального направления вектора тяги

В п. 3.4.1 изложена постановка задачи: пусть известны поляр ЛА и его вес, также считается, что двигатель никак не влияет на поляр ЛА. На рис. 0.10 схематично представлены соображения о выборе оптимального направления ВТ идеального сопла так, чтобы при за-

данной поляре $P_{ЛА}$ и заданном весе mg , крейсерский режим достигался при минимальном значении модуля ВТ. На рис. 9 ось абсцисс совпадает с направлением вектора скорости набегающего потока u_∞ ; для удобства под ВТ подразумевается ВТ, взятый с обратным знаком; за масштаб силы выбрано значение веса ЛА. Поляра ЛА аппроксимируется простой квадратичной зависимостью вида:

$$\tilde{F}_x = (\tilde{F}_y^2 + 1) / 2K_{\max}, \quad \tilde{F}_{x,y} = F_{x,y} / mg,$$

где F_x , F_y – проекции силы, действующей на ЛА со стороны набегающего потока, а K_{\max} – максимальное аэродинамическое качество ЛА.

Окружности с центром в т. o_1 соответствуют годографу ВТ сопел ракетного двигателя, а дуги окружностей с центром в т. o_2 – годографам ВТ сопел ПВРД. Годограф внешней аэродинамической силы, действующей на ЛА, совпадает с $P_{ЛА}$. Если сопло обеспечивает крейсерский режим полёта при ВТ, направленном по вектору скорости набегающего потока, то модуль ВТ такого сопла должен быть равен длинам отрезков $|o_1a|$ и $|o_2a|$ для ракетного и воздушно реактивных двигателей соответственно. При этом в случае ракетного двигателя оптимальное направление ВТ сопла совпадает с лучом o_1b , т. b – ближайшая к т. o_1 точка поляры. Аналогично, для сопла ПВРД оптимальное направление задаётся лучом o_2c . Если предположить, что модуль ВТ идеаль-

ного сопла не меняется при его повороте, то, повернув ВТ сопла на оптимальное направление, можно получить избыток тяги, назовём его ε , который эквивалентен разнице радиусов более тонкой и более толстой дуг окружностей. Этот избыток тяги может быть, в свою очередь, переведён в экономию расхода топлива, поэтому в качестве критерия оптимизации уместно использовать величину $\varepsilon \rightarrow \max$. Буквально это означает, что при оптимизации сопла должно максимизироваться расстояние (с учётом знака) от точки годографа ВТ сопла до полярной ЛА. В этом случае оптимальное направление ВТ будет получаться автоматически.

Результаты оптимизации для тех же параметров, что и в разделе 3.3, содержатся в п. 3.4.2. Качество ЛА $K = 4$, а вес ЛА задавался из предположения, что сопло типа II, спрофилированное на осевое направление в разделе 3.3, обеспечивает заданный крейсерский режим полёта.

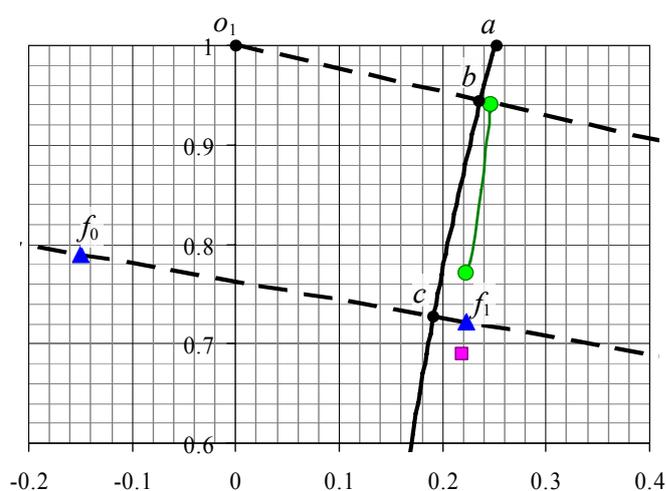


Рис. 0.11. Окрестность т. o_1 . Годограф вектора тяги спрофилированных сопел ПВРД

нанесены точки, соответствующие тягам получившихся сопел. Круглыми маркерами показаны две точки годографа ВТ сопла I, соответствующие начальному приближению – соплу, спрофилированному на заданное ($\beta = -4^\circ$) направление ВТ, а также соплу, полученному в результате оптимизации в рассмотренной постановке. Линия, соединяющая маркеры, демонстрирует эволюцию годографа ВТ в процессе оптимизации, при этом на график нанесены точки, посчитанные с учётом вклада внешней силы, который не учиты-

Рассмотрено два случая: I – вклад внешней аэродинамической силы при оптимизации не учитывался, (т. е. при вычислении критерия); II – учёт влияния внешней аэродинамической силы имел место непосредственно в процессе оптимизации сопла. На рис. 0.11 приведена окрестность точки o_1 , где на график

вался непосредственно при оптимизации. Квадратный маркер отвечает тяге сопла в случае II. ВТ спрофилированных сопел имеют направления весьма близкие к лучу o_2c ($\beta = -10.30^\circ$), полученному по одномерным соотношениям. Треугольные маркеры (т. f_0, f_1) отвечают тяге идеального сопла со степенью недорасширенности $p_c/p_a = 2$ у двигателя с коэффициентом восстановления полного давления в воздухозаборнике $\sigma = 0.2$. Точка f_0 – тяге при отсутствии подачи топлива, (получено по одномерным соотношениям), а точка f_1 – тяге сопла, обеспечивающего крейсерский режим полёта при осевом направлении ВТ. Считается, что это одновременно соответствует режиму максимальной подачи топлива. Тогда можно сказать, что, уменьшив тягу на «заработанный» в результате оптимизации избыток ε , можно сэкономить $\sim \varepsilon/|f_0 f_1|$ топлива, оставшись на том же крейсерском режиме.

На рис. 0.12 приведены двумерные проекции форм полученных оптимальных сопел: рис. 0.12,а соответствует случаю I. Для того чтобы сопло не получилось близким к плоскому симметричному соплу, которое перестанет быть оптимальным при учёте влияния обтекания кормовой части, в случае I у выходно-

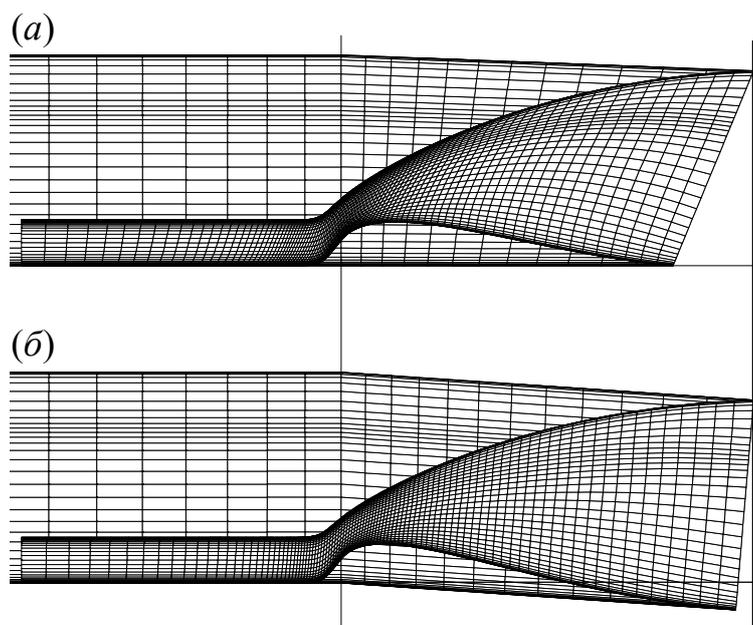


Рис. 0.12. Двумерные проекции спрофилированных сопел ПВРД

го сечения варьировался только угол наклона, который в результате получился существенно ненулевым, для того чтобы повернуть поток на оптимальный угол: $\beta = -8.48^\circ$. Сопло, изображённое на рис. 0.12,б, было получено с учётом влияния внешней силы: в отличие от случая I, сопло II имеет близкую к максимально возможной длину как верхней, так и нижней стенок, а оптимальный угол поворота потока $\beta = -11.46^\circ$ получается за счёт варьирования горла

и вертикального положения выходного сечения. В первом случае избыток тяги получившегося сопла $\varepsilon = 0.024$, что эквивалентно экономии расхода топлива $\Delta G_f = -5.9\%$; во втором случае: $\varepsilon = 0.034$, $\Delta G_f = -8.5\%$.

Можно сделать вывод, что решение задачи в предложенной постановке эквивалентно решению задачи профилирования сопла с максимальной проекцией ВТ на заданное направление, рассмотренной в разделе 3.3, если величину β задавать, исходя из одномерных теоретических оценок.

В главе 4 приведены примеры профилирования в рамках уравнений Рейнольдса проточной части переходных каналов, обеспечивающих низкий уровень потерь полного давления. Рассматривается 3 типа осесимметричных кольцевых каналов. Кроме того, для двигателя сложного термодинамического цикла рассматриваются пространственные переходные каналы. Профилирование пары пространственных каналов регенератора перспективного ТРДД со сложным термодинамическим циклом реализовано с помощью ещё одного прямого метода оптимизации нулевого порядка – метода исследования пространства параметров.

Раздел 4.1 посвящён профилированию осесимметричных кольцевых переходных каналов ТРДД. В п. 4.1.1 приведена постановка задачи: рассматривается осесимметричный кольцевой канал, основные геометрические параметры которого определяют

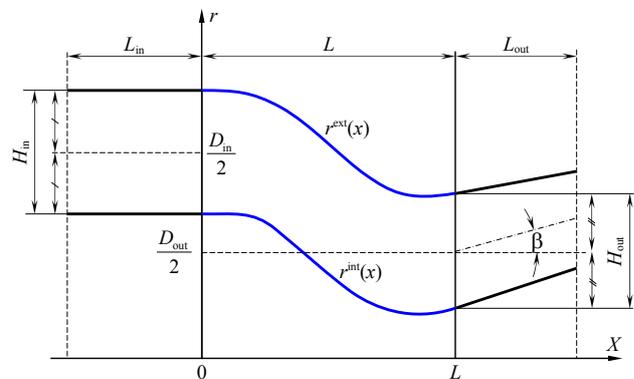


Рис. 0.13. геометрические характеристики канала и вид расчётной области

ся длиной его «криволинейного» участка L_0 (рис. 0.13). Направление средней линии переходного канала на его выходе составляет угол β с осью вращения канала. Профилирование осуществляется для 3-х типов переходных каналов: между вентилятором и подпорной ступенью (Тип 1), между подпорной ступенью и КВД (Тип 2), а также между ТВД и ТНД (Тип 3). Для каждого типа канала заданы газодинамические параметры на входе: p_0 – давление тормо-

жения, T_0 – температура торможения, G – массовый расход, α – угол закрутки потока в тангенциальном направлении. Для каждого типа переходного канала длины L необходимо спрофилировать оптимальные формы его образующих при заданных условиях, то есть требуется найти вид функций $r^{\text{int}}(x)$, $r^{\text{ext}}(x)$ на интервале $0 \leq x \leq L$. Критерием оптимизации является уровень газодинамической потерь в переходном канале. Кроме того, для определения влияния длины переходного участка L на газодинамические характеристики переходного канала, рассмотрены длины, близкие к базовой длине L_0 : $3/4 L_0$, $5/4 L_0$. Профилирование осуществляется в рамках уравнений Рейнольдса. В п. 4.1.2 описан способ аппроксимации формы каналов: как и ранее, верхняя и нижняя стенки каналов представлялись в виде кривых ББ 5-ого порядка. Для корректного описания течения на входе/выходе к основной геометрии добавлялись прямолинейные кольцевые участки постоянной площади поперечного сечения. Варьировались некоторые радиальные координаты контрольных точек кривых ББ, что соответствовало 4-м произволам. Положение остальных контрольных точек обеспечивало гладкую стыковку поверхности каналов и цилиндрических участков.

В п. 4.1.3 приводится методика расчёта потерь в переходном канале. Профилирование осуществлялось в квази-двумерной постановке: расчётная область представляла собой сектор с угловым размером 0.1° . Во входном сечении расчётной области задавался поток с однородными по высоте канала значениями давления торможения p_0 и температуры торможения T_0 , а также заданным направлением вектора скорости, определяемым величиной закрутки потока на входе в канал. Радиальная компонента вектора скорости на входе в канал задавалась равной нулю. На выходе из расчётной области задавалось фиксированное статическое давление p_e , обеспечивающее в выходном сечении канала требуемый массовый расход G . Коэффициент восстановления полного давления σ , определяемый по среднемассовым значениям давления торможения, рассчитывается как $\sigma = 1 - (1 - \sigma')(G/G')^2$, с поправкой, учитывающей, что при выбранном способе задания граничных условий расчётное

значение расхода G' отличается от требуемого. В качестве критерия оптимизации был выбран коэффициент сопротивления переходного канала ζ , который практически не зависит от уровня скоростей в канале, а значит и массового расхода:

$$\zeta = \left(\gamma R T_0 \left[\sigma^{(1-\gamma)/\gamma} - 1 \right] / (\gamma - 1) \right) / (V_{in}^2 / 2),$$

где γ – показатель адиабаты, R – газовая постоянная, V_{in} – среднемассовое значение модуля скорости на входе.

Результаты профилирования переходных каналов содержатся в п. 4.1.4. Из трёх типов рассматриваемых каналов 1-й и 2-й имели S-образную форму, то есть вход и выход имели осевое направление, а 3-й тип имел выход, направленный под углом $\beta = 45^\circ$ к оси двигателя. Газодинамические характеристики спроектированных каналов приведены на рис. 0.14.

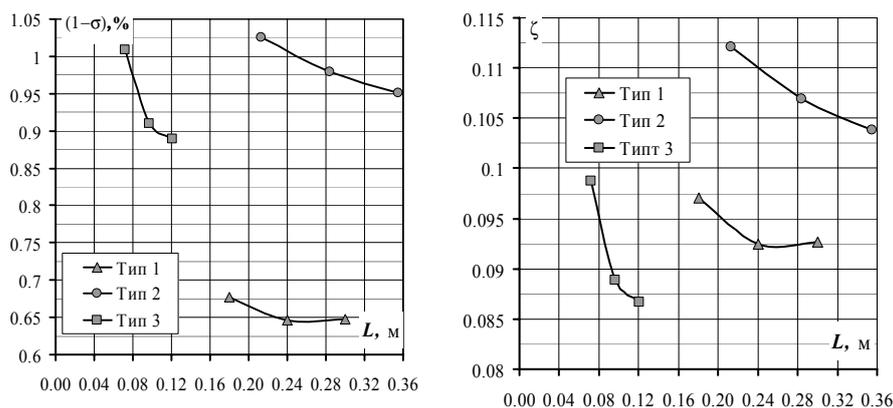


Рис. 0.14. Характеристики спроектированных каналов

Выбранный способ расчёта характеристик каналов и задания граничных условий приводит к появлению заметных потерь на начальном цилиндрическом участке вследствие интенсивного роста пограничного слоя. Для оптимального канала (Тип 2) базовой длины $L_0 = 0.28$ м вклад в общее сопротивление входного цилиндрического участка составляет 0.052, то есть почти половину всего сопротивления ζ и, следовательно, реальное сопротивление оптимального переходного канала в данном случае составляет $\zeta_1 = 0.055$. У канала со сравнительно мягкими условиями стыковки образующих на входе

и выходе (Тип 1) имеет место оптимальная длина криволинейного участка, при которой потери в канале минимальны.

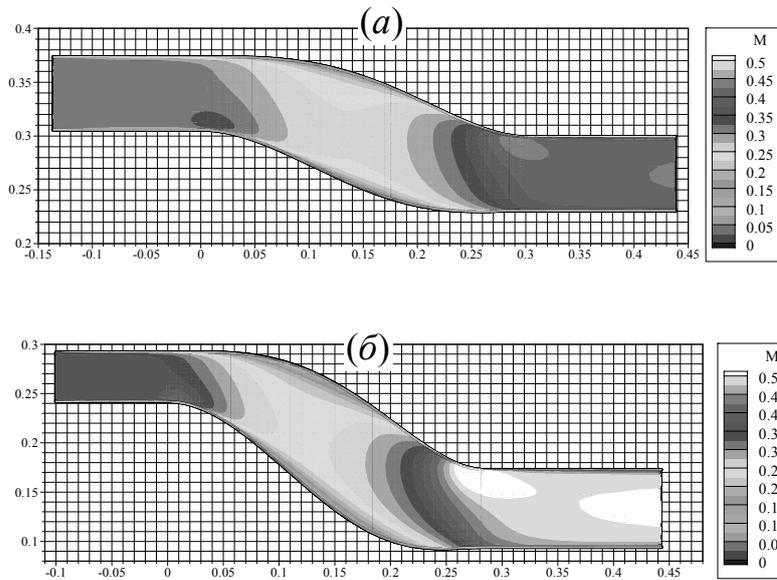


Рис. 0.15. Формы и поля чисел Маха в спрофилированных каналах

Типа 1 рис. 0.15,а и Типа 2 рис. 0.15,б, где площадь поперечного сечения переходного канала локально увеличивается при общем сужении.

Для сравнения характеристик оптимальных переходных каналов с неоптимальными был проведён расчёт течения в неоптимальном переходном канале (Тип 2) базовой длины, который обладает высокой монотонностью геометрических характеристик. Сопротивление рассматриваемого канала $\zeta = 0.130$, что на 21 % больше сопротивления аналогичного оптимального канала. А с учётом сопротивления цилиндрического участка неоптимальный переходный канал имеет на 47 % большее сопротивление.

Для обоснования применимости осесимметричной постановки были выполнены пространственные расчёты течения (в секторе с угловым размером 90°) в спрофилированных каналах Тип 2 и Тип 3, которые показали, что уровень потерь в каналах, а также осесимметричная картина течения сохраняется и в пространственном случае.

В разделе 4.2 рассмотрена задача профилирования пары пространственных каналов регенератора перспективного ТРДД сложного термодинамического цикла. Рассматриваемые каналы таковы, что одним их своих концов

Оптимальная образующая переходного канала может содержать выраженный диффузорный участок, даже если переходный канал в целом конфузоре. Это видно при внимательном рассмотрении полученных оптимальных форм переходных каналов.

они присоединяются к осесимметричной части проточного тракта двигателя, поэтому их поперечное сечение в этих местах представляет собой кольцевой сектор, смежный с аналогичным сектором соседних каналов (угол сектора $\beta = 18^\circ$ соответствует 20-ти подводящим/отводящим каналам регенератора). На другом конце форма сечения задана в виде трапеции, что и обуславливает пространственную форму профилируемых каналов. Постановка задачи приведена в п. 4.2.1: заданы геометрические характеристики каналов, – высоты и средние диаметры входа и выхода, степени расширения, длина профилируемого участка в осевом направлении, и газодинамические – расход газа G_0 , полное давление p_0 и температура T_0 , коэффициенты скорости λ . В п. 4.2.2 описана аппроксимация формы каналов. При профилировании поперечное сечение каналов представлялось в виде слабо криволинейного четырехугольника. Формы каналов задавались положением пространственной параметрической кривой и функциями распределения толщин и высот вдоль неё. Профилирование пары каналов сводится к решению задачи оптимизации с 11 произвольными. П. 4.2.3 посвящён описанию метода оптимизации, используемому при поиске решений – методу исследования пространства параметров. Этот метод позволяет получить решения, обеспечивающие низкий уровень газодинамических потерь, удовлетворяющие условию взаимного непересечения подводящего/отводящего каналов, без решения задачи о пересечении двух произвольных невыпуклых поверхностей.

Результаты оптимизации представлены в п. 4.2.4. Из множества решений, полученных в результате оптимизации методом исследования пространства параметров, была выбрана пара непересекающихся каналов, обеспечивающих низкий уровень газодинамических потерь (рис. 0.16). Согласно расчётам, потери полного давления в спрофилированном подводящем S-образном канале соответствуют значениям

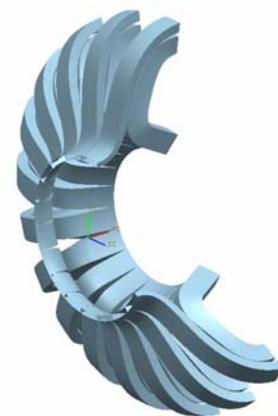


Рис. 0.16. Пространственный вид компоновки спрофилированных каналов

$\sigma = 0.9961$, $\zeta = 13.69\%$, и в отводящем С-образном канале $\sigma = 0.9965$, $\zeta = 27.61\%$.

Заключение

Современный уровень вычислительной техники даёт возможность широкого использования прямых методов оптимизации для профилирования различных элементов двигателя. При этом качество результатов такого профилирования будет во многом зависеть от способа описания геометрии профилируемого объекта и от корректности расчёта значений критериев. Аprobация авторской модификации метода исчерпывающего градиентного спуска с использованием полиномов Бернштейна при аппроксимации формы на задаче профилирования сверхзвуковой части осесимметричного сопла Лавалья максимальной тяги показала эффективность данного метода применительно к задачам оптимизации формы переходных каналов и сопел ракетных двигателей.

1. На основе предложенного подхода решены следующие задачи оптимального профилирования:
 - 1.1. В рамках уравнений Эйлера решена задача профилирования пространственной сверхзвуковой части сопла в плотной многосопловой компоновке. Полученные пространственные сверхзвуковые части с круглой формой критического сечения выигрывают у оптимальных осесимметричных сопел, удовлетворяющих тем же габаритным ограничениям, по удельной тяге от 0.44% до 0.6%. Выигрыш спрофилированной псевдо пространственной сверхзвуковой части сопла, при 3-х варьируемых параметрах, по сравнению с оптимальной осесимметричной сверхзвуковой частью по удельной тяге составил 0.28%. Полученная при заданных граничных условиях, в том числе массовом расходе воздуха, и габаритных ограничениях сверхзвуковая часть с варьируемой формой критического сечения выигрывает по удельной тяге у оптимальной осесимметричной сверхзвуковой части сопла 0.68%.

- 1.2. В рамках уравнений Рейнольдса спрофилированы околозвуковые сопла двигателя с малой инфракрасной заметностью. Проведено исследование влияния длины сопел на их оптимальные характеристики. Рассмотрено 2 способа аппроксимации поверхности сопла: во всех рассмотренных случаях наилучшие характеристики имели сопла, аппроксимированные в поперечном направлении с использованием кубических однородных рациональных В-сплайнов. Потери тяги таких сопел по сравнению с одномерным идеальным соплом не превышают 1% в диапазоне длин L от 2 до 8 (в калибрах радиуса входа). При $L = 1$ потери тяги составили порядка 5%.
- 1.3. В рамках уравнений Эйлера решена задача профилирования пространственного сопла ПВРД максимальной в заданном направлении тяги с учётом влияния обтекания приближённой формы кормовой части. Профилировалась как сверхзвуковая часть сопла, так и дозвуковая. Полученные результаты демонстрируют малые потери тяги спрофилированных сопел по сравнению с одномерным идеальным соплом: от 3.5 до 1%. При этом возможность уменьшения потерь тяги, с одной стороны, связана с профилированием горла сопла, благодаря чему поверхность сверхзвуковой части оптимальных конфигураций близка к симметричной, а с другой – с умеренным ослаблением габаритных ограничений, которое, тем не менее, приводит к существенному улучшению тяговых характеристик. Расчётное сравнение спрофилированных сопел с базовыми прототипами сопла экспериментального образца-демонстратора высокоскоростного ПВРД ПМ-3 показало, что спрофилированные сопла выигрывают по тяге у базовых прототипов в рамках одинаковых габаритных ограничений от 3% до 5%.
- 1.4. Сформулирована и решена задача оптимального профилирования пространственного сопла ПВРД с учётом аэродинамических характеристик ЛА с минимальным расходом топлива на крейсерском режиме. Для заданного крейсерского режима спрофилированные сопла обеспе-

чивают от 6 до 8.5% уменьшения удельного расхода топлива по сравнению с оптимальным пространственным соплом, удовлетворяющим тем же габаритным ограничениям, спрофилированным на осевое направление вектора тяги. При этом углы поворота вектора тяги оптимальных сопел оказываются существенно ненулевыми: -8.48° и -10.46° ; и весьма близкими к оптимальному направлению вектора тяги -10.30° , полученному, исходя из одномерных оценок. Во всех рассмотренных случаях сверхзвуковые части оптимальных сопел ПВРД получаются близкими к симметричной (двусторонней) за счёт профилирования формы горла. Этот результат отличается от классического рассмотрения несимметричных плоских сопел ПВРД, которые в действительности не являются оптимальными для заданного режима полёта при наличии габаритных ограничений.

- 1.5. Построены оптимальные формы образующих осесимметричных кольцевых переходных каналов трёх типов в диапазоне длин от $3/4$ до $5/4$ от базовой длины, обеспечивающих низкий уровень потерь полного давления. Расчёт потерь в каналах осуществлялся интегрированием уравнений Рейнольдса. Для рассмотренных каналов между вентилятором и подпорной ступенью показано, что существует оптимальная длина, при которой потери в канале минимальны. Установлено, что оптимальная образующая переходного канала может содержать выраженный диффузорный участок, даже если переходный канал в целом конфузоре.
2. С помощью метода исследования пространства параметров реализовано профилирование пары пространственных каналов регенератора перспективного ТРДД сложного термодинамического цикла. Из полученного множества Парето-оптимальных решений выбрана пара каналов, удовлетворяющих наложенным габаритным ограничениям и обеспечи-

вающих низкий расчётный уровень потерь полного давления (0.5-1%) на канал.

Благодарности

Автор выражает глубокую благодарность научному руководителю диссертации доктору технических наук, профессору Крашенинникову С. Ю., за помощь, консультации и внимание к работе. Кроме того, автор не может не подчеркнуть особую роль Пьянкова К. С., а также поблагодарить его за неоценимую помощь, оказанную автору во время работы над диссертацией. Также автор выражает искреннюю признательность Крайко А. Н. и Тилляевой Н. И. за помощь, терпение, полезные замечания и плодотворные обсуждения результатов работы.

Работы, в которых опубликованы основные результаты диссертации

По результатам работы опубликовано 18 работ, в том числе, 5 статей в ведущих рецензируемых журналах из Перечня ВАК. В прилагаемом списке эти статьи выделены жирным шрифтом.

1. *Крайко А. А., Пьянков К. С.* Разработка эффективных прямых методов в задачах построения сверхзвуковых частей сопел максимальной тяги // XX школа-семинар Аэродинамика летательных аппаратов. Тезисы докладов. — М.: Изд-во ЦАГИ. 2009. С. 81-82.
2. *Крайко А. А.* Разработка эффективных прямых методов в задачах построения оптимальных аэродинамических форм // IX Международная школа-семинар «Модели и методы аэродинамики». Тезисы докладов. — М.: МЦНМО. 2009. С. 109-110.
3. *Крайко А. А., Крайко А. Н., Пьянков К. С.* Профилирование оптимальных пространственных сопел в плотной многосопловой компоновке // XXI научно-техническая конференция по аэродинамике. Тезисы докладов. — М.: Изд-во ЦАГИ. 2010. С. 107.

4. **Крайко А. А., Пьянков К. С. Эффективные прямые методы в задачах построения оптимальных аэродинамических форм // Ж. выч. Мат. и матем. физ. 2010. Т. 50. №9. С. 1624-1631.**
5. Крайко А. А., Пьянков К. С. Профилирование оптимальных пространственных сопел в плотной многосопловой компоновке // X Международная школа-семинар «Модели и методы аэродинамики». Тезисы докладов. — М.: МЦНМО. 2010. С. 87-88.
6. Крайко А. А., Пьянков К. С. Прямые методы в задачах построения оптимальных аэродинамических форм // Теоретическая и прикладная газовая динамика. Труды ЦИАМ №1341. Т. 2. — М.: Торус-Пресс. 2010. С. 42-54.
7. Крайко А. А., Пьянков К. С. Прямые методы профилирования оптимальных пространственных аэродинамических форм // Труды 54-й научной конференции МФТИ «Проблемы фундаментальных и прикладных естественных и технических наук в современном информационном обществе». Аэромеханика и летательная техника. — М.: МФТИ. 2011. С. 22-23.
8. **Крайко А. А. Прямые методы профилирования оптимальных пространственных аэродинамических форм // Вестник Нижегородского университета им. Н. И. Лобачевского. 2011. №4. Ч. 3. С. 886-888.**
9. Крайко А. А., Пьянков К. С. Прямые методы профилирования оптимальных пространственных аэродинамических форм. Переходные каналы. Сопло ПВРД // XXII научно-техническая конференция по аэродинамике. Тезисы докладов. — М.: Изд-во ЦАГИ. 2011. С. 93.
10. Крайко А. А., Пьянков К. С. Прямые методы профилирования оптимальных пространственных аэродинамических форм. Переходные каналы. Сопло ПВРД // XI Международная школа-семинар «Модели и методы аэродинамики». Тезисы докладов.— М.: МЦНМО. 2011.
11. Крайко А. А., Пьянков К. С. Профилирование оптимальных пространственных сопел с учётом аэродинамических характеристик ЛА // XXIII научно-техническая конференция по аэродинамике. Тезисы докладов. — М.: Изд-во ЦАГИ. 2012. С. 141-142.

12. *Крайко А. А., Пьянков К. С.* Профилирование оптимальных пространственных сопел высокоскоростного ВРД-демонстратора с учётом аэродинамических характеристик ЛА // XII Международная школа-семинар «Модели и методы аэродинамики». Тезисы докладов. — М.: МЦНМО. 2012. С. 117-118.
13. *Исакова Н. П., Крайко А. А., Пьянков К. С.* Профилирование оптимального пространственного сопла ПВРД с учётом аэродинамических характеристик летательного аппарата // Труды Центрального Аэрогидродинамического Института им. Н. Е. Жуковского. — М.: ЦАГИ. 2012. Вып. 2710: Реактивные сопла перспективных гражданских самолетов.
14. *Исакова Н. П., Крайко А. А., Пьянков К. С.* **Прямой метод профилирования оптимальных пространственных аэродинамических форм // Ж. выч. мат. и матем. физ. 2012. Т 52. № 11. С. 1976-1982.**
15. *Крайко А. А., Крайко А. Н., Пьянков К. С., Тилляева Н. И.* **О профилировании контуров сопел, реализующих при кривой звуковой линии равномерный сверхзвуковой поток или максимум тяги // Изв. РАН МЖГ. 2012. № 2. С. 97-113.**
16. *Крайко А. А., Пьянков К. С.* Профилирование переходных каналов газоздушного тракта перспективных ТРДД // XXIV научно-техническая конференция по аэродинамике. Тезисы докладов. — М.: Изд-во ЦАГИ. 2013. С. 152-153.
17. *Крайко А. А., Пьянков К. С.* Профилирование переходных каналов газоздушного тракта перспективных ТРДД // XIII Международная школа-семинар «Модели и методы аэродинамики». Тезисы докладов. — М.: МЦНМО. 2013. С. 121-122.
18. *Крайко А. А., Пьянков К. С.* **Профилирование оптимальных пространственных сопел // Изв. РАН МЖГ. 2014. №1. С. 141-153.**

ГЛАВА 1. Прямые методы профилирования осесимметричной сверхзвуковой части сопла Лавалья максимальной тяги

Введение

Задача построения сверхзвуковой части сопла максимальной тяги при заданных только габаритных ограничениях стала классической вариационной задачей газовой динамики [3, 5, 6, 13, 14]. При отсутствии других ограничений (изопериметрических условий) на основе Метода Контрольного Контура (МКК) получены условия оптимальности, позволяющие в рамках уравнений Эйлера с использованием метода характеристик построить точное решение указанной задачи. В случае более сложных изопериметрических условий для точного решения рассматриваемой вариационной задачи необходимо привлекать довольно громоздкий и трудоемкий Общий Метод Множителей Лагранжа (ОММЛ) [3, 5, 14]. Реализация полученных с его помощью условий оптимальности требует совместного решения краевых задач для уравнений в частных производных, как для параметров течения, так и для множителей Лагранжа. Опыт применения ОММЛ в других задачах газовой динамики показывает, что построенные на его основе единичные решения могут использоваться лишь как ориентир при создании других, более эффективных, хотя и приближенных методов оптимального проектирования.

Таким образом, незаменимым практическим инструментом в решении задачи построения оптимального сопла в общей постановке являются прямые методы. Однако их серьезный недостаток заключается в необходимости выполнения большого числа расчётов целевой функции, что в задачах газовой динамики чаще всего требует серьёзных временных затрат. Ниже для решения поставленной задачи профилирования оптимальной сверхзвуковой части осесимметричного сопла Лавалья предлагается использовать прямой метод исчерпывающего градиентного спуска. Авторская реализация этого стандартного прямого метода первого порядка имеет ряд особенностей, главной из которых является использование полиномов Бернштейна при аппроксима-

ции формы контура образующей сверхзвуковой части сопла. Благодаря такой аппроксимации предложенный прямой метод позволяет быстро и эффективно профилировать сверхзвуковые части сопел весьма близкие по своим характеристикам к точному решению, полученному МКК. Кроме сравнения с точным решением проведено сравнение с соплами, полученными с помощью ещё одного весьма эффективного метода – Метода Локальной Линеаризации (МЛЛ), предложенного С. А. Таковицким [50, 51].

Довольно часто при проектировании реальных двигателей возникают конструкционные ограничения на габариты сопел, в частности на их длину и радиус выходного сечения. Эти ограничения, как правило, связаны с размерами пусковых установок, пусковых шахт и т. д. В последнее время при оптимизации сопел борьба идёт за доли процента тяги, ввиду чего, помимо габаритов, заметную роль начинает играть вес сопла. Таким образом, абсолютно естественным было бы реализовать оптимизацию сопла при заданном весе. Задача оптимального профилирования с учётом веса рассмотрена Стерниным Л. Е. в [9], она решена для случая, когда вес сопла зависит лишь от выходного радиуса, в этом случае правильный результат сводится к некоторой модификации условия Буземана. Очевидно, что в действительности вес сопла зависит не только от значения радиуса выхода, но и от формы образующей, а также от распределения сил давления, действующих на стенку. Решение задачи в такой постановке представляется отнюдь не тривиальным, так как это требует хотя бы приближённого учёта свойств материала, а значит, привлечения математического аппарата механики твёрдого тела. В настоящей работе, вместо решения задачи с фиксированным весом, была решена задача оптимизации сопла при фиксированной площади его поверхности. Выбор такого изопериметрического условия был обусловлен, прежде всего, тем, что интуитивно функционал площади кажется более близким к функционалу веса, чем длина сопла. Кроме того, ограничения на площадь боковой поверхности могут возникать, если принять во внимание необходимость охлаждения сопла, что опять-таки сказывается на общем весе. Изопериметрическое условие

такого рода не позволяет решать задачу оптимизации в точной постановке, и прямые методы оказываются незаменимым инструментом для поиска оптимальных конфигураций.

В качестве ещё одного примера, не допускающего решения на основе точных вариационных методов, но крайне интересного с практической точки зрения, рассмотрена оптимизация с непосредственным учётом влияния вязкости.

1.1. Постановка задачи

Рассматривается сверхзвуковая часть осесимметричного сопла Лавала с изломом в начальной точке (рис. 1. 1). Заданными считаются внешнее давление p_+ , а также параметры однородного осевого потока в критическом сечении радиуса r : полное давление и температура газа в камере сгорания – p_0 , T_0 , соответственно, а также близкое к единице сверхзвуковое число Маха, что при известных параметрах торможения определяет все остальные параметры течения в этом сечении. Отметим, что в [60] было показано, что учёт неравномерности потока на входе в сверхзвуковую часть слабо влияет на её оптимальную форму. На длину сверхзвуковой части сопла L или на площадь её боковой поверхности S накладываются габаритные ограничения. Необходимо спроектировать контур сверхзвуковой части, реализующий максимум тяги или, - что в данном случае равносильно, - интеграла сил давления, действующих на сверхзвуковую часть сопла, χ при заданных условиях и ограничениях.

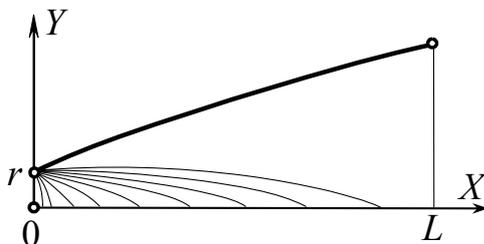


Рис. 1.1. Сверхзвуковая часть сопла Лавала с изломом в начальной точке

С точностью до постоянного множителя, (равном 2π в осесимметричном случае), интеграл сил давления определяется, как:

$$\chi = \int_0^L y^v p y' dx - \frac{P_+}{1+v} y_L^{1+v} \rightarrow \max, \quad (1.1)$$

где p – давление, y_L – ордината среза сопла, (радиус выходного сечения), $v = 0$ в плоском случае и $v = 1$ в осесимметричном.

Для удобства в качестве масштаба длины задавался радиус критического сечения r , за единицу давления и температуры принимались их критические значения. Задача решается прямыми методами оптимизации, как в рамках уравнений Эйлера, так и в рамках уравнений Навье-Стокса.

1.2. Метод исчерпывающего градиентного спуска с аппроксимацией искомой формы образующей сопла кривыми Бернштейна-Безье

К наиболее известным прямым методам первого порядка решения задачи безусловной оптимизации можно отнести, так называемые, градиентные методы, подробно описанные в литературе, например в [44]. Суть этих методов заключается в следующем: задавшись некоторым начальным приближением, - координатами точки в пространстве параметров задачи \mathbf{x}^0 , - в данной точке вычисляется градиент функции цели (критерия), после чего осуществляется движение вдоль градиента в новую точку \mathbf{x}^1 , где операция повторяется.

В зависимости от того, каким образом осуществляется движение вдоль градиента, различают те или иные модификации метода простого градиентного спуска, в котором движение осуществляется с постоянным, положительным шагом до тех пор, пока не будет достигнута заданная точность. Под точностью здесь следует понимать, не точность сходимости к реальному оптимуму, а лишь точность, гарантирующую отличие значений критерия на двух последовательных итерациях не более чем на заданную величину, что позволяет надеяться, но вовсе не гарантирует сходимость к реальному оптимуму.

В задаче размерности N для выполнения одной итерации необходимо выполнить $2N$ расчётов значений критерия при вычислении градиента с по-

мощью центральной разности, и $P \geq 1$ расчётов значений критерия при движении в найденном направлении. Таким образом, в задачах, где $N \gg 1$, выгоднее, с точки зрения уменьшения числа прямых расчётов, как можно более эффективно двигаться вдоль найденного направления, увеличивая тем самым значение P . В случае, когда расчёт значения критерия занимает ничтожно малое время, вопрос об эффективности выбранного способа движения по градиенту при нынешних вычислительных мощностях не так принципиален. Если же время каждого отдельного расчёта критерия велико, что относится как раз к задачам профилирования аэродинамических форм, проблема эффективного движения вдоль найденного направления, напротив, стоит особенно остро.

Одной из модификаций метода простого градиентного спуска является метод исчерпывающего градиентного спуска, отличие которого заключается в том, что величина шага при движении по градиенту меняется таким образом, что оптимум целевой функции в данном направлении достигается с заданной точностью, после чего одна итерация процесса оптимизации считается завершённой.

Именно с помощью авторской реализации метода исчерпывающего градиентного спуска был получен основной объём приведённых в работе результатов. Не останавливаясь подробно на деталях «внутренней кухни» реализованного алгоритма, нельзя не отметить такой момент, как выбор величины приращения каждого варьируемого параметра при вычислении градиента. Итак, если считать, что критерий есть функция $F(x_1, x_2, \dots, x_N)$, то координаты точки нового приближения на i -ой итерации, вычисляются как:

$$\mathbf{x}^{i+1} = \mathbf{x}^i + s^i \text{grad } F(\mathbf{x}^i) / \|\text{grad } F(\mathbf{x}^i)\|,$$

где s^i – величина шага. k -ая компонента градиента на i -ой итерации вычисляется с помощью центральной разности вида:

$$\begin{aligned} \text{grad}_k F^i &= \frac{F(x_1^i, x_2^i, \dots, x_k^i + \Delta x_k^i, \dots, x_N^i) - F(x_1^i, x_2^i, \dots, x_k^i - \Delta x_k^i, \dots, x_N^i)}{2\Delta x_k^i} = \\ &= \frac{F_k^{i+} - F_k^{i-}}{2\Delta x_k^i} = \frac{\Delta F_k^i}{2\Delta x_k^i}, \end{aligned} \quad (1.2)$$

где Δx_k^i – величина приращения k -ого варьируемого параметра на текущей i -ой итерации, а за ΔF_k^i обозначили величину соответствующего приращения критерия.

С точки зрения уменьшения времени сходимости процесса оптимизации будет лучше организовать вычисление градиента таким образом, чтобы приращения параметров при варьировании Δx_k^i были соизмеримы с расстоянием до точки оптимума \mathbf{x}^* по соответствующей координате, то есть:

$$\Delta x_k^i \approx |x_k^i - x_k^*|. \quad (1.3)$$

Очевидно, что из-за произвольного вида функции $F(x_1, x_2, \dots, x_N)$ гарантированно выполнить условие (1.3) не получится, однако, можно пытаться удовлетворить условию (1.3) и задавать амплитуды варьирования параметров Δx_k^{i+1} на следующей итерации, располагая информацией о значениях $F(x_1, x_2, \dots, x_N)$, вычисленных для дискретного набора точек с текущей итерации.

Итак, введём следующие критерии, которые в дальнейшем будут определять амплитуды варьирования Δx_k^{i+1} :

$$\begin{aligned} C_{1,k}^i &= \frac{|F_k^{i+} - F_0^i| + |F_k^{i-} - F_0^i|}{2\overline{F^i}}, & C_{2,k}^i &= \frac{3|F_k^{i+} - 2F_0^i + F_k^{i-}|}{\Delta F_0^i + |\Delta F_k^i|}, \\ \overline{\Delta F_0^i} &= \sqrt{\frac{\sum_{k=1}^N \left((F_k^{i+} - F_0^i)^2 + (F_k^{i-} - F_0^i)^2 \right)}{2N}}, \end{aligned} \quad (1.4)$$

где F_0^i – значение функции $F(x_1, x_2, \dots, x_N)$ в текущей центральной точке \mathbf{x}^i . Можно сказать, что критерий C_1 – это относительный коэффициент приращений, а C_2 – относительный коэффициент кривизны. Начиная с выполнения

первой итерации градиентного спуска, на каждой последующей итерации также известна величина шага по градиенту $s^i = \|\mathbf{x}^{i+1} - \mathbf{x}^i\| / \|\text{grad}(F^i)\|$. Используя вычисленные в соответствии с (1.4) коэффициенты $C_{1,k}^i, C_{2,k}^i$, а также полученную величину s^i , амплитуды варьирования параметров Δx_k^{i+1} определялись следующим образом:

$$\Delta x_k^{i+1} = m_k \Delta x_k^i,$$

$$m_k = s_0^{\langle -\log_{s_0} C_{\Sigma,k}^i + b \rangle}, \quad C_{\Sigma,k}^i = C_{1,k}^i + C_{2,k}^i,$$

где $\langle * \rangle$ обозначает операцию округления до ближайшего целого числа; s_0 есть константа, которая является некоторой характерной величиной масштабирования, (далее считалось, что $s_0 = \sqrt{2}$); а величина среднего коэффициента масштабирования b на каждой итерации выбиралась так, чтобы удовлетворить условию:

$$\left| s^i - \sqrt[N]{\prod_{k=1}^N s_0^{\langle -\log_{s_0} C_{\Sigma,k}^i + b \rangle}} \right| \rightarrow \min.$$

Основной недостаток прямых методов оптимизации – необходимость перебора множества вариантов, что естественно требует большого количества вычислений. Поэтому, когда речь идёт о современных прикладных задачах, в особенности задачах газовой динамики, требующих длительных расчётов, проблема «затратности» прямых методов становится весьма заметной даже при современном стремительном развитии многоядерных кластеров. Уменьшение времени оптимизации возможно за счёт уменьшения числа варьируемых параметров N , что, в свою очередь, требует тщательного выбора способа аппроксимации искомой формы оптимизируемого объекта. В этом смысле удобные при теоретическом анализе [52] ортонормированные, образующие полные системы функции, например, тригонометрические, или полиномы Чебышева, крайне неудачны для представления функций, задающих практически интересные аэродинамические формы, в частности, сверхзвуковую часть сопла. Уже из-за обязательной их знакопеременности представить

оптимизируемую поверхность малым числом таких функций невозможно, несмотря на это до недавнего времени совершались попытки их использования при оптимизации прямыми методами (см., например, [53]). Подобными недостатками не обладают сплайны, которые представляют собой гладкие параметрические кривые, однозначно задаваемые массивом контрольных точек. По виду связи координат точки сплайновой кривой и координат контрольных точек различают те или иные типы сплайнов [61].

Для аппроксимации формы образующей оптимизируемой осесимметричной сверхзвуковой части сопла Лаваля были выбраны сплайновые кривые Безье. Точка кривой Безье $\mathbf{P}(t)$, заданной массивом из $(N+1)$ контрольной точки \mathbf{P}_i , определяется выражением следующего вида:

$$\mathbf{P}(t) = \sum_{i=0}^N B_i^N(t) \mathbf{P}_i, \quad (1.5)$$

где параметр вдоль кривой $t \in [0,1]$, а $B_i^N(t)$ – полиномы Бернштейна:

$$B_i^N(t) = C_i^N t^i (1-t)^{N-i} = \frac{N!}{i!(N-i)!} t^i (1-t)^{N-i}. \quad (1.6)$$

Здесь необходимо сделать отступление. Дело в том, что сплайновые кривые вида (1.5) принято именовать кривыми Безье в честь французского конструктора Пьера Безье, применившего кривые такого типа при проектировании элементов кузова автомобиля. Однако, Безье просто использовал полиномы Бернштейна, описанные Сергеем Натановичем ещё в 1912 году, в качестве базисных многочленов при разложении. Не умаляя заслуг Пьера Безье, не будем забывать и о вкладе нашего соотечественника С. Н. Бернштейна, предложившего полиномы, использование которых, как будет показано ниже, оказалось столь удачным при аппроксимации целого ряда профилируемых аэродинамических форм. Исходя из вышесказанного, далее вместо термина «кривая Безье» будет употребляться термин «кривая Бернштейна-Безье» (КББ).

Аппроксимация сплайнами формы сопла при оптимизации уже применялась ранее, например, в [48] при оптимизации пространственных и осе-

симметричных сопел. В указанной работе сопла аппроксимировались кубическими сплайнами, а спрофилированное осесимметричное сопло практически не уступало по интегралу сил давления соплу, полученному ОММЛ. Однако, в отличие от кубических сплайнов, КББ обладают рядом весьма удобных свойств. Важное достоинство КББ – это линейная зависимость координат кривой $P(t)$ от координат контрольных точек P_i , причём эта зависимость явная, тогда как в кубическом сплайне координаты сплайновой кривой находятся из решения системы линейных алгебраических уравнений. Кроме того, КББ обладают свойством монотонности: изменение координат точек КББ монотонно зависит от изменения координат контрольных точек. КББ в общем случае проходит лишь через крайние контрольные точки, в которых она касается, так называемой, контрольной ломаной, соединяющей контрольные точки P_i . Это свойство может быть весьма полезным в задачах, где необходимо учитывать стыковку оптимизируемых объектов, (например, дозвуковой и сверхзвуковой частей сопла), или важно фиксировать производную на концах. Исходя из перечисленных соображений, и родилась идея аппроксимировать форму сверхзвуковой части сопла именно КББ. Выбор такого способа аппроксимации полностью себя оправдал: как показали проведённые расчёты, уже при трёх контрольных точках КББ, что равносильно всего двум варьируемым параметрам, спрофилированные сопла оказались близкими к соплам, полученным МКК, с точностью не хуже 0.03% по коэффициенту тяги (отношению тяги сопла к тяге идеального сопла с расчётным перепадом и равномерным потоком на срезе) в широком диапазоне длин.

Результаты, излагаемые в данной главе, были опубликованы в [38], однако в этой работе нет ссылки на более раннюю работу [49], которая так же посвящена прямой оптимизации, в том числе и сверхзвуковой части сопла Лавалья, которая аппроксимируется кубической сплайновой кривой. В той же работе рассмотрен пример профилирования диффузора с заданным распределением давления на оси симметрии, который аппроксимируется КББ. Тем не менее, две эти, на первый взгляд сходные по постановке, работы разнятся

в своей содержательной части: в [49] основной акцент сделан на апробации прямого метода «имитации отжига» и на организации сопутствующих параллельных вычислений, при этом вопрос о близости полученных сопел к точному решению, как таковой, не ставился и, соответственно, не освещался. В противоположность такому подходу, забегая вперёд, следует отметить, что одним из главных выводов настоящей работы должен стать вывод о том, что эффективность прямой оптимизации, в первую очередь, будет зависеть от того, насколько корректно аппроксимируется геометрия оптимизируемого объекта и выполнен расчёт значения критерия. Именно эти два условия вместе с выбором подходящего для данной конкретной задачи прямого метода оптимизации являются необходимыми условиями получения решения, близкого к оптимальному. В противном случае эффективность любого прямого метода сводится к нулю.

В случае оптимизации сверхзвуковой части сопла с заданной площадью боковой поверхности приведённый выше алгоритм остаётся практически неизменным, за исключением двух моментов. Во-первых, при новом изопериметрическом условии теряет смысл габаритное ограничение на фиксированную длину сопла, при этом может быть актуальным ограничение на максимально допустимую длину сопла. В связи с этим, длина сопла выступает в качестве дополнительного произвола, повышая размерность задачи оптимизации на единицу. Во-вторых, выполнение изопериметрического условия обеспечивается линейным масштабированием координат контрольных точек КББ P_i для каждого рассчитываемого варианта так, чтобы площадь боковой поверхности с высокой точностью имела заданное значение.

1.3. Метод локальной линеаризации

Как уже отмечалось, основной недостаток прямых методов в задачах газовой динамики – это требование большого числа прямых газодинамических расчётов. В предыдущем разделе шла речь о классических прямых методах, в которых число прямых расчётов пропорционально числу варьируемых параметров, задающих форму оптимизируемого объекта. Уменьшение

же времени оптимизации связано, главным образом, с удачной аппроксимацией формы профилируемого объекта. Другой путь уменьшения времени, необходимого для получения близких к оптимальным решений – это создание таких методов, в которых число прямых расчётов не зависит от числа варьируемых параметров (управлений). Именно к такому типу методов можно отнести метод локальной линеаризации, предложенный С. А. Таковицким, применимый, правда, только к построению тех участков оптимизируемых поверхностей, которые обтекаются сверхзвуковым потоком, что существенно ограничивает область его применимости, а учёт вязкости возможен лишь в приближённом виде. Если говорить о МЛЛ применительно к построению сверхзвуковой части осесимметричного сопла Лавалья в рамках уравнений Эйлера, то ниже будет показано, что при любом числе управлений МЛЛ позволяет получать сопла, близкие к оптимальным, с высокой точностью за 5-8 итераций, причём каждая итерация требует всего 3 газодинамических расчёта.

Остановимся на МЛЛ более детально. Пусть образующая стенки сопла представляется набором отрезков, соединяющих узловые точки с координатами (x_n, y_n) , где $n = \overline{0 : N}$, x_n – расстояние от критического сечения сопла, y_n – расстояние от оси симметрии. Основная идея МЛЛ заключается в следующем: будем мысленно варьировать контур в радиальном направлении, то есть при фиксированных значениях x_n , тогда оптимальному контуру будет отвечать максимальное приращение интеграла сил давления $\Delta\chi$. В МЛЛ величина $\Delta\chi$ записывается с точностью до квадратичных членов, что позволяет получить необходимое условие существования экстремума целевой функции. Полученное таким образом условие оптимальности позволяет определить знак и величину радиальных приращений, обеспечивающих максимум тяги сопла.

Рассмотрим произвольную точку (x_n, y_n) . В окрестности точки стенки сопла $x = x_n$ приращения ординат сопровождаются приращениями давления на «прилегающих» элементах. При изэнтропическом процессе должно выполняться следующее соотношение:

$$d\mathcal{G} = \frac{\operatorname{ctg}\alpha}{\rho V^2} dp, \quad (1.7)$$

где \mathcal{G} – угол наклона вектора скорости к оси X цилиндрической или декартовой системы координат, α – угол Маха, p – давление, ρ – плотность, V – модуль скорости. Кроме того, справедливо соотношение:

$$d[\operatorname{tg}\mathcal{G}] = \frac{d\mathcal{G}}{\cos^2 \mathcal{G}}.$$

Тогда (1.7) преобразуется к виду:

$$dp = -\rho V^2 \operatorname{tg}\alpha \cos^2(\mathcal{G}) d[\operatorname{tg}\mathcal{G}],$$

таким образом, для приращения давления справедливо следующее представление:

$$\Delta p \approx -\rho V^2 \operatorname{tg}\alpha \cos^2(\mathcal{G}) \Delta \operatorname{tg}\mathcal{G}. \quad (1.8)$$

Записав выражение для $\Delta \operatorname{tg}\mathcal{G}$ на отрезке $x_{n-1} \leq x \leq x_n$, на том же отрезке с помощью (1.8) получим выражение для приращения давления:

$$\operatorname{tg}\mathcal{G} = \frac{y_n - y_{n-1}}{x_n - x_{n-1}} \equiv \frac{y_n - y_{n-1}}{h_{n-1/2}}, \quad \Delta \operatorname{tg}\mathcal{G}_{n-1/2} = \frac{\Delta y_n - \Delta y_{n-1}}{h_{n-1/2}},$$

$$\Delta p_{n-1/2} \approx \frac{A_{n-1/2}}{h_{n-1/2}} (\Delta y_{n-1} - \Delta y_n), \quad (1.9)$$

$$A = \rho V^2 \operatorname{tg}\alpha \cos^2 \mathcal{G}, \quad h_{n-1/2} = x_n - x_{n-1}.$$

Наконец, из (1.1) с помощью (1.9) получаем выражение для приращения интеграла сил давления $\Delta\chi$:

$$\chi + \Delta\chi = \int_0^L (y + \Delta y)^v (p + \Delta p) (y' + \Delta y') dx - \frac{p_+}{1+v} (y + \Delta y)_N^{1+v},$$

откуда следует, что с точностью до слагаемых второго порядка малости:

$$\Delta\chi = \int_0^L \left(v p y' y^{v-1} \Delta y + y^v y' \Delta p + y^v \Delta y' p + v y^{v-1} \Delta y y' \Delta p + \right. \\ \left. + v y^{v-1} \Delta y \Delta y' p + y^v \Delta y' \Delta p \right) dx - p_+ \left[y^v \Delta y + \frac{v}{2} y^{v-1} (\Delta y)^2 \right]_N. \quad (1.10)$$

Запишем теперь выражения для входящих в (1.10) приращений на отрезке $x_{n-1} \leq x \leq x_n$, эти приращения равны:

$$\Delta y_{n-1/2} = \frac{\Delta y_{n-1} + \Delta y_n}{2}, \quad \Delta y'_{n-1/2} = \frac{\Delta y_n - \Delta y_{n-1}}{h_{n-1/2}},$$

$$\Delta p_{n-1/2} \approx A_{n-1/2} \frac{\Delta y_{n-1} - \Delta y_n}{h_{n-1/2}}.$$

В подынтегральное выражение в (1.10) любой такой отрезок вносит вклад:

$$\begin{aligned} & \left(v p y' y^{v-1} \Delta y + y^v y' \Delta p + y^v \Delta y' p + v y^{v-1} \Delta y y' \Delta p + \right. \\ & \quad \left. + v y^{v-1} \Delta y \Delta y' p + y^v \Delta y' \Delta p \right)_{n-1/2} \cdot h_{n-1/2} = \\ & = y_{n-1/2}^v \left(y' A - p + v p y' \frac{h}{2y} \right)_{n-1/2} \Delta y_{n-1} - \\ & \quad - y_{n-1/2}^v \left(y' A - p - v p y' \frac{h}{2y} \right)_{n-1/2} \Delta y_n + \tag{1.11} \\ & + \left(y^v \left(v \frac{y' A - p}{2y} - \frac{A}{h} \right) \right)_{n-1/2} (\Delta y_{n-1})^2 - \\ & \quad - \left(y^v \left(v \frac{y' A - p}{2y} + \frac{A}{h} \right) \right)_{n-1/2} (\Delta y_n)^2 + 2 \left(y^v \frac{A}{h} \right)_{n-1/2} \Delta y_{n-1} \Delta y_n. \end{aligned}$$

Поэтому при переходе от интегрирования к суммированию по всем отрезкам $n = \overline{0: N}$, учитывая, что начальная точка фиксирована и, следовательно, $\Delta y_0 = 0$, приходим к следующему выражению для приращения тяги, полученному из (1.10) с помощью (1.11):

$$\begin{aligned}
\Delta\chi = & \sum_{n=2}^N y_{n-1/2}^v \left(y'A - p + vpy' \frac{h}{2y} \right)_{n-1/2} \Delta y_{n-1} - \\
& - \sum_{n=1}^{N-1} y_{n-1/2}^v \left(y'A - p - vpy' \frac{h}{2y} \right)_{n-1/2} \Delta y_n + \\
& + \sum_{n=2}^N \left(y^v \left(v \frac{y'A - p}{2y} - \frac{A}{h} \right) \right)_{n-1/2} (\Delta y_{n-1})^2 - \\
& \sum_{n=1}^{N-1} \left(y^v \left(v \frac{y'A - p}{2y} + \frac{A}{h} \right) \right)_{n-1/2} (\Delta y_n)^2 + 2 \sum_{n=2}^N \left(y^v \frac{A}{h} \right)_{n-1/2} \Delta y_{n-1} \Delta y_n - \\
& - \left(y_{N-1/2}^v \left(y'A - p - vpy' \frac{h}{2y} \right)_{N-1/2} + y_N^v p_+ \right) \Delta y_N - \\
& - \left(y_{N-1/2}^v \left(v \frac{y'A - p}{2y} + \frac{A}{h} \right)_{N-1/2} + \frac{v}{2} y_N^{v-1} p_+ \right) (\Delta y_N)^2.
\end{aligned} \tag{1.12}$$

Из (1.12) путём изменения нумерации ($k = n-1$) легко получить окончательное выражение:

$$\begin{aligned}
\Delta\chi = & \sum_{n=1}^{N-1} \left(y_{n+1/2}^v \left(y'A - p + \frac{vpy'h}{2y} \right)_{n+1/2} - y_{n-1/2}^v \left(y'A - p - \frac{vpy'h}{2y} \right)_{n-1/2} \right) \Delta y_n + \\
& + \sum_{n=1}^{N-1} \left(\left(y^v \left(v \frac{y'A - p}{2y} - \frac{A}{h} \right) \right)_{n+1/2} - \left(y^v \left(v \frac{y'A - p}{2y} + \frac{A}{h} \right) \right)_{n-1/2} \right) (\Delta y_n)^2 + \\
& + 2 \sum_{n=1}^{N-1} \left(y^v \frac{A}{h} \right)_{n+1/2} \Delta y_n \Delta y_{n+1} - \left(y_{N-1/2}^v \left(y'A - p - \frac{vpy'h}{2y} \right)_{N-1/2} + y_N^v p_+ \right) \Delta y_N - \\
& - \left(y_{N-1/2}^v \left(v \frac{y'A - p}{2y} + \frac{A}{h} \right)_{N-1/2} + \frac{v}{2} y_N^{v-1} p_+ \right) (\Delta y_N)^2,
\end{aligned}$$

или в более простом общем виде:

$$\Delta\chi = \sum_{n=1}^{N-1} a_n \Delta y_n + \sum_{n=1}^{N-1} b_n (\Delta y_n)^2 + \sum_{n=1}^{N-1} c_n \Delta y_n \Delta y_{n+1} + a_N \Delta y_N + b_N (\Delta y_N)^2.$$

Тогда вектор приращений Δy , отвечающий оптимальному шагу, находится из условия оптимальности контура, которое равносильно системе линейных алгебраических уравнений с трёхдиагональной матрицей коэффициентов:

$$\begin{cases} \Delta y_0 = 0, \\ \frac{\partial \Delta \chi}{\partial \Delta y_n} = 0, \quad n = \overline{1:N}; \end{cases} \Leftrightarrow \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 2b_1 & c_1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & c_1 & 2b_2 & c_2 & 0 & \dots & 0 \\ \vdots & \dots & \ddots & \vdots & & & \\ 0 & \dots & c_{N-1} & 2b_N \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \Delta y_0 \\ \Delta y_1 \\ \Delta y_2 \\ \vdots \\ \Delta y_N \end{pmatrix} = - \begin{pmatrix} 0 \\ a_1 \\ a_2 \\ \vdots \\ a_N \end{pmatrix}. \quad (1.13)$$

Алгоритм МЛЛ представляет собой итерационный процесс. На первой итерации в качестве начального приближения задаётся некоторый монотонный контур y^0 , после газодинамического расчёта поля течения для данного контура решается система (1.13). Получив, таким образом, вектор приращений ординат Δy , необходимо провести расчёты критерия ещё в двух точках: $0.5\Delta y$ и Δy . Затем критерий аппроксимируется квадратичной зависимостью, а величина шага по найденному направлению c_* отвечает максимуму аппроксимационной функции. На этом итерация считается оконченной, новое приближение находится соответственно как $y^* = y^0 + c_* \Delta y$. Напомним, что МЛЛ позволяет проводить оптимизацию за 5-8 итераций, что эквивалентно 15-24 газодинамическим расчётам.

Для реализации оптимизации сверхзвуковой части сопла с фиксированной величиной площади боковой поверхности необходимо записать выражения функционала площади и соответствующее приращение:

$$S = \int_0^L y \sqrt{1 + y'^2} dx, \quad S + \Delta S = \int_0^L (y + \Delta y) \sqrt{1 + (y' + \Delta y')^2} dx.$$

Разлагая подынтегральное выражение в ряд Тэйлора, и оставляя слагаемые, содержащие возмущения не более чем первого порядка, получим:

$$\Delta S = \int_0^L \left(\Delta y \sqrt{1 + y'^2} + \frac{yy' \Delta y'}{\sqrt{1 + y'^2}} \right) dx, \quad (1.14)$$

переходя от интегрирования к суммированию как и ранее, приращение площади будет иметь вид:

$$\Delta S = \frac{1}{2} \sum_{n=1}^{N-1} \left(\left(h\sqrt{1+y'^2} \right)_{n+1/2} + \left(h\sqrt{1+y'^2} \right)_{n-1/2} \right) \Delta y_n + \frac{1}{2} \left(h\sqrt{1+y'^2} \right)_{N-1/2} \Delta y_N +$$

$$+ \sum_{n=1}^{N-1} \left(\left(\frac{yy'}{\sqrt{1+y'^2}} \right)_{n-1/2} - \left(\frac{yy'}{\sqrt{1+y'^2}} \right)_{n+1/2} \right) \Delta y_n + \left(\frac{yy'}{\sqrt{1+y'^2}} \right)_{N-1/2} \Delta y_N.$$

Добавив ΔS в качестве слагаемого к оптимизируемому функционалу $\Delta \chi$ с неизвестным заранее множителем Лагранжа λ , получим новое условие оптимальности:

$$\begin{cases} \frac{\partial \Delta \chi}{\partial \Delta y_n} + \lambda \frac{\partial \Delta S}{\partial \Delta y_n} = 0, \quad n = \overline{1:N}, \\ \Delta y_0 = 0, \\ \Delta S = 0, \end{cases} \quad (1.15)$$

для определения неизвестных Δy_n , $n = \overline{1:N}$ и λ .

Отметим, что в выражении для приращения площади боковой поверхности (1.14) в отличие от (1.10) входят слагаемые не более чем первого, а не второго порядка малости. Это сделано для того, чтобы система (1.15) оставалась линейной, что существенно упрощает её решение. Для того чтобы последнее уравнение из (1.15) выполнялось, ординаты каждого контура линейно масштабировались таким образом, чтобы соответствующее значение площади поверхности совпадало с заданной величиной с высокой точностью.

Так же, как и в случае оптимизации сверхзвуковой части сопла с заданной площадью боковой поверхности методом исчерпывающего градиентного спуска с использованием аппроксимации КББ ограничение на длину снималось. Поэтому алгоритм оптимизации при заданной площади поверхности сопла заключался в следующем. Задавалась некоторая начальная длина сопла, для этой длины строилась оптимальная сверхзвуковая часть сопла с заданной площадью. Отступив от начальной длины с некоторым шагом дважды, операция повторялась. Далее считалось, что тяга оптимального сопла квадратично зависит от длины, и оптимальная длина на текущей итерации

соответствовала максимуму квадратичной функции, построенной по трём точкам. Итерационный процесс сходиллся с высокой точностью за 7-10 итераций, в каждой из которых производится около 12 газодинамических расчётов.

1.4. Результаты оптимизации

Ниже представлены результаты оптимизации сверхзвуковой части осесимметричного сопла Лавая, полученные для случаев заданной длины, заданной площади боковой поверхности, а также для случая учёта влияния вязкости в процессе оптимизации. Оптимизация осуществлялась при следующих значениях параметров: перепад внешнего статического давления к полному давлению в камере сгорания $p_+/p_0 = 500$, полная температура в камере сгорания $T_0 = 1$, рассматривался диапазон длин сверхзвуковой части сопла L от 8 до 22 (в калибрах радиуса критического сечения). В первом и втором случаях газодинамические расчёты проводились путём интегрирования уравнений Эйлера методом установления с использованием разностной схемы «распадного» типа, обеспечивающей второй порядок аппроксимации по пространству на гладких решениях [62, 63]. Для учёта влияния вязкости в процессе оптимизации расчёт критерия осуществлялся путём интегрирования уравнений Навье-Стокса, осреднённых по Рейнольдсу, замкнутых моделью турбулентности « v_t-90 » [64], (далее - уравнения Рейнольдса).

1.4.1. Случай профилирования осесимметричной сверхзвуковой части сопла заданной длины

Ещё одна возможность существенно ускорить процесс получения решения задачи оптимизации связана с использованием довольно грубых сеток при расчёте газодинамических полей течения. Это связано с тем, что при корректно организованном газодинамическом расчёте ошибки вычисления носят систематический характер. На рис. 1.2 приведены примеры расчётных сеток, содержащих 64 и 4096 ячеек, используемых при получении результатов. Сетки состоят из трёх блоков: сеточные блоки треугольной формы необ-

ходимы для качественного описания централизованной волны разрежения, возникающей при обтекании излома в начальной точке.

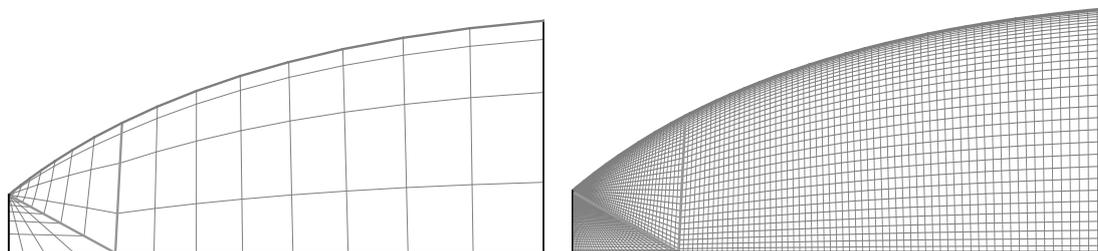


Рис. 1.2. Примеры расчётных сеток, используемых при оптимизации.

На рис. 1.3 приведена зависимость погрешности оптимизации $\delta\chi$ в зависимости от, так называемой, мощности сетки K , (общее число ячеек $Q = 4K^2$). Здесь сравниваются интегралы сил давления сопел, оптимизированных на сетках соответствующей мощности, и сопла, оптимизированного на самой мелкой сетке с мощностью $K = 32$, что эквивалентно 4096 ячейкам. При этом величины интеграла сил давления всех сравниваемых сопел определялись на сетках с $K = 32$. Погрешности приводятся как для метода исчерпывающего градиентного спуска (МИГС) при использовании КББ 2-ого порядка, так и для МЛЛ. В таблице 1.1 приведены соответствующие числовые значения погрешности для разных значений K . Здесь и далее принято, что по умолчанию, сопло имеет длину сверхзвуковой части $L = 10$.

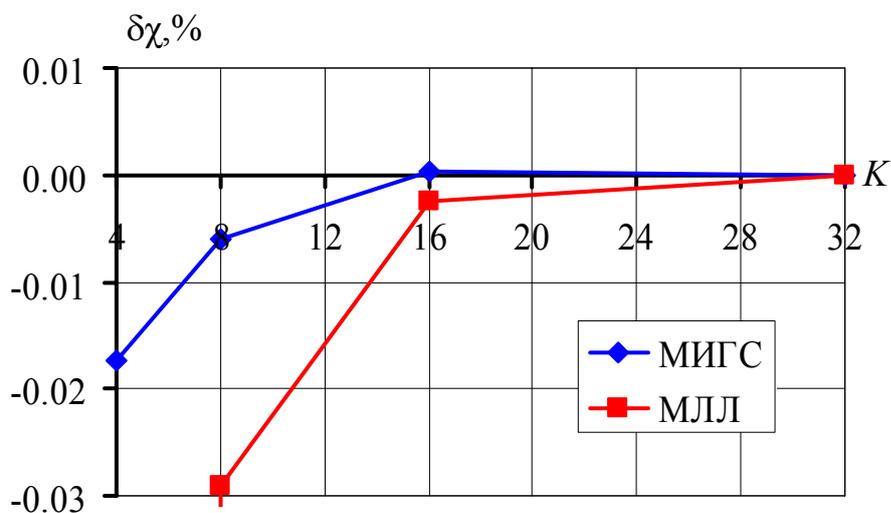


Рис. 1.3. Зависимость погрешности оптимизации от мощности сетки, на которой она проводилась

Таблица 1.1

| K | $\delta\chi, \%$ | |
|----|------------------|-----------------|
| | МЛЛ | МИГС, КББ(2) |
| 4 | -3.6870 | -0.0174 |
| 8 | -0.0290 | -0.0060 |
| 16 | -0.0025 | 0.0003 |
| 32 | 0 | 0 |

Таблица 1.2

| L | МКК, η | $\delta R, \%$ | | |
|----|----------------|----------------|-----------------|-----------------|
| | | МЛЛ | МИГС, КББ(2) | МИГС, КББ(3) |
| 8 | 0.98116 | -0.022 | -0.019 | -0.002 |
| 10 | 0.98911 | -0.031 | -0.016 | -0.006 |
| 12 | 0.98379 | -0.045 | -0.016 | -0.015 |
| 16 | 0.99817 | -0.074 | -0.029 | -0.02 |

Из приведённых данных можно видеть, что в МЛЛ достаточно использовать в процессе оптимизации сетки, содержащие 256 ячеек, тогда как в МИГС с аппроксимацией КББ использование сеток, содержащих всего 64 ячейки, позволяет практически не проигрывать в точности полученного решения.

Для оценки оптимальности сверхзвуковых частей сопел, спрофилированных предложенными прямыми методами, эти сопла сравнивались с точным решением задачи, полученным МКК, - так называемым, вариационным соплом (ВС). В МИГС в качестве аппроксимирующих кривых использовались КББ 2-ого и 3-его порядков. Соответствующие зависимости потерь тяги R , (получающейся добавлением к χ импульса потока в начальном сечении, который в данном случае является константой), от длины сверхзвуковой части сопел показаны на рис. 1.4. В таблице 1.2 приведены относительные величины потерь тяги δR , а также значения коэффициента тяги η вариационного сопла. Под коэффициентом тяги здесь, как обычно, понимается отношение тяги к тяге идеального сопла.

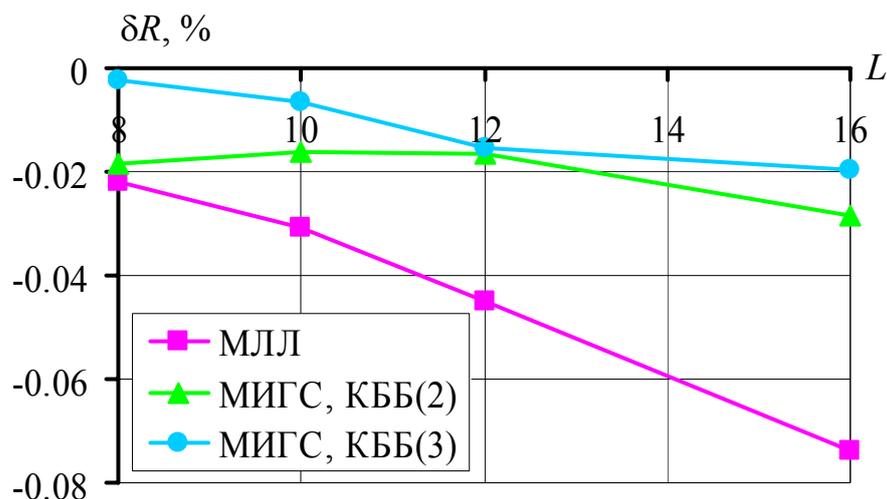


Рис. 1.4. Потери тяги спроектированных сопел относительно вариационных сопел в зависимости от длины сверхзвуковой части

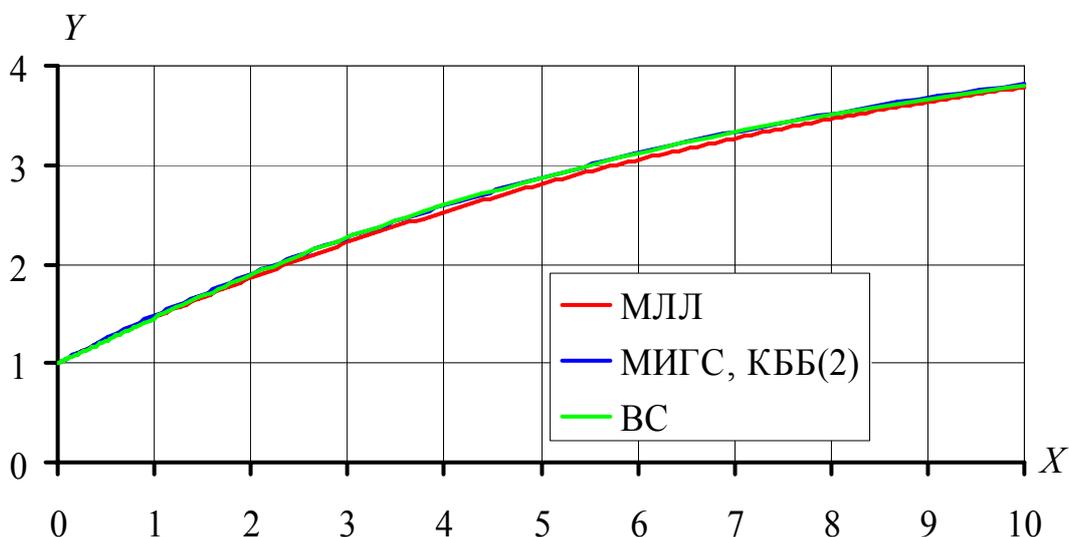


Рис. 1.5. Формы сверхзвуковых частей сопел

На рис. 1.5 изображены контуры сверхзвуковых частей сопел длины $L = 10$, полученных МКК, МЛЛ, а также МИГС с аппроксимацией КББ 2-ого порядка.

Из таблицы 1.2 видно, что все полученные сопла близки к точному решению: в МЛЛ сопла проигрывают вариационному соплу менее 0.1%, а в МИГС проигрыш составляет не более 0.03%. Здесь необходимо обратить внимание на то, что МЛЛ более чувствителен к погрешностям счёта, так как при вычислении приращений ординат Δy используется информация о локальных характеристиках на стенке сопла (значения газодинамических параметров вблизи узлов), тогда как в МИГС необходимо вычислять лишь инте-

гральные характеристики. Поэтому при оптимизации по МЛЛ необходимо проводить расчёты с большей степенью установления, нежели в МИГС. Кроме того, полученные результаты показывают, что, по крайней мере, в указанном диапазоне длин достаточно аппроксимации КББ второго порядка.

1.4.2. Случай профилирования сверхзвуковой части сопла с заданной площадью боковой поверхности

Выше отмечалось, что прямые методы позволяют решать поставленную задачу оптимизации с произвольными изопериметрическими условиями. Поэтому в качестве примера решения задачи оптимизации такого типа был рассмотрен случай построения оптимальной сверхзвуковой части сопла с заданной площадью боковой поверхности S .

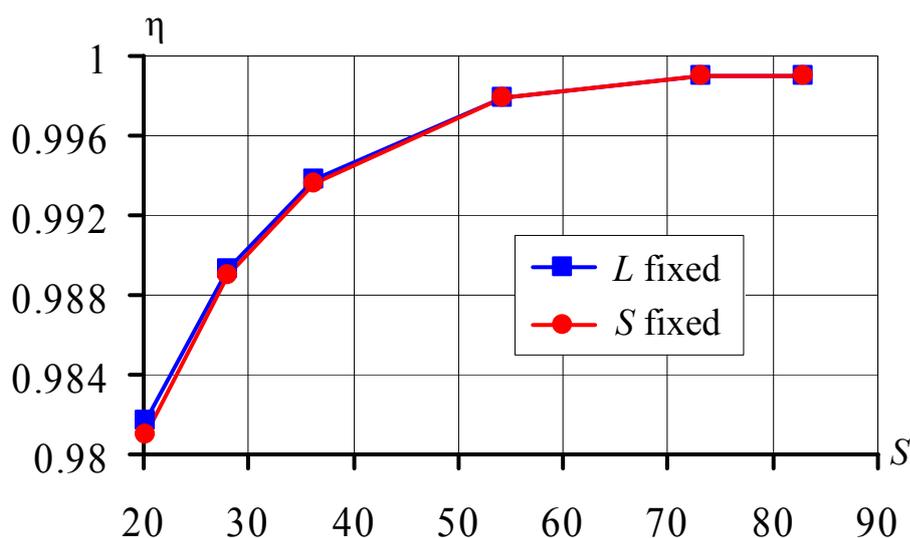


Рис. 1.6. Зависимость коэффициента тяги сверхзвуковых частей сопел от площади боковой поверхности

На рис. 1.6 приведена зависимость коэффициента тяги спрофилированных сопел от площади боковой поверхности сверхзвуковой части (на рисунке приведены η сопел, спрофилированных МИГС с аппроксимацией КББ 2 порядка; площадь приводится в единицах задачи). Две ломаные на графике соответствуют сверхзвуковым частям сопел, оптимальных при заданной длине или при заданной площади поверхности. Каждые парные точки, (имеющие одинаковое значение S) получались следующим образом: сначала оптимизи-

ровалось сопло заданной длины, затем у полученного сопла снималось ограничение на длину, но фиксировалась площадь поверхности.

Полученные результаты позволяют сделать вывод о том, что две рассматриваемые постановки задачи можно считать эквивалентными: то есть сопла оптимальные для своей длины одновременно являются таковыми и для своей площади боковой поверхности. Это утверждение справедливо с погрешностью менее 1% по коэффициенту тяги. Забегая вперёд, отметим, что это утверждение тем более верно при учёте вязкости в процессе оптимизации, так как в этом случае увеличение длины при одновременном уменьшении степени расширения приводит к уменьшению тяги сопла, а именно таким способом меняется форма образующей при переходе от условия фиксированной длины к условию фиксированной площади боковой поверхности. Это продемонстрировано на рис. 1.7, где приведены контуры сверхзвуковых частей сопел с одинаковой площадью боковой поверхности оптимальных при разных изопериметрических условиях, полученных как МЛЛ, так и МИГС с аппроксимацией КББ 2 порядка. Видно, что, как и следовало ожидать, независимо от выбранного метода оптимизации сопло оптимальное при фиксированной площади ($S = 20$), имеет большую длину по сравнению с соплом той же площади, но оптимальным при условии заданной длины ($L = 8$), при этом у первого неизбежно уменьшается степень расширения.

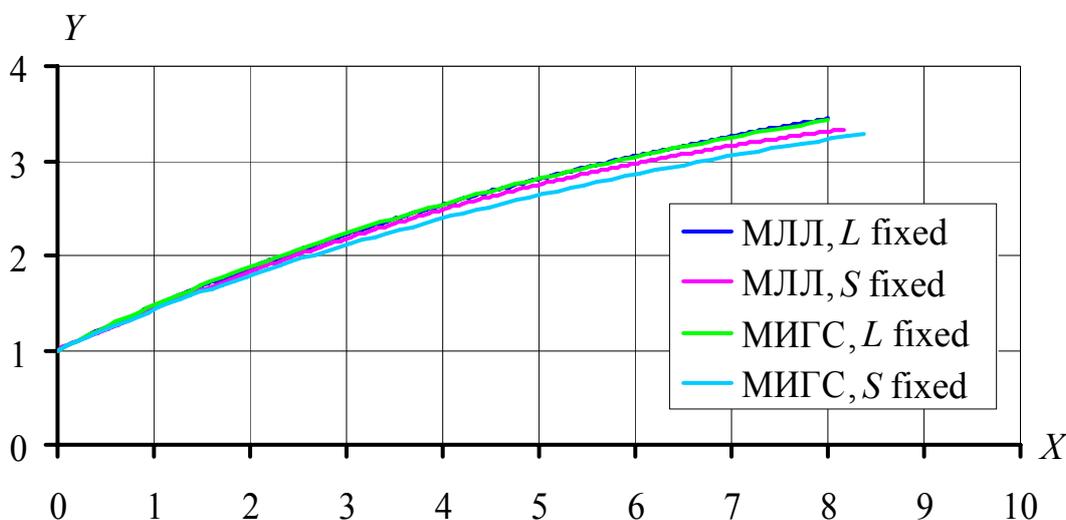


Рис. 1.7. Контуры сверхзвуковых частей сопел, спроектированных для разных изопериметрических условий

1.4.3. Случай профилирования сверхзвуковой части сопла с учётом влияния вязкости в процессе оптимизации

Наконец, остановимся на учёте вязкости при построении оптимального контура сверхзвуковой части осесимметричного сопла Лавалья. В [39] была решена задача построения сопла оптимального по полной тяге с учётом вытесняющего эффекта пограничного слоя, для трения и толщины вытеснения использовались приближённые формулы, аппроксимирующие результаты многочисленных расчётов. В той же работе было установлено, что выигрыш от учёта вязкости в рассмотренном диапазоне определяющих параметров не превышает сотых долей процента.

Напомним, что, в отличие от МИГС, МЛЛ не позволяет учитывать влияние вязкости непосредственно в процессе оптимизации из-за чувствительности этого метода к возникновению местных дозвуковых зон. Для профилирования МИГС сверхзвуковой части сопел с учётом влияния вязкости необходимо учитывать вязкость в газодинамических расчётах значений критерия. Для этого, как уже говорилось выше, вместо уравнений Эйлера интегрировались уравнения Рейнольдса.

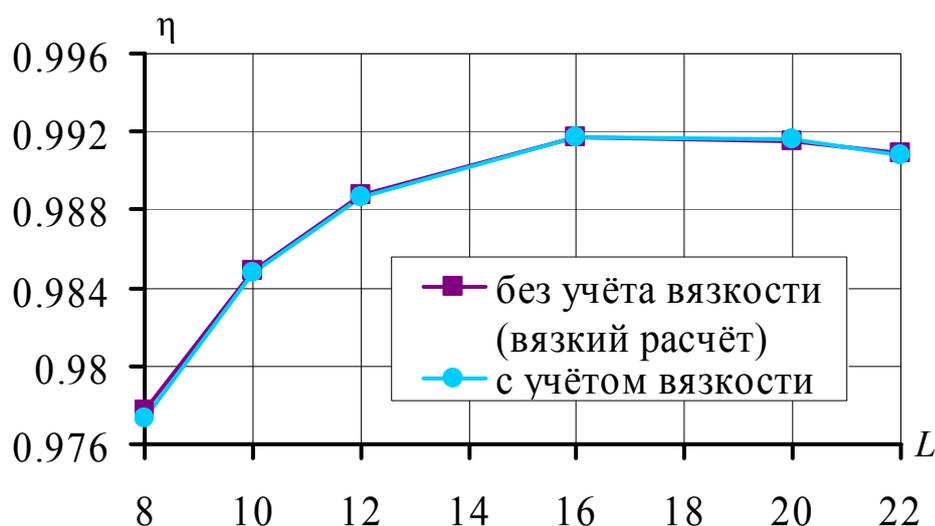


Рис. 1.8. Коэффициенты тяги сверхзвуковых частей сопел, оптимизированных с учётом и без учёта вязкости

На рис. 1.8 представлены полученные результаты: зависимость коэффициента тяги сопел, оптимальных с учётом и без учёта вязкости при усло-

вии фиксированной длины. При этом величина коэффициента тяги η оптимальных сопел рассчитывалась с учётом вязкости в обоих случаях ($Re = 1.4 \cdot 10^7$). На рис. 1.9 изображены контуры сверхзвуковых частей сопел длины $L = 10$ оптимальных как с учётом вязкости, так и без него. В таблице 1.3 приведены коэффициенты тяги сопел, спрофилированных с учётом вязкости, соответствующие им потери тяги из-за неучёта вязкости в процессе оптимизации δR , а также величины потерь тяги из-за влияния вязких эффектов на газодинамические характеристики поля течения δR_∞ .

Таблица 1.3

| L | η | $\delta R, \%$ | $\delta R_\infty, \%$ |
|-----|--------|----------------|-----------------------|
| 8 | 0.9773 | 0.0399 | -0.3723 |
| 10 | 0.9848 | 0.0114 | -0.4219 |
| 12 | 0.9887 | 0.0116 | -0.4985 |
| 16 | 0.9917 | -0.0055 | -0.6160 |
| 20 | 0.9916 | -0.0063 | -0.7412 |
| 22 | 0.9908 | 0.0066 | -0.8185 |

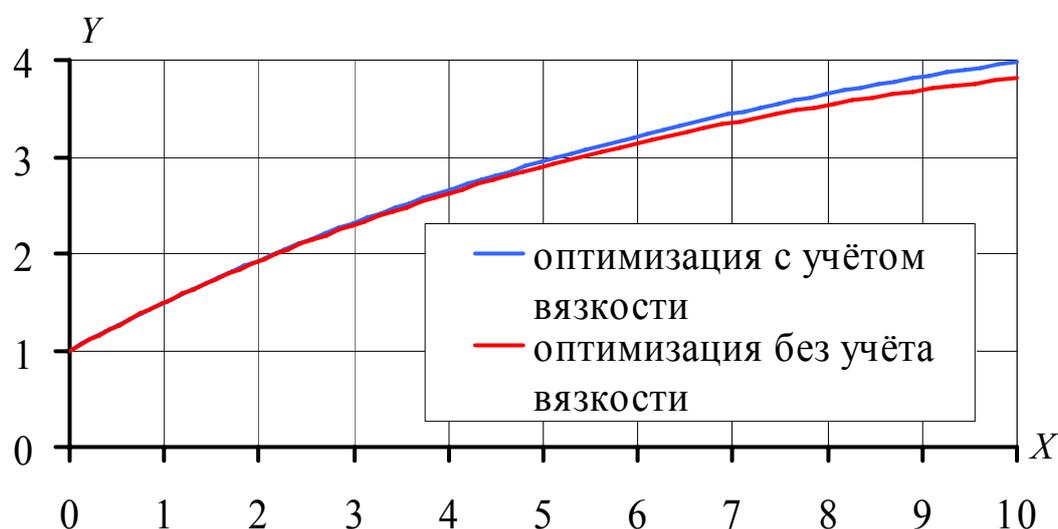


Рис. 1.9 Контуры сверхзвуковых частей сопел, спрофилированных для разных изопериметрических условий

Можно видеть, что в большинстве приведённых в таблице случаев сопла, оптимизированные без учёта вязкости, оказались лучше, чем сопла, оптимизированные с учётом вязкости. Это объясняется тем, что решение урав-

нений Навье-Стокса при соответствующих турбулентному режиму течения числах Рейнольдса (как в рассматриваемом случае) не обладает свойством регулярности в отличие от уравнений Эйлера. По этой причине ошибки оптимизации могут превосходить толщину пограничного слоя сопла, и приводить вследствие этого к некоторым, хотя и незначительным, потерям тяги по сравнению с оптимизацией в рамках уравнений Эйлера. Таким образом, полученные результаты подтверждают вывод, сделанный в [39], о весьма слабом влиянии учёта вязкости на форму оптимального контура сверхзвуковой части осесимметричного сопла Лавалья. Вместе с тем, учёт вязкости необходим при оценке не только истинных газодинамических характеристик полученных сопел, но и при выборе оптимальной длины сверхзвуковой части сопла, соответствующей максимальному значению критерия. Дальнейшее удлинение приводит к дополнительным потерям из-за трения, не компенсируемым некоторым ростом интеграла сил давления по контуру сверхзвуковой части сопла.

Заключение к главе 1

Задача профилирования сверхзвуковой части осесимметричного сопла Лавалья максимальной тяги заданной длины в рамках уравнений Эйлера решена с помощью прямых методов оптимизации: методом исчерпывающего градиентного спуска с аппроксимацией формы кривыми Бернштейна-Безье, а также методом локальной линеаризации.

Результаты оптимизации сравниваются с точным решением задачи, полученным методом контрольного контура, – так называемым, «вариационным соплом». Показано, что оба прямых метода позволяют проводить оптимизацию на достаточно грубых сетках, проигрывая в точности решения не более 0.08%. Потери тяги сверхзвуковых частей сопел, полученных градиентным методом, оказались меньшими по сравнению с потерями, полученными при профилировании методом локальной линеаризации. При этом благодаря использованию аппроксимации кривыми Бернштейна-Безье в методе

градиентного спуска достаточно использовать всего 2 произвола, не уступая точному решению более 0.03% по тяге в рассматриваемом диапазоне длин.

В качестве примера задачи оптимизации, не допускающей решения на основе метода контрольного контура, реализована оптимизация с изопериметрическим условием заданной фиксированной площади боковой поверхности сопла. Показано, что сопла оптимальные при фиксированной длине являются оптимальными для своего значения площади боковой поверхности.

С помощью предложенного метода выполнена оптимизация с учётом вязкости. Показано, что при заданной достаточно короткой максимально допустимой длине сопла для рассмотренного числа Рейнольдса учёт вязкости не приводит к улучшению формы сопел, полученных в результате оптимизации в рамках уравнений Эйлера. Роль вязкости сводится к определению оптимальной длины сопла и его уточнённых газодинамических характеристик.

Полученные результаты демонстрируют возможность эффективного применения предложенной методики оптимизации к профилированию широкого класса аэродинамических форм, в том числе пространственных.

ГЛАВА 2. Обобщение методики оптимизации с использованием аппроксимации полиномами Бернштейна на пространственный случай на примере профилирования сверхзвуковой части сопла в плотной многосопловой компоновке

Введение

Возможности прямого метода оптимизации, использующего полиномы Бернштейна при аппроксимации искомой геометрии, подробно описанного в Главе 1, демонстрируются на примере решения задачи оптимизации пространственной сверхзвуковой части сопла в плотной многосопловой компоновке. При этом вместо кривых Бернштейна-Безье при переходе к пространственному случаю используются поверхности Бернштейна-Безье (ПББ).

Полученные сопла сравниваются: с оптимальными осесимметричными соплами, удовлетворяющими тем же ограничениям; с осесимметричными

соплами, усечёнными ограничивающим сектором, степень расширения которых больше чем у строго осесимметричных сопел – так называемыми, псевдопространственными соплами. Помимо сверхзвуковых частей пространственных сопел с круглой формой критического сечения в работе рассматриваются сопла с варьируемой формой критического сечения.

Выше упоминалась работа В. М. Борисова и И. Е. Михайлова [48], в которой приведена сверхзвуковая часть пространственного сопла, вписанного в сектор кругового цилиндра, полученная прямым методом, использующим аппроксимацию поверхности сопла кубическим сплайном при заданных формах критического и выходного сечений. Полученное сопло сравнивалось с осесимметричным соплом той же длины, вписанным в те же габариты, и было показано, что спрофилированная пространственная сверхзвуковая часть выигрывает в тяге у осесимметричной, полученной МКК. Приведено сравнение пространственной сверхзвуковой части сопла, приведённой в [48], с соплом, спрофилированным по предложенной методике для тех же условий и габаритных ограничений.

Таким образом, несмотря на то, что рассматриваемый пример носит не столько прикладной, сколько методический характер, решение именно этой задачи позволило выявить основные «тонкие моменты» пространственного профилирования, а возможность сравнения полученных результатов с результатами других специалистов, позволила говорить об эффективности предложенного подхода.

2.1. Постановка задачи профилирования сверхзвуковой части сопла в плотной многосопловой компоновке, обеспечивающей максимальную тягу

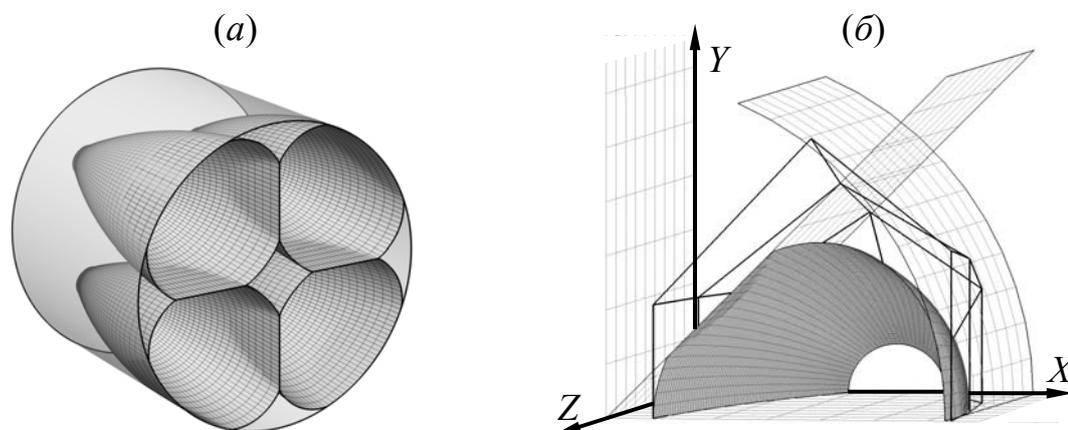


Рис. 2.1. (а) Общий вид плотной компоновки из 4-х сопел; (б) Поверхность сопла, аппроксимированная ПББ, удовлетворяющая габаритным ограничениям

Исследуется компоновка из N идентичных пространственных сопел, ограниченных цилиндрической поверхностью (рис. 2.1,а). В такой постановке цилиндрическая поверхность описывает, например, внутренний габарит пусковой установки (шахты). Каждое из N сопел располагается в ограничивающем секторе цилиндра с углом $\varphi = 2\pi/N$. При заданных внешних габаритах и дозвуковой части, начиная с некоторой степени расширения, оптимальная форма сопла перестаёт быть осесимметричной. Такую компоновку сопел будем называть плотной. При оптимизации заданными считаются: радиус шахты r_t (для удобства выбран за единицу длины $r_t \equiv 1$), число сопел (далее $N = 4$), суммарный массовый расход газа через сопла, максимальная длина сверхзвуковой части сопел L , полные параметры однородного осевого потока в критическом сечении p_0 ($p_0 \equiv 1$) и T_0 ($T_0 \equiv 1$), и перепад давлений $\Pi = p_0/p_a$, где p_a – внешнее статическое давление. Критерием оптимизации является значение удельной тяги $R_{уд}$ (отношение тяги к расходу).

При переходе от двумерного случая к пространственному для аппроксимации оптимизируемых объектов используют уже не кривые, а поверхности Бернштейна-Безье (ПББ). ПББ порядка (n, m) задаётся массивом $[n+1] \times [m+1]$ контрольных точек \mathbf{P}_{ij} . Одномерный набор контрольных точек

будем называть контрольной ломаной (КЛ), таким образом, можно сказать, что ПББ задаётся одномерным массивом КЛ. Точки поверхности задаются следующей параметризацией:

$$\mathbf{P}(s, t) = \sum_{i=0}^n \sum_{j=0}^m B_i^n(s) \cdot B_j^m(t) \cdot \mathbf{P}_{ij}, \quad s, t \in [0, 1], \quad (2.1)$$

где $B_i^n(s)$ – полиномы Бернштейна, определяемые по формуле (1.8).

КББ – есть частный случай ПББ порядка $(n, 0)$ с одной криволинейной координатой, например, $\mathbf{P}(s)$. Заметим, что в рассматриваемом ниже случае расположение контрольных точек в направлениях i и j не является равнозначным: массив контрольных точек задаётся так, что каждая КЛ одного семейства, например, с фиксированным j , является плоской, и все варьирования координат вершин этой КЛ происходят только в соответствующей плоскости. Кроме того, далее считается, что КЛ лежат в плоскостях, перпендикулярных оси аппарата, а сечения этими плоскостями будем называть контрольными сечениями.

Поверхность образующей сверхзвуковой части сопла, удовлетворяющая всем наложенным габаритным ограничениям, получается как результат усечения аппроксимирующей ПББ ограничивающей её цилиндрической поверхностью сектора (рис. 2.1,б). Математическая постановка задачи оптимизации сводится к определению координат контрольных точек ПББ и построенной на её основе форме сверхзвуковой части сопла (с учётом всех наложенных ограничений), имеющего максимальную удельную тягу.

Для решения поставленной задачи достаточно рассмотреть одно из сопл компоновки, которое, в свою очередь, имеет плоскость симметрии, поэтому в итоге задача решается для одной из «половинок» сверхзвуковой части сопла. Естественно предположить гладкую стыковку двух «половинок» одного сопла, таким образом, в каждом контрольном сечении КЛ подходит по нормали к плоскости симметрии. Последнее равносильно тому, что в каждой КЛ абсциссы крайних контрольных точек совпадают с абсциссами бли-

жайших к ним точек, а ординаты крайних точек нулевые. Подобные допущения позволяют избавиться от лишних произволов.

В отличие от двумерного, в пространственном случае при довольно сложной форме ограничивающей поверхности обойтись минимально возможным числом произволов не удаётся. Поэтому встаёт вопрос о выборе минимального эффективного числа варьируемых параметров. Выше уже были высказаны некоторые соображения о том, как можно убрать из рассмотрения лишние произволы для конкретного случая оптимизации сверхзвуковой части сопла многосопловой компоновки. В качестве общих рекомендаций можно сказать, что, как правило, достаточно располагать контрольные сечения равномерно по длине сопла. Кроме того, в каждом контрольном сечении не обязательно варьировать и абсциссы и ординаты контрольных точек, можно ограничиться варьированием ординат всех внутренних контрольных точек и абсцисс крайних, при равномерном распределении абсцисс внутренних точек. Может оказаться полезным добавить в качестве дополнительного произвола сдвиг всего сопла вдоль оси X . На первый взгляд этот произвол может показаться избыточным, однако, как показал опыт работы, введение этого произвола ускоряет сходимость.

Все вышеперечисленные соображения не дают чёткого ответа на поставленный вопрос об универсальном минимальном эффективном наборе варьируемых параметров, и в каждом конкретном случае такой набор будет своим. При выборе произволов необходимо понимать, что результат оптимизации в значительной степени будет зависеть от того, насколько полно выбранный набор параметров будет описывать искомую геометрию, то есть выбранный способ аппроксимации должен позволять получать как можно большее многообразие допустимых форм. При этом необходимо избавляться от избыточных произволов, которые в задачах прямого профилирования могут оказаться не просто лишними, но и вредными в смысле сходимости процесса к решению. Проще говоря, при выборе большого количества произволов, помимо увеличения временных затрат на отдельную итерацию, может

увеличиться еще и число итераций, необходимых для сходимости к решению с заданной точностью. Однако недостаточно полное описание геометрии оптимизируемого объекта приведёт к тому, что заданная точность достигнута не будет. Разумеется, в данном случае можно говорить только о некоей гипотетической «точности», так как точного решения задачи пространственного профилирования в общей постановке к настоящему моменту не существует, поэтому очень много будет зависеть от опыта исследователя и от его чутья при выборе произволов.

Исходя из сказанного, в рассматриваемом примере сопла компоновки для начала разумно выбрать минимальный набор варьируемых параметров, (минимальный порядок ПББ по каждой криволинейной координате), а затем, по мере сходимости процесса оптимизации для заданного набора произволов, наращивать порядок аппроксимирующей поверхности до тех пор, пока результат не будет приемлемым для поставленных практических целей. Здесь стоит отметить, что КББ обладают удобным свойством: для кривой порядка n всегда можно построить кривую порядка $n+1$, которая будет в точности совпадать с первой, (это же утверждение справедливо и для ПББ).

2.2. Результаты оптимизации

Результаты оптимизации, приводимые ниже, получены для следующих параметров: $\Pi = 500$, $\varphi = \pi/2$, радиус критического сечения $r_{in} = 0.1442$, $L = 10 r_{in}$.

Для расчёта критерия выполнялось численное интегрирование уравнений Эйлера методом установления с использованием разностной схемы «распадного» типа, обеспечивающей второй порядок аппроксимации по пространству на гладких решениях. В качестве метода оптимизации использовалась всё та же авторская реализация метода исчерпывающего градиентного спуска, описанная в Главе 1.

Оптимальный контур должен иметь излом в точке стыковки профилируемого участка с заданным контуром дозвуковой части. В связи с этим, для улучшения качества счёта, пространственная расчётная сетка в диаметральной

ном сечении являлась сеткой О-типа, а в меридиональном – состояла из двух блоков: полярной сетки на начальном участке и пристыкованной Н-сетки. Самая грубая сетка, с которой начинался процесс оптимизации, содержала 640 ($8 \times 4 \times 20$) ячеек (рис. 2.2,*а*), а самая тонкая сетка – 40960 ($32 \times 16 \times 80$) ячеек (рис. 2.2,*б*). При этом увеличение тяги, полученное за счёт оптимизации на самой тонкой сетке, составляло менее 0.005% от тяги сопла, полученного после оптимизации на сетках меньшей мощности, (вплоть до 13310 ($22 \times 11 \times 55$) ячеек). Переход на новую, более тонкую сетку осуществлялся по мере сходимости процесса оптимизации на текущей. Общее число итераций (сумма итераций на всех сетках), необходимое для получения сопла, близкого к оптимальному, не превосходило 100, (под итерацией понимается 1 «исчерпывающий» шаг по градиенту). При этом основная часть итераций выполнялась на сетках, содержащих малое число ячеек, а дальнейшее итерирование на тонких сетках уже не приводило к существенному изменению формы сопла. Общее время процесса оптимизации в рассмотренных случаях составляло от 5 до 15 часов.

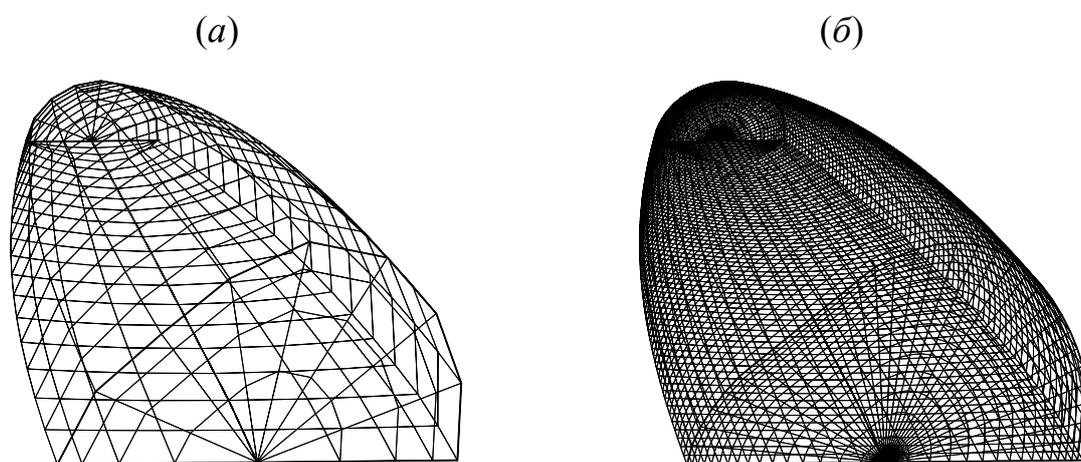


Рис. 2.2. Примеры расчётных сеток, используемых при оптимизации

Первым исследовалось влияние числа контрольных точек ПББ на значение удельной тяги сверхзвуковых частей сопел, получаемых в результате оптимизации. Аппроксимирующая ПББ задавалась массивами из (3×4), (3×5), (3×6) и (3×8) контрольных точек при фиксированной (круглой) форме критического сечения и варьируемом положении этого сечения вдоль оси X . По-

следнее означает, что ПББ имели по 4 контрольных сечения: первое – фиксированное, остальные задавались КЛ разного порядка (4-ого, 5-ого и 7-ого соответственно) с варьируемыми координатами контрольных точек. Относительные выигрыши полученных сопел по тяге ΔR приведены в сводной таблице 2. 1. В этой таблице приведены значения ΔR для всех рассматриваемых в работе случаев оптимизации сопел компоновки.

Таблица 2.1

| $\Delta R, \%$ | ПББ _{3×8} | ПББ* _{4×7} | ВС-4 | ВС-1 |
|----------------------|--------------------|---------------------|-------------|------|
| ПББ _{3×4} | -0.16 | -0.23 | 0.44 | 1.81 |
| ПББ _{3×5} | -0.08 | -0.15 | 0.52 | 1.89 |
| ПББ _{3×6} | -0.03 | -0.1 | 0.57 | 1.95 |
| ПББ _{3×8} | 0 | -0.07 | 0.60 | 1.97 |
| КББ _{4(3D)} | -0.32 | -0.4 | 0.28 | 1.65 |
| ПББ* _{4×7} | 0.07 | 0 | 0.68 | 2.05 |
| ВС-4 | -0.60 | -0.68 | 0 | 1.35 |
| ВС-1 | -1.97 | -2.05 | -1.35 | 0 |

Таблица 2.1 устроена по принципу таблицы сопряжённости: значение в ячейке, находящейся на пересечении строки с названием A и колонки с названием B , ΔR_{AB} – есть величина относительного выигрыша компоновки сопел типа A по сравнению с компоновкой сопел типа B . Компоновка, состоящая из сопел, аппроксимированных ПББ, задаваемой массивом из $n \times m$ контрольных точек, с круглой формой критического сечения, обозначается «ПББ _{$n \times m$} », а компоновка из осесимметричных сопел, вписанных в те же габариты, полученных МКК, – «ВС-4» (т.е. компоновка из 4-х вариационных сопел, полученных МКК). Кроме того, приведено сравнение с единичным вариационным соплом, заменяющим компоновку, «ВС-1». Для возможности проверки полученных результатов приведём значения удельных тяг рассматриваемых вариационных сопел: $R_{ВС-4} = 2.184$, $R_{ВС-1} = 2.155$.

Итак, нас интересуют значения, расположенные в первых четырёх строках колонки «ВС-4»: можно видеть, что полученные в процессе оптимизации сопла выигрывают от 0.44% до 0.6% по удельной тяге по сравнению с оптимальными осесимметричными соплами, удовлетворяющими тем же ограничениям. Как и ожидалось, увеличение порядка аппроксимирующей поверхности привело к заметному улучшению значения критерия.

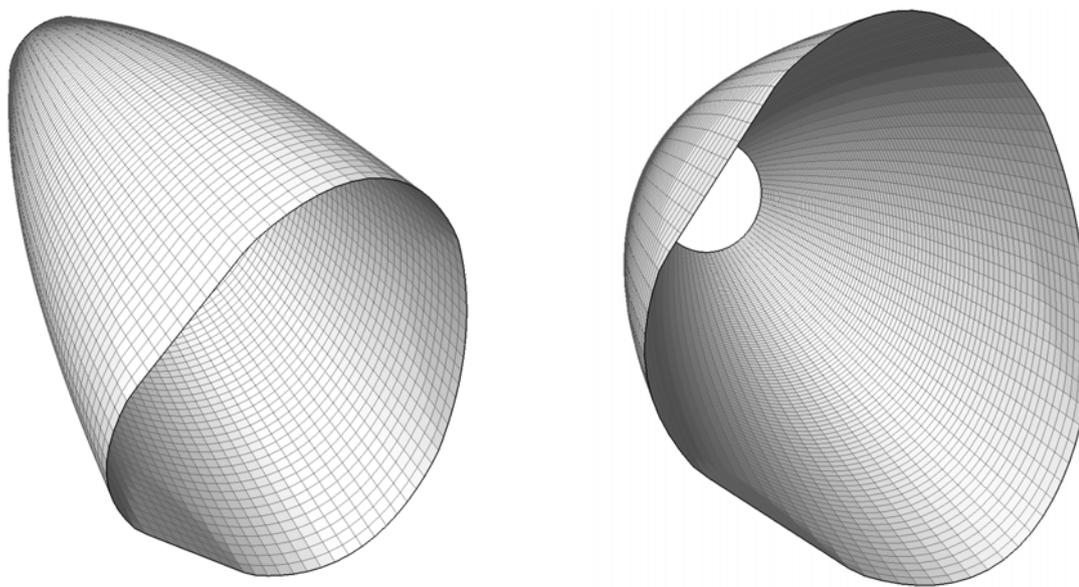


Рис. 2.3. Пространственная сверхзвуковая часть, полученная в результате оптимизации

Приведём здесь пространственную форму полученной в результате профилирования сверхзвуковой части сопла, аппроксимированной ПББ_{3x8}, что соответствует 24 варьируемым параметрам (рис. 2.3). Видно, что поверхность сверхзвуковой части сопла гладкая и монотонная, за исключением тех участков, где поверхность сопла выходит на габаритные ограничения, на ней не наблюдается «бугристости», которая имела место в работе [57] (рис. 0.1). В [57] для аппроксимации формы поверхности сверхзвуковой части эллиптического сопла использовались бикубические сплайны, а оптимизация проводилась для 16-ти произволов. Полученные в [57] сверхзвуковые части сопел имели «бугристую» форму, что свидетельствовало о несошедшемся решении задачи оптимизации, так как оптимальное сопло не должно иметь подобных геометрических особенностей, которые к тому же абсолютно не технологичны. Надо отметить, что такой неприятный эффект является следствием вы-

бранного способа аппроксимации. Для того чтобы форма сопла была в этом случае монотонной, необходима очень высокая точность решения, время получения этого решения может оказаться непомерно большим, даже если начальное приближение находится в малой окрестности оптимума. При этом критерий оптимизации – тяга сопла – практически не будет меняться. Использование при аппроксимации ПББ позволяет избежать подобного рода паразитных эффектов благодаря тому, что изменение положения точек ПББ монотонно зависит от изменения координат контрольных точек. Таким образом, решение, близкое к оптимальному с достаточной точностью, полученное с использованием предложенной аппроксимации, будет гарантированно приемлемым и с точки зрения своих геометрических характеристик.

Этот пример наглядно демонстрирует, что эффективность прямых методов оптимизации в большой степени зависит от выбранного способа аппроксимации формы профилируемого объекта.

2.2.1. Результаты оптимизации сверхзвуковой части псевдо пространственного сопла

Помимо действительно пространственных сопел, аппроксимированных ПББ, была реализована оптимизация псевдо пространственного сопла – осесимметричного сопла, степень расширения которого больше, чем у вариационного сопла. Аппроксимация поверхности сверхзвуковой части сопла ПББ заменялась здесь аппроксимацией КББ в меридиональном сечении, таким образом, поверхность сверхзвуковой части сопла получалась вращением КББ вокруг оси сопла с последующим усечением такой осесимметричной поверхности ограничивающей поверхностью сектора. Координаты контрольных точек аппроксимирующей КББ варьировались, (исключая положение контрольной точки, соответствующей точке, лежащей на кривой критического сечения). Такой способ задания геометрии был обусловлен желанием существенно сократить число произволов, кроме того, такие сопла более удобны для технологического изготовления. В таблице 2.1 псевдо пространственное сопло, аппроксимированное КББ 3-его порядка, обозначается «КББ_{4(3D)}». На

рис. 2.4,*а* приведены двумерные проекции полученных в ходе оптимизации сопел: ПББ_{3×8} и КББ_{4(3D)} (жирный контур), а на рис. 2.4,*б* их вид в пространстве: ПББ_{3×8} изображено зелёным цветом, а КББ_{4(3D)} синим. Выигрыш компоновки псевдо пространственных сопел относительно компоновки вариационных сопел составил 0.28% по удельной тяге, что в два раза меньше, чем выигрыш компоновки сопел ПББ_{3×8}.

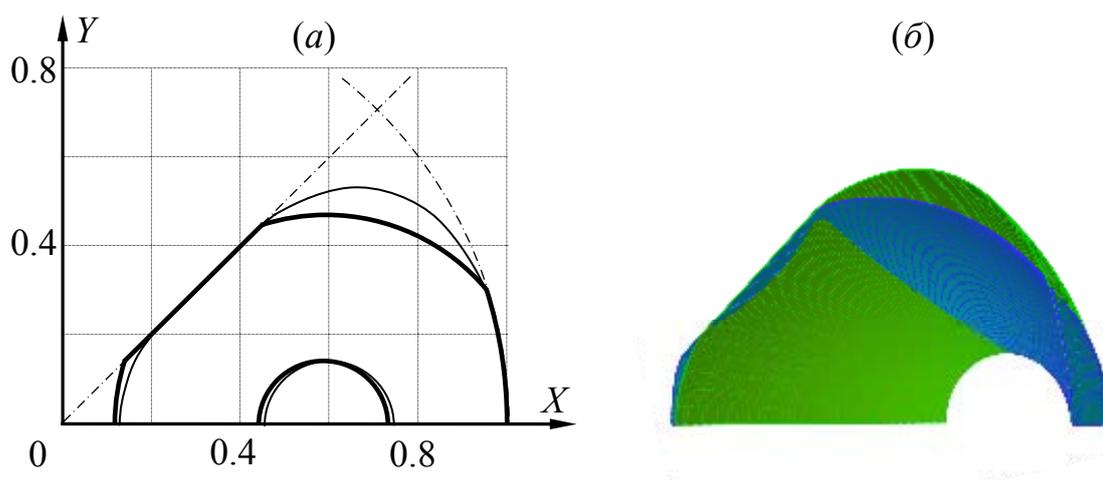


Рис. 2.4. (а) Двумерные проекции спрофилированных сверхзвуковых частей сопел; (б) Формы спрофилированных сверхзвуковых частей сопел

2.2.2. Результаты оптимизации сверхзвуковой части сопла с варьируемой формой критического сечения

Очевидно, что форма критического сечения пространственного оптимального сопла, в отличие от осесимметричного, вовсе не обязана быть круглой, поэтому в работе рассмотрен случай оптимизации сверхзвуковой части пространственного сопла с произвольной формой критического сечения. В этом случае форма критического сечения описывается КББ с варьируемыми координатами контрольных точек. Для того чтобы поддерживать расход через сопло постоянным, в случае профилирования только сверхзвуковой части, можно, например, после каждого варьирования критического сечения линейно менять координаты всех его контрольных точек так, чтобы площадь критического сечения оставалась заданной. Аппроксимирующая ПББ задавалась массивом из 4×7 контрольных точек: 4 контрольных сечения, каждое из которых варьировалось. В таблице 2.1 сверхзвуковая часть сопла с произвольной формой критического сечения обозначается «ПББ*_{4×7}». В данном

случае выигрыш оказался наибольшим из всех полученных 0.68%, на рис. 2.5,*а* приведены двумерные проекции сопел ПББ_{3×8} и ПББ*_{4×7} (жирный контур), а на рис. 2.5,*б* можно видеть соответствующие 3D формы: сопло с варьируемой формой критического сечения изображено синим цветом.

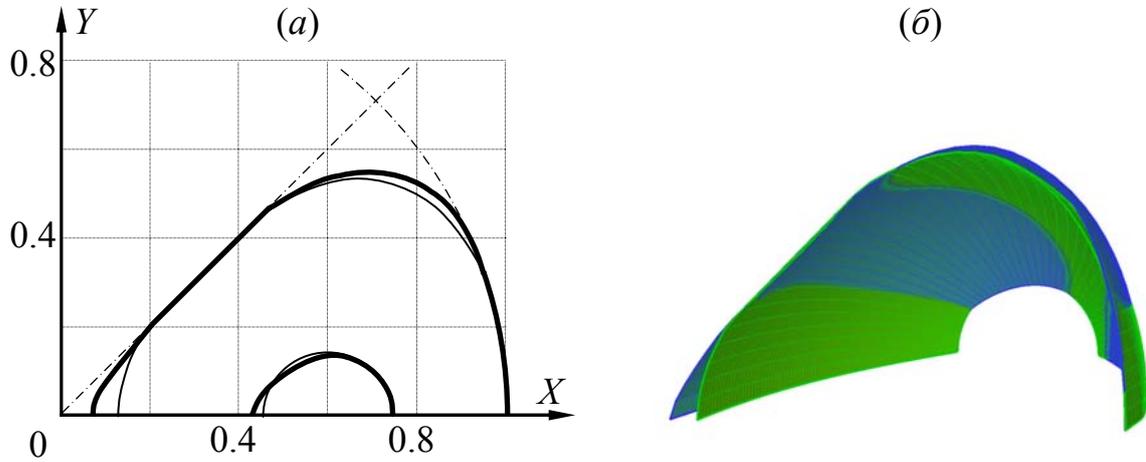


Рис. 2.5. (а) Двумерные проекции спрофилированных сверхзвуковых частей сопел; (б) Формы спрофилированных сверхзвуковых частей сопел

2.2.3. Сравнение полученных результатов с результатами других авторов

Выше анонсировалось сравнение с результатом из [48], где приводится пример сопла компоновки ($N = 4$), спрофилированного для следующих параметров: $r_{in} = 1$, $r_t = 12.0711$, (что соответствует радиусу среза вписанного осесимметричного сопла $r_{BC} = 5$; все размеры указаны в масштабе, приведенном в [48]), $L = 15$, $p_0 = 1$, $T_0 = 1$ и $\Pi = \infty$. Повторим, что в работе В. М. Борисова и И. Е. Михайлова сверхзвуковая часть сопла имела заданную форму выходного сечения и аппроксимировалась в меридиональном направлении кубическим сплайном, на который накладывалось условие монотонности, что гарантировало выполнение накладываемых габаритных ограничений. Выигрыш по интегралу сил давления спрофилированной в [48] сверхзвуковой части пространственного сопла по сравнению с осесимметричным оптимальным соплом, вписанным в те же габариты, составил $\Delta\chi = 0.29\%$. В то же время, выигрыш сверхзвуковой части сопла, аппроксимированной ПББ и полученной в результате предложенного в настоящей работе способа оптимизации,

по сравнению все с тем же осесимметричным соплом составил $\Delta\chi = 0.302\%$, ($\Delta R = 0.086\%$). Заметим, что столь незначительные величины выигрышей обусловлены тем, что в рассматриваемом случае сами условия оптимизации таковы, что даже при отмене накладываемых габаритных ограничений, исключая ограничение на максимальную длину, оптимальное сопло будет выигрывать по удельной тяге менее 0.2% у осесимметричного сопла, оптимального для заданных значений длины и степени расширения.

Заключение к главе 2

В рамках уравнений Эйлера с помощью предложенного прямого метода оптимизации решена задача профилирования пространственной сверхзвуковой части сопла в плотной многосопловой компоновке. Полученные пространственные сверхзвуковые части выигрывают у оптимальных осесимметричных сопел, удовлетворяющих тем же габаритным ограничениям, по удельной тяге от 0.44% до 0.6% в зависимости от порядка аппроксимирующей поверхности Бернштейна-Безье (от 12 до 28 варьируемых параметров).

Рассмотрены, так называемые, псевдо пространственные сопла, то есть осесимметричные сопла, степень расширения которых больше, чем у вариационных сопел, полученных методом контрольного контура для соответствующих габаритных ограничений. Выигрыш спрофилированной псевдо пространственной сверхзвуковой части сопла, при 3-х варьируемых параметрах, по сравнению с оптимальной осесимметричной сверхзвуковой частью по удельной тяге составил 0.28% .

Реализована оптимизация пространственной сверхзвуковой части сопла компоновки с некруглой формой критического сечения (28 варьируемых параметров), таким образом, форма критического сечения являлась дополнительным произволом при профилировании. Полученная при заданных граничных условиях, в том числе массовом расходе воздуха, и габаритных ограничениях сверхзвуковая часть с некруглой формой критического сечения

выигрывает по удельной тяге у оптимальной осесимметричной сверхзвуковой части сопла 0.68%.

Проведено сравнение с результатом из [48], где с помощью прямого метода оптимизации получена сверхзвуковая часть сопла плотной 4-х сопловой компоновки с круглой формой критического и с заданной формой выходного сечений. Показано, что сверхзвуковая часть сопла, спрофилированная с помощью разработанной методики, использующей аппроксимацию поверхностями Бернштейна-Безье, не уступает и даже немного превосходит в тяге сверхзвуковую часть сопла из [48].

Рассмотренный пример оптимизации пространственной сверхзвуковой части сопла плотной многосопловой компоновки продемонстрировал принципиальную возможность решения с помощью предложенной методики оптимизации подобного рода задач с хорошей точностью за разумное время. Показано, что использование при аппроксимации поверхностей Бернштейна-Безье позволяет качественно описывать геометрию искомых конфигураций сравнительно небольшим числом произволов. Таким образом, предложенная методика позволяет существенно расширить круг решаемых задач оптимального профилирования.

ГЛАВА 3. Апробация методики оптимизации на задачах профилирования существенно пространственных сопел, содержащих участки дозвукового течения

Введение

Предложенная методика оптимизации, показавшая свою эффективность в задаче профилирования осесимметричной сверхзвуковой части сопла Лавалья и обобщённая на пространственный случай для профилирования сверхзвуковой части сопла в плотной компоновке, где она так же себя оправдала, апробируется на задачах оптимизации существенно пространственных сопел, содержащих участки дозвукового течения.

Ниже последовательно рассмотрено три примера, при этом порядок их рассмотрения не только соответствует временной хронологии решения этих задач, но и демонстрирует эволюцию усложнения профилируемых объектов и самих постановок задач.

Первой рассматривается задача профилирования пространственных околозвуковых сопел двигателя с малой инфракрасной (ИК) заметностью. Решение задачи оптимизации околозвукового сопла с малой ИК заметностью, где профилирование осуществлялось в рамках уравнений Рейнольдса, а заданные формы входного и выходного сечений обуславливали довольно сложную пространственную форму сопла, потребовало усовершенствования аппроксимационных подходов. В итоге, для описания более полного многообразия форм предлагается модификация способа аппроксимации геометрии профилируемых объектов – неоднородная поверхность Бернштейна-Безье.

Далее в рамках уравнений Эйлера рассматривается задача профилирования оптимального пространственного сопла высокоскоростного прямоточного воздушно-реактивного двигателя (ПВРД) с максимальной на заданное направление проекцией вектора тяги. При этом профилирование осуществляется с учётом влияния внешней аэродинамической силы, возникающей при

обтекании приближённой формы кормовой части. Профилируются как сверх-, так и дозвуковая части сопла.

Наконец, также в рамках уравнений Эйлера, сформулирована и решена задача профилирования пространственного сопла ПВРД с учётом аэродинамических характеристик ЛА с минимальным расходом топлива на крейсерском режиме. В этом случае направление вектора тяги сопла не задано и находится в процессе оптимизации.

3.1. Аппроксимация формы объекта неоднородными поверхностями Бернштейна-Безье

Классическая ПББ задаётся параметризацией вида (2.1), можно сказать, что ПББ порядка (n, m) задаётся одномерным массивом, состоящим из $n+1$ КББ порядка m .

Выше было сделано важное замечание о том, что результат прямой оптимизации будет существенным образом зависеть от того, насколько качественно будет аппроксимироваться форма профилируемого объекта. В ряде случаев классическая ПББ с фиксированным числом контрольных точек не может эффективно описать всё многообразие форм, необходимое для данного конкретного случая. Так, в задачах профилирования сопел с малой ИК заметностью может потребоваться обеспечить переход от круглого сечения к прямоугольному на заданной длине при минимальных потерях тяги. Кроме того, входное и выходное сечения, как правило, должны располагаться на разных уровнях. Сопло ПВРД также может иметь довольно сложную пространственную форму из-за некруглой формы поперечного сечения камеры сгорания, которая может быть к тому же сдвинута от оси летательного аппарата (ЛА), и других габаритных ограничений, продиктованных особенностями компоновки ЛА.

В результате предлагается модификация способа описания поверхности – неоднородная поверхность Бернштейна-Безье (НПББ). В отличие от классической ПББ, такая поверхность может быть задана произвольным набором кривых, которые являются не КББ, а любыми заданными параметри-

ческими кривыми, - назовём их контрольными кривыми, - параметры которых могут варьироваться в ходе оптимизации. Если это не оговаривается специальным образом, то подразумевается, что контрольные кривые являются плоскими и лежат в плоскостях, перпендикулярных оси аппарата, а варьирования параметров каждой контрольной кривой происходят в соответствующей плоскости.

Итак, точки, принадлежащие НПББ порядка n , описываются выражением вида:

$$\mathbf{P}(s, t) = \sum_{i=0}^n B_i^n(s) \cdot \mathbf{C}_i(t), \quad s, t \in [0, 1], \quad (3.1)$$

где $\mathbf{C}_i(t)$ - параметрический вид контрольной кривой, а полиномы Бернштейна $B_i^n(s)$ вычисляются по формуле (1.6). Далее рассматриваются примеры решения задач, в которых использование именно НПББ позволяет получать решения близкие к оптимальным.

3.2 Профилирование околзвучкового пространственного сопла двигателя с малой инфракрасной заметностью

3.2.1. Постановка задачи

Начнём с задачи профилирования пространственного околзвучкового сопла максимальной тяги, заданной длины с малой ИК заметностью. Требование малой заметности обуславливает не соосное расположение входного и выходного сечений. Кроме того, форма входного поперечного сечения, определяемая конструкцией ТРД, является круглой, а выходное сечение должно иметь вытянутую прямоугольную форму (рис. 3.1,а).

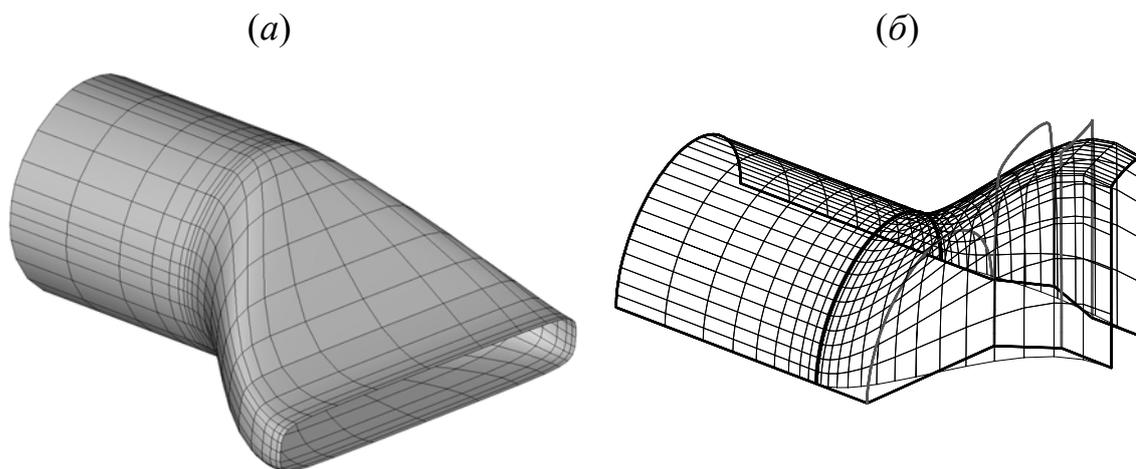


Рис. 3.1. (а) Общий вид сопла с малой ИК заметностью;
 (б) Аппроксимация поверхности сопла с малой ИК заметностью НПББ

В дозвуковых соплах потери могут быть связаны в основном с отрывами потока от стенок сопла, поэтому в задачах такого рода необходимо учитывать вязкость непосредственно в процессе оптимизации. Аналогично тому, как в случае оптимизации осесимметричной сверхзвуковой части сопла Лаваля с учётом влияния вязкости, в рассматриваемом случае для учёта влияния вязкости вместо интегрирования уравнений Эйлера при вычислении значений критерия проводилось интегрирование уравнений Рейнольдса, замкнутой моделью турбулентности v_t-90 .

Заданными считаются: полная температура на входе T_0 ($T_0 \equiv 1$), полное давление на входе p_0 ($p_0 \equiv 1$), перепад полного давления к внешнему статическому Π , радиус поперечного сечения камеры сгорания r_{in} ($r_{in} \equiv 1$), длина сопла L , высота и ширина выходного сечения сопла a , b и число Рейнольдса Re . Так как сопло имеет плоскость симметрии, то при оптимизации достаточно рассматривать только одну из его «половинок». Результаты, приводимые ниже, получены для следующих значений параметров: $T_0 = 1$, $p_0 = 1$, $\Pi = 1.89$ (критический перепад, соответствующий звуковому течению на выходе), $a = 0.5$, $b = 4$, $Re = 9.5 \cdot 10^6$, рассмотрен диапазон длин $L = 1, 2, 4$ и 8 , критерием оптимизации была выбрана удельная тяга $R_{уд}$, (отношение тяги к массовому расходу воздуха).

Для описания геометрии такого типа необходимо, в первую очередь, качественно аппроксимировать форму выходного сечения. Здесь нужно

иметь в виду, что образующая сопла по мере приближения к выходному сечению должна допускать появление участка близкого к цилиндрическому. Таким образом, качественная аппроксимация должна обеспечивать возможность аппроксимирующей поверхности сколь угодно близко повторять форму выходного сечения не только непосредственно на срезе сопла, но и в промежуточных поперечных сечениях. Использование КББ невысокого порядка для аппроксимации прямоугольной формы довольно затруднительно, повышение же порядка кривой, во-первых, нежелательно с точки зрения увеличения количества произволов задачи, а во-вторых, более высокий порядок КББ всё равно не гарантирует повышение точности аппроксимации. Ниже рассмотрено два способа аппроксимации искомой поверхности: в первом случае в качестве контрольных кривых НПББ задавались, так называемые, мультикривые, которые, по сути, являются суперпозицией нескольких параметрических кривых; во втором же случае контрольные кривые задавались кубическими рациональными В-сплайнами [61].

В первом подходе НПББ задавалась набором из $(N_c + 1)$ контрольных кривых вида:

$$\mathbf{C}(t) = \sum_{j=0}^{N_j} w_j \mathbf{c}^j(t), \quad \sum_{j=0}^{N_j} w_j = 1, \quad t \in [0,1], \quad (3.2)$$

где w_j – веса кривых $\mathbf{c}^j(t)$, образующих суперпозицию. В общем случае, варьироваться могут, как веса w_j (или часть из них), так и параметры самих кривых $\mathbf{c}^j(t)$, например, если одна из них является КББ. Ниже рассмотрен простейший случай, когда каждая контрольная кривая представляла собой суперпозицию двух кривых, описывающих входное и выходное сечения, то есть каждая контрольная кривая $\mathbf{C}_i(t)$ в (3.2) имела вид:

$$\mathbf{C}_i(t) = w_0^i \mathbf{c}^{\text{in}}(t) + (1 - w_0^i) \mathbf{c}^{\text{out}}(t), \quad i = \overline{0:4},$$

где $\mathbf{c}^{\text{in}}(t)$ – параметрический вид кривой, описывающей форму входного сечения (окружности), $\mathbf{c}^{\text{out}}(t)$ – выходного сечения (прямоугольника), а w_0^i – вес кривой $\mathbf{c}^{\text{in}}(t)$ в i -ом контрольном сечении ($N_c = 4$). По условиям задачи пола-

галось: $w_0^0 \equiv w_0^1 = 1$, $w_0^4 = 0$, таким образом, варьируемыми параметрами являлись веса w_0^2, w_0^3 . Выбор такого простого способа аппроксимации был продиктован, прежде всего, возможностью сведения к минимуму числа варьируемых параметров, что может быть весьма удобным при получении различного рода инженерных оценок. Кроме того, такой подход, при всей его простоте, позволяет получать формы с описанными выше свойствами, поэтому при больших длинах можно надеяться на то, что сопла, спроектированные с использованием такой аппроксимации, будут близки к оптимальным с хорошей точностью.

Для корректного описания параметров течения на входе в сопло к его поверхности пристыковывался цилиндрический участок, который так же можно представить НПББ с двумя контрольными сечениями в виде окружностей радиуса r_{in} , длина цилиндрического участка $L_c = 2$. Во избежание возникновения проблем, связанных с особенностями течения вблизи острых углов, которые не оказывают существенного влияния на поведение критерия оптимизации, изломы контура имели ненулевой радиус скругления (рис. 3.1,б). В качестве граничных условий на входе цилиндрического участка задавались параметры однородного осевого потока, на поверхности сопла задавалось условие прилипания.

Во втором случае для более аккуратной аппроксимации оптимизируемой формы применялись однородные рациональные В-сплайны (URBS). В-сплайны – это кусочно заданные сплайны, которые стыкуются со вторым порядком гладкости, под «однородностью» сплайна имеется в виду однородность разбиения по параметру. Подобно КББ В-сплайновая кривая задаётся набором контрольных точек, через которые она в общем случае не проходит, в рациональных В-сплайнах каждая контрольная точка имеет свой вес. В-сплайны обладают рядом полезных свойств, они позволяют описывать широкое многообразие форм сравнительно небольшим числом параметров, при этом изменение параметров носит локализованный характер: у каждой контрольной точки есть своя область влияния на форму кривой, которая опреде-

ляется тем, какому отрезку разбиения принадлежит данная контрольная точка. По мере увеличения веса контрольной точки, В-сплайновая кривая приближается к этой точке, таким образом, В-сплайны позволяют довольно просто и качественно аппроксимировать кривые, содержащие изломы.

Для аппроксимации формы сопла в качестве контрольных кривых использовались кубические URBS. Составная кубическая рациональная В-сплайновая кривая $\mathbf{S}(t)$, заданная массивом контрольных точек $\{\mathbf{P}_m\}$ с весами $\{w_m\}$ при равномерном разбиении параметра $\{t_m\}$: $t_0 = 0, m = 0:M$, получается объединением элементарных В-сплайновых кривых \mathbf{S}_k вида:

$$\mathbf{S}_k(\tilde{t}) = \frac{\sum_{i=-1}^2 w_{k+i} n_{i+1}(\tilde{t}) \mathbf{P}_{k+i}}{\sum_{i=-1}^2 w_{k+i} n_{i+1}(\tilde{t})}, \quad \tilde{t} = \frac{t - t_{k-1}}{t_k - t_{k-1}}, \quad t, \tilde{t} \in [0, 1], \quad k = \overline{1:(M-2)};$$

$$\forall k: w_k \geq 0, \quad \sum_k w_k > 0;$$

$$n_0(t) = \frac{(1-t)^3}{6}, \quad n_1(t) = \frac{3t^2 - 6t + 4}{6}, \quad n_2(t) = \frac{-3t^3 + 3t^2 + 3t + 1}{6}, \quad n_3(t) = \frac{t^3}{6}.$$

Аппроксимирующая НПББ, как и в первом случае, задавалась набором из 5-ти контрольных кривых, фиксированными оставались: параметры кривой, описывающей входное сечение (окружность); ближайшей к ней контрольной кривой, которая повторяла первую для обеспечения гладкости входного участка сопла; а также контрольной кривой, аппроксимирующей выходное сечение. Варьировались параметры (координаты и веса контрольных точек) двух промежуточных контрольных кривых с номерами 2 и 3, таким образом, рассматривалась геометрия с 12-ю произволами – по 6 у каждой контрольной кривой. Необходимо пояснить, что благодаря симметричности рассматриваемой геометрии каждую контрольную кривую можно было считать «половинкой» замкнутой симметричной кривой. Замкнутые симметричные кривые очень удобно аппроксимируются В-сплайнами: контрольные точки просто отражаются от плоскости симметрии кривой, а для выделения определённого участка такой В-сплайновой кривой необходимо выбрать со-

ответствующий этому участку интервал изменения параметра t . Поэтому в рассматриваемом случае все контрольные кривые аппроксимирующей НПББ однозначно определялись по двум контрольным точкам.

3.2.2. Результаты оптимизации

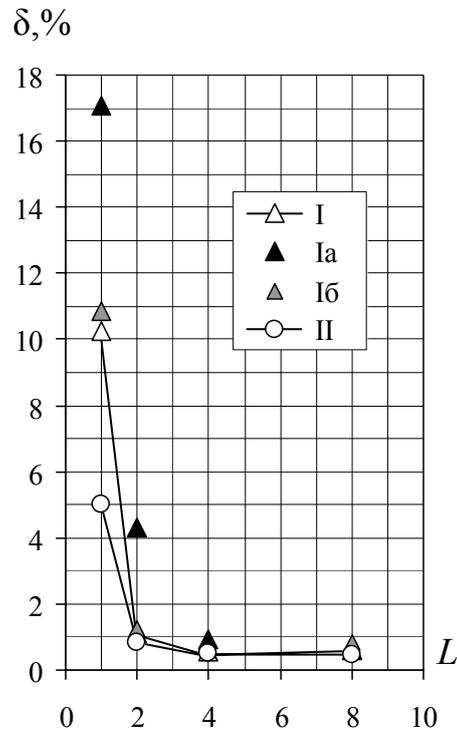


Рис. 3.2. Зависимость потерь тяги спрофилированных сопел от длины

На рис. 3.2 и в таблице 3.1 можно видеть характеристики сопел, полученных в результате предложенного способа оптимизации, а именно: потери тяги сопел по сравнению с тягой одномерного идеального сопла в рассматриваемом диапазоне длин. Данные приведены для двух описанных выше способов аппроксимации: I – аппроксимация НПББ, заданной набором мультикривых с варьируемыми весами (2 произвола: w_0^2, w_0^3), II – аппроксимация, использующая в качестве контрольных кривых кубические URBS с варьируемыми весами и координатами контрольных точек (12 произволов). Помимо этого, приведены два случая неоптимизированных сопел, форма которых задавалась аналогично случаю I, но веса при этом фиксировались: в случае Ia $w_0^2 = 1, w_0^3 = 0$, то есть 2-ая контрольная кривая повторяет форму критического сечения, а 3-я – форму выхода; в случае Ib 2-ая и 3-я контрольные кривые по-

вторяют форму выходного сечения $w_0^2 \equiv w_0^3 = 0$. Случаи Ia и Ib приведены здесь для того, чтобы продемонстрировать выигрыши, получаемые за счёт оптимизации.

Таблица 3.1

| L | $\delta, \%$ | | | |
|-----|--------------|-------|-------|------|
| | I | Ia | Iб | II |
| 1 | 10.24 | 17.07 | 10.86 | 5.02 |
| 2 | 1.14 | 4.30 | 1.23 | 0.81 |
| 4 | 0.57 | 0.93 | 0.60 | 0.49 |
| 8 | 0.61 | 0.61 | 0.82 | 0.46 |

Нетрудно видеть, что наибольшие абсолютные выигрыши оптимизированных сопел по сравнению с неоптимизированными получаются при малых длинах, то есть при более строгом ограничении, причём во всех рассмотренных случаях наименьшие потери тяги имели сопла, аппроксимированные с использованием URBS. В случае более простой аппроксимации оптимизированные сопла оказались лучше неоптимизированных во всём рассматриваемом диапазоне длин, что косвенно подтверждает сходимость процесса к решению, лежащему в малой окрестности реального оптимума. Обратим внимание и на то, что в случаях I и Ib зависимость полученных потерь от длины сопла немонотонна, таким образом, помимо выбора оптимальной формы поверхности сопла необходимо помнить и о вопросе выбора его оптимальной длины, так как избыточное увеличение длины может оказаться не просто неэффективным, но и вредным.

В таблице 3.2 приведены значения варьируемых весов контрольных кривых, полученных в результате оптимизации для случая I, — w_0^2, w_0^3 .

Таблица 3.2

| L | 1 | 2 | 4 | 8 |
|---------|--------|---------|--------|--------|
| w_2^0 | 0.1716 | -0.0471 | 0.1547 | 0.8785 |
| w_3^0 | 0.0387 | 0.0189 | 0.0019 | 0.0027 |

В таблицах 3.3-3.6 приведены геометрические характеристики полученных в результате оптимизации сопел для случая II: координаты контрольных точек (КТ) В-сплайновых КК (x, y, z) и веса КТ (w_m^k). Зелёным цветом отмечены значения варьируемых величин.

Таблица 3.3

| № КК, k | № КТ, m | x | y | z | w_m^k |
|-----------|-----------|-------|-------|---------|---------|
| 0, 1 | 0 | 0.000 | 1.000 | 0, 0.25 | 0.3425 |
| | 1 | 2.000 | 1.000 | | 0.3425 |
| 2 | 0 | 1.086 | 4.006 | 0.5 | 6.1664 |
| | 1 | 2.369 | 0.809 | | 2.0469 |
| 3 | 0 | 1.489 | 1.871 | 0.75 | 3.0673 |
| | 1 | 2.015 | 2.143 | | 9.8858 |
| 4 | 0 | 1.500 | 2.000 | 1 | 5.0000 |
| | 1 | 2.000 | 2.000 | | 5.0000 |

Таблица 3.4

| № КК, k | № КТ, m | x | y | z | w_m^k |
|-----------|-----------|-------|-------|--------|---------|
| 0, 1 | 0 | 0.000 | 1.000 | 0, 0.5 | 0.3425 |
| | 1 | 2.000 | 1.000 | | 0.3425 |
| 2 | 0 | 1.233 | 2.700 | 1 | 9.8479 |
| | 1 | 2.286 | 1.810 | | 2.1362 |
| 3 | 0 | 1.500 | 1.968 | 1.5 | 7.1136 |
| | 1 | 1.999 | 2.060 | | 9.7865 |
| 4 | 0 | 1.500 | 2.000 | 2 | 5.0000 |
| | 1 | 2.000 | 2.000 | | 5.0000 |

Таблица 3.5

| № КК, k | № КТ, m | x | y | z | w_m^k |
|-----------|-----------|-------|-------|------|---------|
| 0, 1 | 0 | 0.000 | 1.000 | 0, 1 | 0.3425 |
| | 1 | 2.000 | 1.000 | | 0.3425 |
| 2 | 0 | 0.991 | 2.531 | 2 | 1.3929 |
| | 1 | 2.485 | 2.120 | | 0.8293 |
| 3 | 0 | 1.495 | 1.982 | 3 | 6.7279 |
| | 1 | 2.010 | 2.085 | | 2.6555 |
| 4 | 0 | 1.500 | 2.000 | 4 | 5.0000 |
| | 1 | 2.000 | 2.000 | | 5.0000 |

Таблица 3.6

| № КК, k | № КТ, m | x | y | z | w_m^k |
|-----------|-----------|-------|-------|------|---------|
| 0, 1 | 0 | 0.000 | 1.000 | 0, 2 | 0.3425 |
| | 1 | 2.000 | 1.000 | | 0.3425 |
| 2 | 0 | 0.280 | 2.464 | 4 | 0.5963 |
| | 1 | 2.741 | 1.764 | | 0.4173 |
| 3 | 0 | 1.469 | 2.025 | 6 | 1.6143 |
| | 1 | 2.055 | 2.130 | | 1.6964 |
| 4 | 0 | 1.500 | 2.000 | 8 | 5.0000 |
| | 1 | 2.000 | 2.000 | | 5.0000 |

3.3. Профилирование пространственного сопла высокоскоростного ПВРД

3.3.1. Постановка задачи

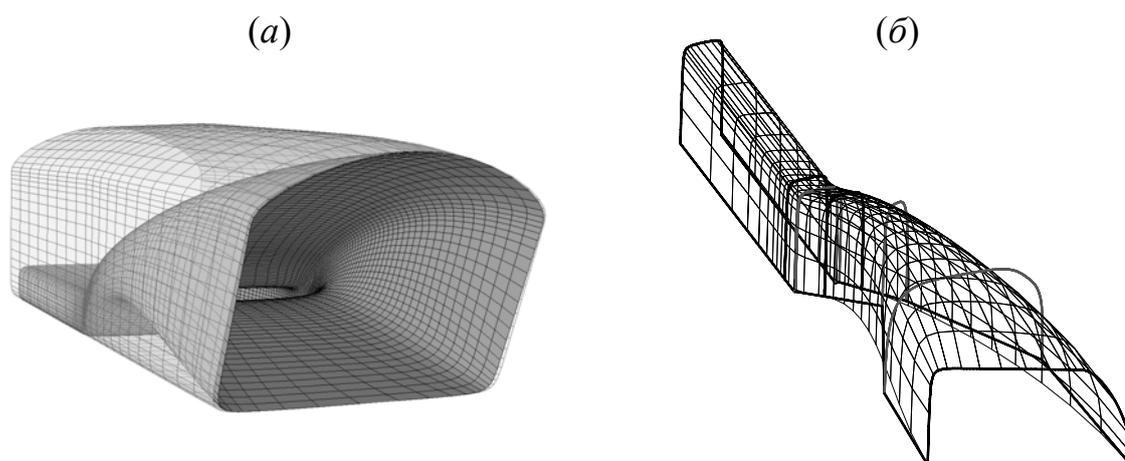


Рис. 3.3. (а) Общий вид сопла ПВРД в компоновке с КС, вписанного в ограничивающую цилиндрическую поверхность;
 (б) Аппроксимация поверхности сопла ПВРД НПББ

Перейдём к задаче профилирования пространственного сопла высокоскоростного ПВРД максимальной на заданное направление тяги с учётом

внешнего обтекания приближённой кормовой части. Профилирование осуществлялось в следующей постановке: на выходе из камеры сгорания заданы полная температура T_0 , массовый расход G_0 и верхнее предельно допустимое значение полного давления $p_{0\max}$, помимо этого задано статическое внешнее давление p_a , число Маха полёта M , угол атаки α и показатель адиабаты γ . Сопло имеет ряд габаритных ограничений, продиктованных конструктивными требованиями к летательному аппарату (ЛА), (например, длина сопла L , форма и положение камеры сгорания (КС) и др.), рис. 3.3,а.

Сопло имеет плоскость симметрии, поэтому задача решалась для одной из его «половинок». Искомая геометрия аппроксимировалась набором НПББ, гладко стыкующихся друг с другом. Из-за сложной формы габаритов ЛА при аппроксимации формы сопла в качестве контрольных кривых использовались кубические URBS. Стыковалось 3 НПББ: первая оставалась неизменной и описывала форму КС, вторая аппроксимировала дозвуковую часть сопла, а третья – сверхзвуковую, рис. 3.3,б. НПББ, аппроксимирующая дозвуковую часть сопла, имела 4 контрольные кривые: 2 кривые, примыкающие к КС, не варьировались, обеспечивая гладкую стыковку поверхностей КС и сопла. НПББ, аппроксимирующая сверхзвуковую часть, имела 4 контрольные кривые: первые 2, прилегающие к дозвуковой части, варьировались таким образом, чтобы стыковка оставалась гладкой, то есть некоторые произволы сверхзвуковой части были зависимыми от произволов дозвуковой. Если это не оговаривается специальным образом, то форма кривой, описывающей выходное сечение сопла, считалась фиксированной. В приводимых ниже примерах веса контрольных точек не варьировались, а варьировались только координаты некоторых из них, а также угол наклона выходного сечения относительно оси X и положение выходного сечения по оси Y (в системе координат, связанной с ЛА). Число произволов задачи P менялось в различных случаях от 10 до 35.

Как и в описанных выше примерах решения задач оптимизации в рамках уравнений Эйлера, расчёт газодинамических характеристик текущей

формы осуществлялся методом установления, использовалась неявная схема «распадного» типа. Необходимо отметить, что граничные условия в рассматриваемой постановке носят переопределённый характер: заданы полная температура T_0 и расход G_0 , а, кроме того, необходимо, чтобы выполнялось условие $p_0 \leq p_{0\max}$. При этом понятно, что режим течения в оптимальном сопле соответствует строгому равенству $p_0 = p_{0\max}$. Таким образом, правильнее говорить не о верхнем, предельно допустимом, а о заданном значении полного давления, равном $p_{0\max}$. Для того чтобы обеспечить выполнение такого переопределённого граничного условия, вводилась функция штрафа вида:

$$\Delta = \begin{cases} k \left(\frac{p_0 - p_{0\max}(1-d)}{p_{0\max}d} \right)^2, & p_0 > p_{0\max}(1-d); \\ 0, & p_0 \leq p_{0\max}(1-d). \end{cases} \quad (3.3)$$

где p_0 – полное давление, которое получалось в газодинамическом расчёте, а константы k и d выбирались вручную.

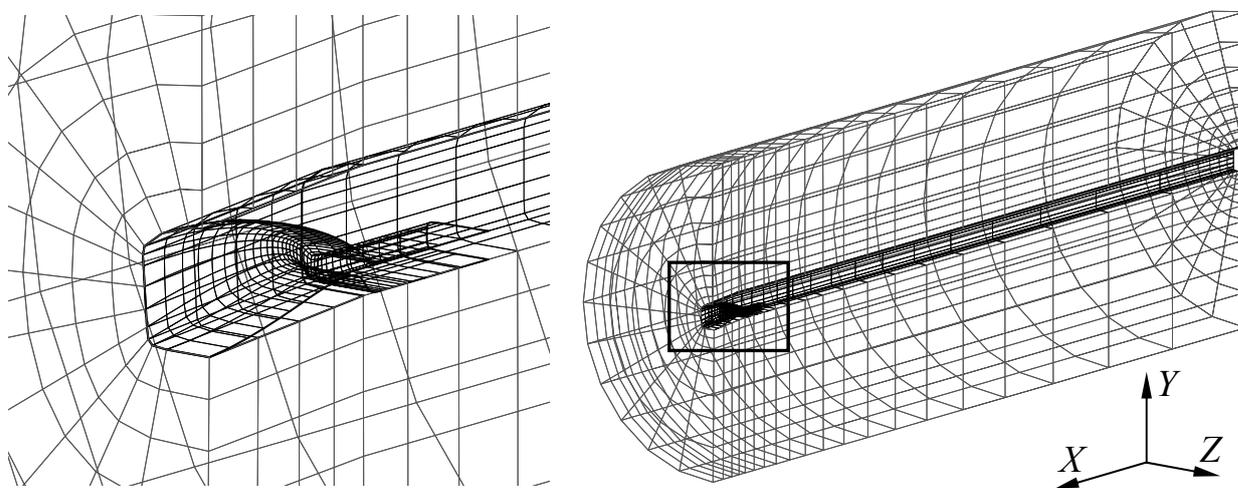


Рис. 3.4. Вид расчётной области с прореженными сеточными линиями

Для учёта влияния внешнего потока моделировалось обтекание упрощённой геометрии кормовой части, которая представляла из себя линейчатую поверхность, натянутую на две плоские кривые, одна из которых, совпадая со срезом сопла, варьировалась. На рис. 3.4 приведён вид расчётной области, (для удобства восприятия часть сеточных линий не приводится; на приближенном фрагменте поверхность сопла и кормовой части обведены

жирной линией). Продольный размер расчётной области выбирался из тех соображений, что параметры течения вблизи кормовой части не должны меняться при удлинении цилиндрической части, с помощью которой моделировалось влияние обтекания ЛА; поперечный размер – так, чтобы все отражённые от границы области возмущения не приходили на цилиндрическую или кормовую части.

В процессе расчёта поля течения непосредственно вычислялись следующие характеристики: потоки массы (расход) G , импульса I , J , энергии E , проекции площади S_X , S_Y . Потоки считались по выходному сечению сопла и по поверхности кормовой части ЛА. По полученным данным вычислялись следующие параметры:

- проекция тяги сопла на выбранное направление, R_0

$$R_0 = (I^e - S_X^e p_a) \cdot \cos \beta + (J^e - S_Y^e p_a) \cdot \sin \beta, \text{ где символ «e» метит параметры в выходном сечении, а } \beta \text{ – направление, на которое оптимизируется вектор тяги сопла, отсчитываемое от оси ЛА (ось X);}$$

– проекция внешней аэродинамической силы, действующей на кормовую часть, F_X

$$F_X = (I^w - S_X^w p_a) \cdot \cos \beta + (J^w - S_Y^w p_a) \cdot \sin \beta, \text{ где символ «w» метит параметры на стенке кормовой части;}$$

– тяга сопла с учётом внешней силы, R

$$R = R_0 - F_X;$$

- тяга идеального сопла R_* для полученных в расчёте значений расхода G и полного давления p_0

$$R_* = Gu, \quad u^2 = \frac{2\gamma}{\gamma-1} R_g T_0 \left(1 - \left(\frac{p_a}{p_0} \right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} \right), \text{ где } R_g \text{ – газовая постоянная, а } u \text{ –}$$

скорость на срезе сопла;

- тяга идеального сопла R_{**} , для заданных значений расхода G_0 и полного давления $p_0 = p_{0\max}$

$$R_{**} = G_0 u, \quad u^2 = \frac{2\gamma}{\gamma-1} R_g T_0 \left(1 - \left(\frac{p_a}{p_{0\max}} \right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} \right), \text{ которая является константой}$$

во всех расчётах;

– коэффициенты тяги

$$\eta_*^0 = \frac{R_0}{R_*}, \quad \eta_{**}^0 = \frac{R_0}{R_{**}}, \quad \eta_* = \frac{R}{R_*}, \quad \eta_{**} = \frac{R}{R_{**}}, \quad \eta_*^* = \frac{R_*}{R_{**}}.$$

По условию задачи необходимо найти такую форму сопла, которая обеспечивала бы наибольшую проекцию тяги на заданное направление - R , однако, для анализа полученных результатов удобнее оперировать с безразмерными коэффициентами тяги. Из-за отсутствия строгого ограничения на значение полного давления p_0 выбирать в качестве критерия значение η_* было бы не совсем правильным, так как значение R_* меняется в зависимости от установившегося режима течения. В условиях задачи константа R_{**} является максимально возможным значением тяги, поэтому в качестве критерия был выбран коэффициент тяги η_{**} , а функция цели имела вид:

$$f = \eta_{**} - \Delta \rightarrow \max,$$

где функция штрафа Δ вычислялась по формуле (3.3).

3.3.2. Результаты оптимизации

Оптимизация сопла осуществлялась при следующих значениях параметров: $M = 5.5$; $\alpha = 4^\circ$; $T_0 = 2530 \text{ К}$; $G_0 = 1.81 \text{ кг/с}$; $p_{0\max} = 1.5 \text{ бар}$; $p_a = 0.01 \text{ бар}$; $\gamma = 1.25$; $R_g = 374.5 \text{ Дж/(кг}\cdot\text{К)}$; $\beta = 0^\circ$; $L = 0.645 \text{ м}$; высота камеры сгорания 0.072 м ; ширина аппарата 0.38 м . Приведённые значения газодинамических и геометрических параметров соответствуют техническому заданию на проектирование сопла для экспериментального демонстратора ПМ-3, разрабатываемого в отделе 012 ЦИАМ.

Было рассмотрено пять случаев: I – сопло с цилиндрической нижней образующей, близкой к плоской ($P = 10$); II – полностью пространственное сопло с фиксированной формой выходного сечения ($P = 15$); III – полностью

пространственное сопло с варьируемой формой выходного сечения ($P = 21$); IV – полностью пространственное сопло с варьируемой формой выходного сечения, имеющее большую длину $L = 1$ м ($P = 35$, в этом случае НПББ, аппроксимирующая сверхзвуковую часть сопла имела не 4, а 5 контрольных кривых); V – полностью пространственное сопло с фиксированной формой выходного сечения, с круглой формой поперечного сечения КС эквивалентной площади ($P = 15$). Характеристики полученных в результате оптимизации сопел приведены в таблице 3.7, а на рис. 3.5-3.9 можно видеть формы сопел с соответствующими полями чисел Маха.

Таблица 3. 7

| Характеристика | Вариант I | Вариант II | Вариант III | Вариант IV | Вариант V |
|----------------|---------------|---------------|---------------|---------------|---------------|
| η^0 | 0.9681 | 0.9766 | 0.9866 | 0.9954 | 0.9761 |
| η^{0**} | 0.9675 | 0.9764 | 0.9861 | 0.9945 | 0.9755 |
| η_* | 0.9681 | 0.9764 | 0.9845 | 0.9923 | 0.9760 |
| η^{**} | 0.9675 | 0.9763 | 0.9840 | 0.9915 | 0.9755 |
| η^* | 0.9994 | 0.9998 | 0.9995 | 0.9991 | 0.9994 |
| p_0/p_{0max} | 0.9902 | 0.9974 | 0.9912 | 0.9853 | 0.9900 |
| G/G_0 | 1.0000 | 1.0000 | 1.0000 | 1.0000 | 1.0000 |
| $\delta, \%$ | 3.25 | 2.37 | 1.60 | 0.85 | 2.45 |

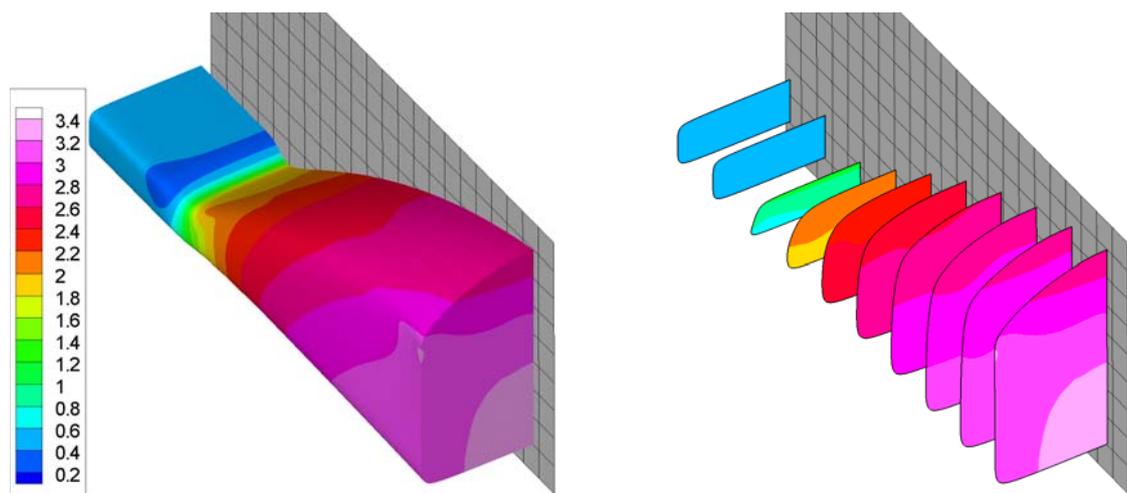


Рис. 3.5. Форма и поле чисел Маха спрофилированного сопла, вариант I

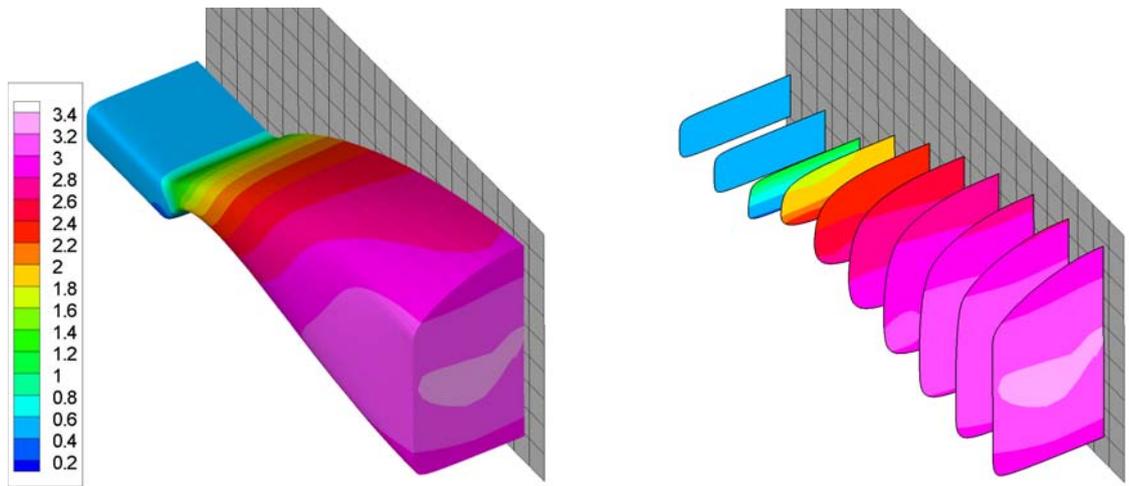


Рис. 3.6. Форма и поле чисел Маха спрофилированного сопла, вариант II

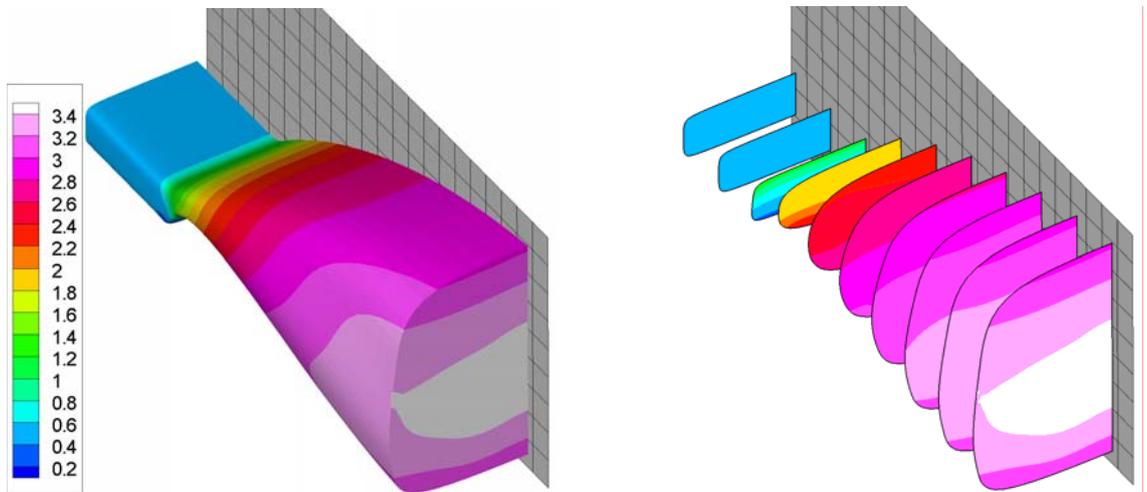


Рис. 3.7. Форма и поле чисел Маха спрофилированного сопла, вариант III

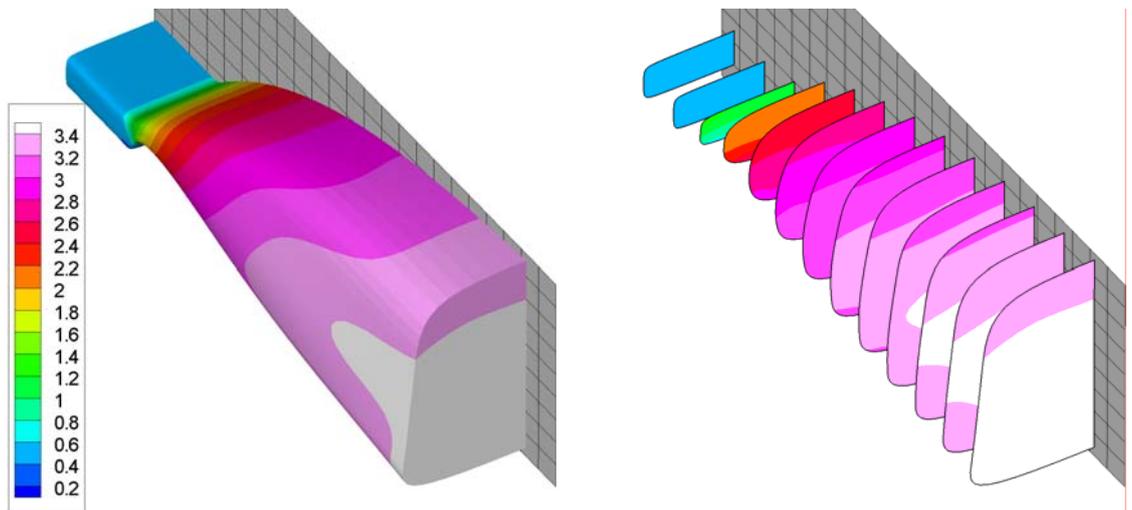


Рис. 3.8. Форма и поле чисел Маха спрофилированного сопла, вариант IV

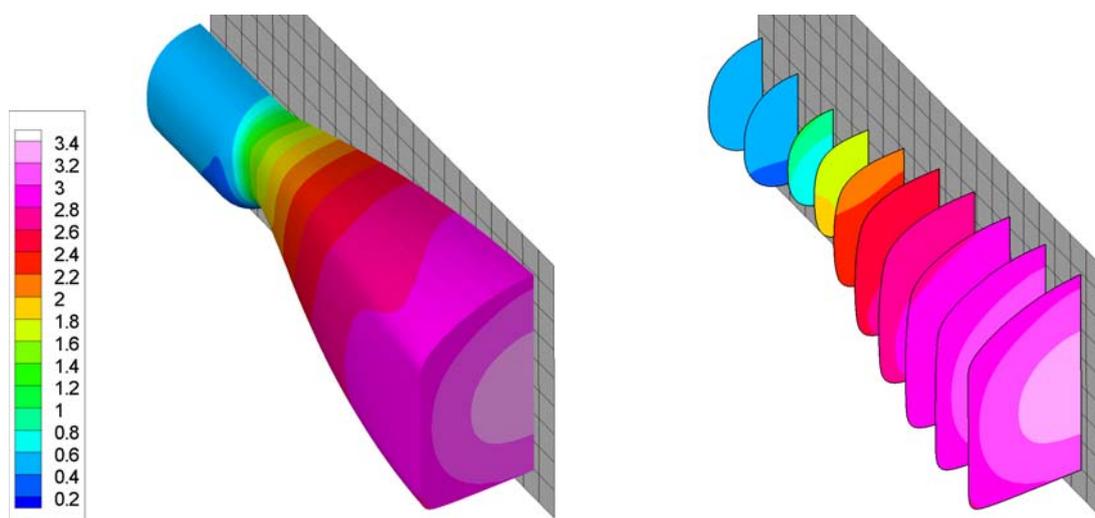


Рис. 3.9. Форма и поле чисел Маха спрофилированного сопла, вариант V

Наибольшие потери тяги δ по сравнению с идеальным одномерным соплом имеет вариант I – 3.25% (рис. 3.5), что почти на 1% больше, чем потери сопла той же длины с профилируемой нижней стенкой (вариант II) – 2.37%, (рис. 3.6). В этих вариантах форма выходного сечения оставалась постоянной, и варьировалось только его положение в вертикальном и угловом направлениях. Вообще говоря, габаритные ограничения не требуют фиксированной формы выходного сечения, требуется только, чтобы полученные сопла были вписаны в ограничивающую поверхность, что в принципе могло потребовать введения заднего торца кормовой части. Однако, как показали расчёты, накладываемые габаритные ограничения приводили к тому, что в данных условиях, сопла получались сильно недорасширенными. Поэтому фиксированная форма выходного сечения позволяла избавиться от лишних произволов без ущерба качества получаемых результатов. Итак, если посмотреть на газодинамические поля течения в том и другом случаях, то видно, что в варианте II, поле течения получается гораздо более симметричным за счёт профилированного горла сопла, что обеспечивает более симметричную форму всей сверхзвуковой части, это и позволяет существенно снизить потери тяги. Как и следовало ожидать, в вариантах III (рис. 3.7) и IV (рис. 3.8) потери тяги получаются ещё меньше: 1.6% и 0.85% соответственно; причём если в первых двух вариантах потери, связанные с учётом влияния внешней аэродинамической силы, составляли сотые доли процента, то при

изменяемой форме выходного сечения сопла эти потери составляют уже порядка нескольких десятых. В случае V (рис. 3.9) потери тяги оказались сопоставимы с теми, что были получены в случае II, таким образом, можно сделать вывод, что круглая форма поперечного сечения КС, более предпочтительная с точки зрения уменьшения тепловых и прочностных нагрузок по сравнению с прямоугольной, не приводит к дополнительным потерям тяги. Несмотря на то, что варианты III, IV и V в строгом смысле не удовлетворяют исходным габаритным ограничениям, они, тем не менее, интересны с точки зрения оценки возможности увеличения тяговых характеристик двигателя при сравнительно незначительном изменении его размеров, а также с точки зрения влияния изменения конфигурации других элементов двигателя на его тяговые характеристики. Отметим также, что во всех случаях полное давление в оптимальных соплах практически совпадало с заданным значением p_{0max} . Нетрудно видеть, что во всех приведённых вариантах выходное сечение сопел перпендикулярно оси ЛА, таким образом, произвол, отвечающий за изменение положения выходного сечения в угловом направлении, оказался лишним.

Вариант II сопла, отвечающего всем наложенным габаритным ограничениям, был рекомендован в качестве базового для экспериментального образца-демонстратора ПМ-3, разрабатываемого в отделе 012 ЦИАМ. Согласно расчётам, выполненным специалистами отдела 012, в приближении уравнений Эйлера спрофилированное сопло II выигрывает у исходных прототипов сопел до 5% тяги.

3.4. Профилирование пространственного сопла высокоскоростного ПВРД с учётом аэродинамических характеристик летательного аппарата

3.4.1. Постановка задачи

Очевидно, что характеристики двигателя при оптимизации проекции тяги его сопла на заданное направление будут сильно зависеть от того, как

именно выбрано это направление. Ниже сформулирована и решена задача оптимального профилирования пространственного сопла того же ПВРД, о котором шла речь в предыдущем разделе 3.3, но с более полным учётом аэродинамических характеристик ЛА при минимальном расходе топлива на крейсерском режиме. При этом величина β , соответствующая оптимальному направлению вектора тяги сопла, определялась в процессе оптимизации.

Пусть известны поляр ЛА и его вес, допустим также, что двигатель никак не влияет на поляр ЛА. На рис. 3.10 схематично представлены соображения о выборе оптимального направления вектора тяги (ВТ) одномерного идеального сопла так, чтобы при заданной поляре $P_{\text{ЛА}}$ и заданном весе mg , крейсерский режим достигался при минимальном значении модуля ВТ. Приводимые ниже рассуждения относительно оптимального угла поворота ВТ идеального сопла не претендуют на то, чтобы считаться чем-то принципиально новым. Однако их нельзя не привести здесь, во-первых, потому, что без этого затруднительно переходить к задаче оптимального профилирования пространственного сопла, а во-вторых, потому что сама форма этих рассуждений представляется довольно простой и понятной.

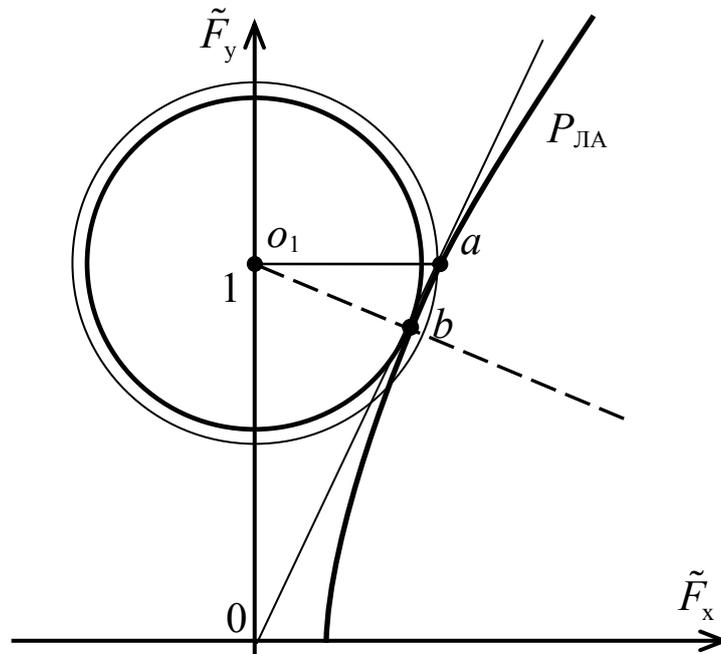


Рис. 3.10. Схема выбора оптимального направления вектора тяги одномерного идеального сопла ракетного двигателя

Итак, обратимся к рис. 3.10: ось абсцисс совпадает с направлением вектора скорости набегающего потока \mathbf{u}_∞ ; далее, для удобства, под ВТ подразумевается ВТ, взятый с обратным знаком; за масштаб силы выбрано значение веса ЛА. Поляра ЛА аппроксимируется простой квадратичной зависимостью вида:

$$\tilde{F}_x = \frac{\tilde{F}_y^2 + 1}{2K_{\max}}, \quad \tilde{F}_x = \frac{F_x}{mg}, \quad \tilde{F}_y = \frac{F_y}{mg},$$

где F_x, F_y – проекции силы, действующей на ЛА со стороны набегающего потока, а K_{\max} – максимальное аэродинамическое качество ЛА. Сначала рассмотрим ракетный двигатель (РД). Для того чтобы обеспечить крейсерский режим полёта, необходимо, чтобы выполнялось условие равновесия вида:

$$\begin{cases} R_x = F_x, \\ R_y + F_y = mg. \end{cases} \quad (3.4)$$

Годограф аэродинамической силы \mathbf{F} в выбранном масштабе совпадает с $P_{\text{ЛА}}$. Условно будем считать, что ВТ сопла приложен к точке o_1 ; модуль ВТ идеального сопла не зависит от направления, поэтому годограф ВТ будет описывать окружность с центром в точке o_1 . Если направить ВТ по вектору скорости набегающего потока, то $R_y = 0$, значит с учётом выбранного масштаба, модуль ВТ должен быть равен величине отрезка o_1a , годограф ВТ такого сопла изображен на рисунке более тонкой линией. Однако нетрудно заметить, что для выполнения условия (3.4) достаточно иметь сопло, ВТ которого совпадает с вектором $\overrightarrow{o_1b}$, годограф ВТ соответствующего сопла изображён более жирной линией. Точка b является ближайшей точкой поляры к точке o_1 , то есть отрезок o_1b – расстояние от точки o_1 до поляры $P_{\text{ЛА}}$. Таким образом, если повернуть первое сопло, обеспечивающее крейсерский режим полёта при направлении ВТ по вектору скорости набегающего потока, в направлении луча o_1b , можно получить избыток тяги, – назовём его ε , – который эквивалентен разнице радиусов двух окружностей. Этот избыток тяги может быть, в свою очередь, переведён в экономию расхода топлива, поэто-

му в качестве критерия оптимизации уместно использовать величину $\varepsilon \rightarrow \max$. Буквально это означает, что при оптимизации неоднородного сопла, когда годограф ВТ не описывает окружность, должно максимизироваться расстояние (с учётом знака) от точки годографа ВТ сопла до поляры ЛА, в этом случае оптимальное направление ВТ будет получаться автоматически.

Все рассуждения и выводы относительно сопла РД справедливы и для ПВРД, с той лишь разницей, что в последнем случае необходимо учитывать вклад внешнего импульса в тягу сопла. С учётом внешнего импульса условие (3.4) примет вид:

$$\begin{cases} R_x = F_x - u_\infty G, \\ R_y + F_y = mg. \end{cases}$$

Геометрически это означает, что годографу ВТ одномерного сопла ПВРД будет соответствовать окружность с центром в точке o_2 , а оптимальному направлению ВТ – луч o_2c , где точка c является ближайшей к o_2 точкой поляры $P_{ЛА}$ (рис. 3.11).

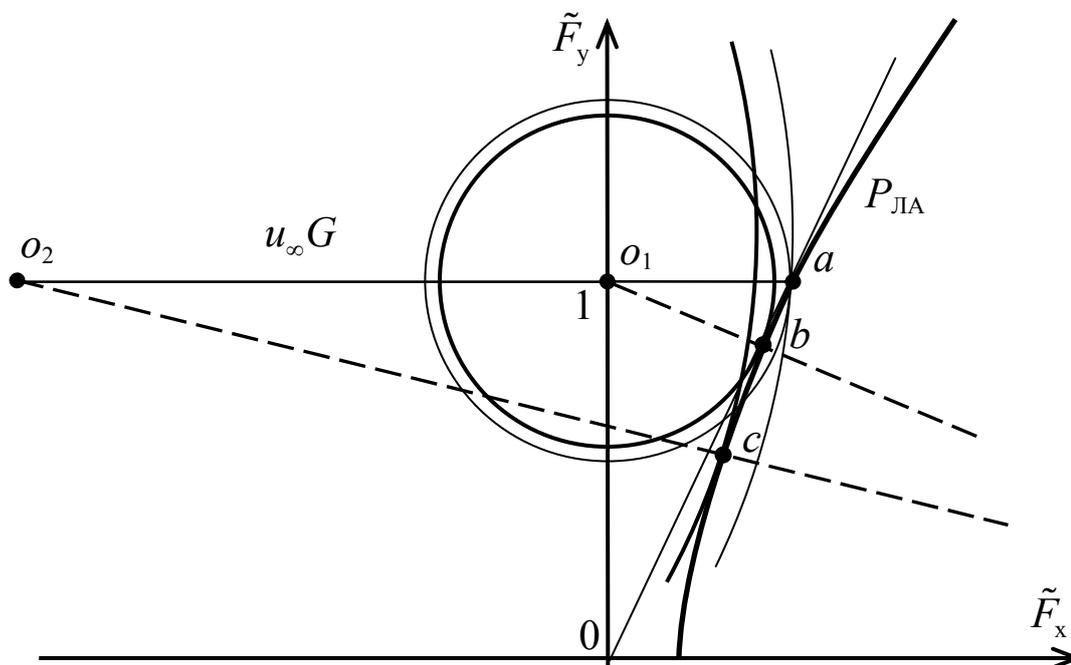


Рис. 3. 11. Схема выбора оптимального направления вектора тяги одномерного идеального сопла ПВРД

Как и ранее, более тонкая линия, которая описывает дугу окружности радиуса o_2a , соответствует годографу ВТ сопла ПВРД, обеспечивающему

крейсерский режим при направлении ВТ по вектору скорости набегающего потока; $\vec{o_1c}$ соответствует вектору тяги самого двигателя. Отметим, что оптимальное изменение угла поворота ВТ сопла ($\sim 10^\circ$) влечёт незначительное изменение угла атаки ($\sim 1 \div 1.5^\circ$).

3.4.2. Результаты оптимизации

Оптимизация сопла в рассматриваемой постановке осуществлялась для параметров, приведённых в разделе 3.3.2. Качество ЛА $K = 4$, а вес ЛА задавался из предположения, что сопло типа II, спрофилированное на осевое направление в разделе 3.3, обеспечивает заданный крейсерский режим полёта.

Итак, оптимизируя пространственное сопло ПВРД, обеспечивающее заданный крейсерский режим полёта при минимальном расходе топлива, критерием оптимизации являлся избыток тяги ϵ , который фактически эквивалентен расстоянию с учётом знака от годографа ВТ, который в пространственном случае уже не является окружностью с центром в т. o_2 , до поляры ЛА. Было рассмотрено два случая: в первом, вклад внешней аэродинамической силы при оптимизации не учитывался, (т. е. при вычислении критерия); во втором, учёт влияния внешней аэродинамической силы имел место непосредственно в процессе оптимизации сопла. На рис. 3.12 приведена окрестность точки o_1 , где на график нанесены точки, соответствующие тягам получившихся сопел. Здесь круглыми зелёными маркерами показаны две точки годографа ВТ первого сопла, соответствующие начальному приближению – соплу, спрофилированному на заданное ($\beta = -4^\circ$) направление ВТ, а также соплу, полученному в результате оптимизации. Линия, соединяющая маркеры, демонстрирует эволюцию годографа ВТ в процессе оптимизации, при этом на график нанесены точки, посчитанные с учётом вклада внешней силы, который, напомним, не учитывался непосредственно при оптимизации. Красный квадратный маркер отвечает тяге сопла, полученного во втором случае. Как и предполагалось, направления ВТ пространственных оптимальных со-

пел не отвечают в точности направлению луча o_2c , однако весьма близки к нему.

Синие треугольные маркеры (т. f_0, f_1) отвечают тяге одномерного сопла со степенью недорасширенности $p_e/p_a = 2$ у двигателя с потерями полного давления в воздухозаборнике $\sigma = 0.2$. Точка f_0 – тяге при отсутствии подачи топлива, (получено по одномерным соотношениям), а точка f_1 – тяге сопла, обеспечивающего крейсерский режим полёта при осевом направлении ВТ, (то есть соплу типа II, спрофилированному в разделе 3.3), будем считать, что это одновременно соответствует режиму максимальной подачи топлива. Тогда можно сказать, что, уменьшив тягу на «заработанный» в результате оптимизации избыток ε , можно сэкономить $\sim \varepsilon/|f_0 f_1|$ топлива, оставшись на том же крейсерском режиме.

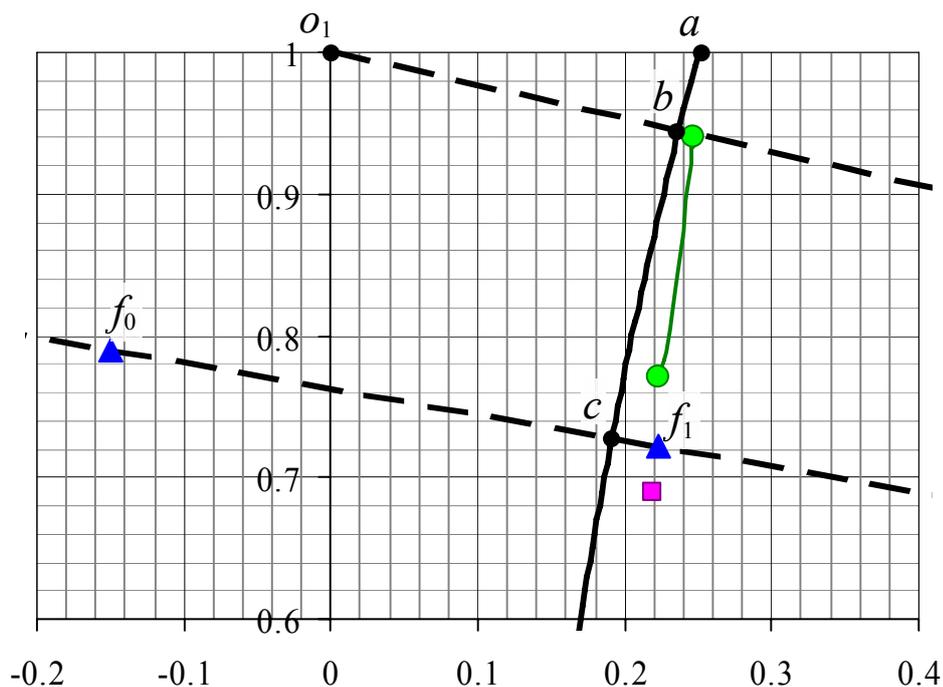


Рис. 3.12. Результаты оптимизации: окрестность т. o_1

На рис. 3.13 приведены двумерные проекции форм полученных оптимальных сопел: рис. 3.13,а, соответствует первому случаю, когда вклад внешней аэродинамической силы не учитывался при вычислении критерия. Очевидно, что, если в этом случае позволить выходному сечению занимать произвольное положение в вертикальном направлении, то оптимальное сопло

будет близко к плоскому симметричному соплу, которое перестанет быть оптимальным при учёте влияния обтекания кормовой части. Поэтому в первом случае у выходного сечения варьировался только угол наклона, который в результате получился существенно ненулевым, для того, чтобы повернуть поток на оптимальный угол: $\beta = -8.48^\circ$.

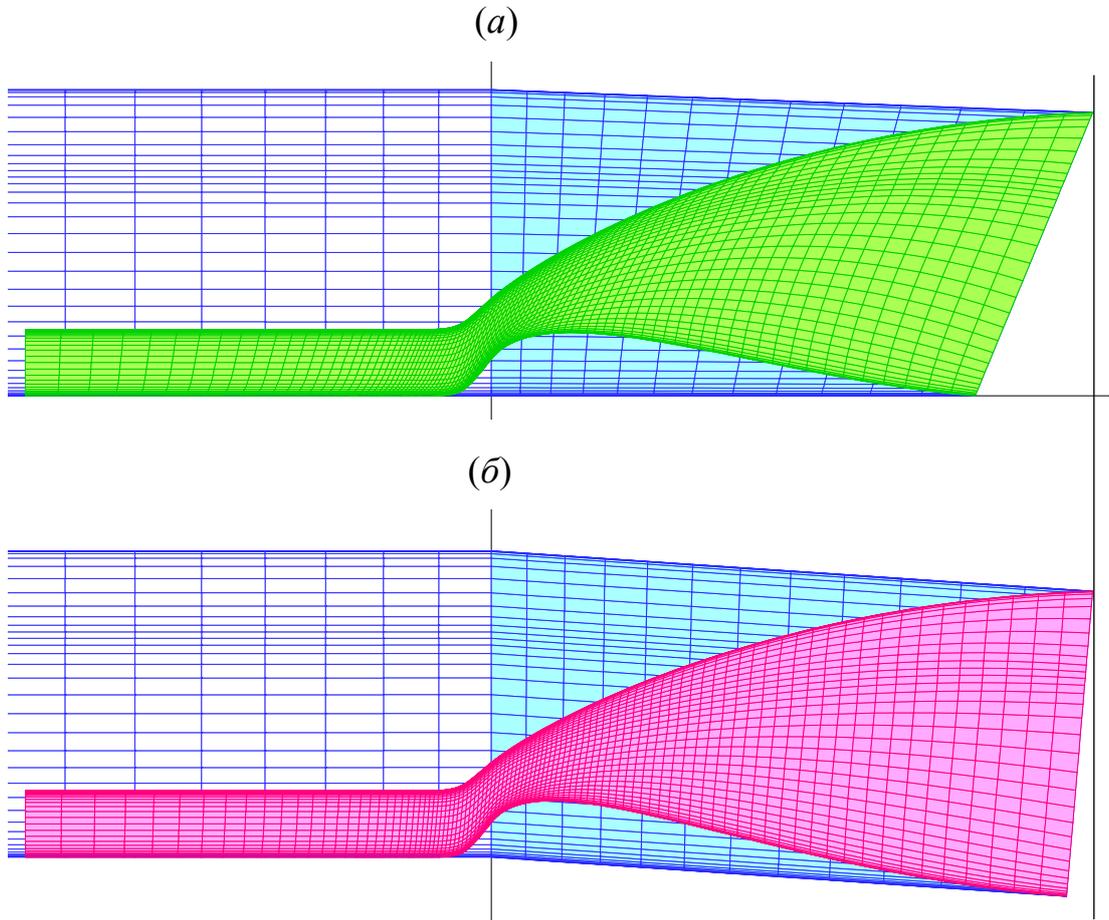


Рис. 3.13. (а) Двумерная проекция сопла ПВРД, спрофилированного без учёта влияния внешней аэродинамической силы; (б) Двумерная проекция сопла ПВРД, спрофилированного с учётом влияния внешней аэродинамической силы

Сопло, изображённое на рис. 3.13,б, было получено с учётом влияния внешней силы: видно, что, в отличие от первого случая, данное сопло имеет близкую к максимально возможной длину как верхней, так и нижней стенок, а оптимальный угол поворота потока, $-\beta = -11.46^\circ$, – получается в основном за счёт варьирования вертикального положения выходного сечения. В первом случае избыток тяги получившегося сопла $\varepsilon = 0.024$, что эквивалентно экономии расхода топлива $\Delta G_f = -5.9\%$; во втором случае: $\varepsilon = 0.034$, $\Delta G_f = -8.5\%$.

В связи с тем, что ВТ спрофилированных сопел имеют направления весьма близкие к лучу o_2c ($\beta = -10.30^\circ$), полученному по одномерным соотношениям, можно сделать вывод, что решение задачи в предложенной постановке эквивалентно решению задачи профилирования сопла с максимальной проекцией ВТ на заданное направление, рассмотренной в разделе 3.3, если величину β задавать, исходя из одномерных теоретических оценок.

Как и в случае профилирования сопла с максимальной проекцией ВТ на заданное направление, сопла оптимальные в рассматриваемой постановке имеют почти симметричную (двустороннюю) сверхзвуковую часть, которая получается благодаря профилируемому горлу сопел. Такая форма сопел благоприятна и с точки зрения уменьшения момента M_z . Этот результат является принципиально важным на фоне классического рассмотрения несимметричных плоских сопел ПВРД, которые в действительности не являются оптимальными для заданного режима полёта при наличии габаритных ограничений.

Заключение к главе 3

Апробация предложенной методики оптимизации на задачах оптимизации существенно пространственных сопел, содержащих участки дозвукового течения, выявила необходимость в усовершенствовании аппроксимационных подходов. В итоге предложено использование неоднородных поверхностей Бернштейна-Безье, а также В-сплайнов при аппроксимации форм оптимизируемых объектов. Именно их использование позволяет профилировать существенно пространственные аэродинамические объекты, содержащие продольные изломы, обеспечивая качественную аппроксимацию сравнительно небольшим числом параметров.

Профилирование сопла двигателя с малой ИК заметностью продемонстрировало применимость предложенной методики к решению задач пространственного профилирования в рамках уравнений Рейнольдса. Потери тяги спрофилированных сопел по сравнению с одномерным идеальным соплом, как и ожидалось, оказались меньше потерь неоптимальных сопел, которые,

тем не менее, интуитивно казались близкими к оптимальным. При этом во всём рассмотренном диапазоне длин наилучшие характеристики имели сопла, аппроксимированные с использованием кубических однородных рациональных В-сплайнов.

В рамках уравнений Эйлера решена задача профилирования пространственного сопла ПВРД максимальной на заданное направление тяги с учётом влияния обтекания приближённой формы кормовой части, причём профилировалась как сверхзвуковая часть сопла, так и дозвуковая. Полученные результаты демонстрируют малые потери тяги спрофилированных сопел по сравнению с одномерным идеальным соплом: от 3.5 до 1%. При этом возможность уменьшения потерь тяги, с одной стороны, связана с профилированием горла сопла, благодаря чему поверхность сверхзвуковой части оптимальных конфигураций близка к симметричной, а с другой – с умеренным ослаблением габаритных ограничений, которое, тем не менее, приводит к существенному улучшению тяговых характеристик. Расчётное сравнение спрофилированных сопел с базовыми прототипами сопла экспериментального образца-демонстратора высокоскоростного прямоточного ВРД ПМ-3 показало, что спрофилированные сопла выигрывают по тяге у базовых прототипов в рамках одинаковых габаритных ограничений от 3% до 5%.

Сформулирована и решена задача оптимального профилирования пространственного сопла ПВРД с учётом аэродинамических характеристик ЛА с минимальным расходом топлива на крейсерском режиме. Для заданного крейсерского режима спрофилированные сопла обеспечивают от 6 до 8.5% экономии расхода топлива по сравнению с оптимальным пространственным соплом, удовлетворяющим тем же габаритным ограничениям, спрофилированным на осевое направление вектора тяги. При этом углы поворота вектора тяги оптимальных сопел оказываются существенно ненулевыми: -8.48° и -10.46° ; и весьма близкими к оптимальному направлению вектора тяги -10.30° , полученному, исходя из одномерных оценок.

Во всех рассмотренных случаях сверхзвуковые части оптимальных сопел ПВРД получаются близкими к симметричной (двусторонней) за счёт профилирования формы горла. Этот результат является принципиально важным на фоне классического рассмотрения несимметричных плоских сопел ПВРД, которые в действительности не являются оптимальными для заданного режима полёта при наличии габаритных ограничений.

ГЛАВА 4. Профилирование переходных каналов газоздушного тракта перспективных ТРДД

Введение

В современных гражданских двигателях переходные каналы между компрессорами низкого и высокого давлений (КНД, КВД) и турбинами высокого и низкого давлений (ТВД, ТНД) служат для согласования между собой элементов тракта. Для перспективных ТРДД со степенью двухконтурности $m > 10$ и повышенными рабочими параметрами, характерные радиусы контуров высокого и низкого давлений существенно различны. В силу этого сопрягающие их осесимметричные кольцевые каналы имеют характерную S-образную форму, а межтурбинный канал при этом существенно диффузорный. Спрофилированные традиционным способом – с малыми кривизнами стенок и безотрывным эффективным углом расширения – такие переходные каналы имеют чрезмерный размер в осевом направлении, что негативно сказывается на совокупных массово-габаритных характеристиках двигателя. Сокращение длины ведёт к возрастанию кривизны стенок и, как следствие, к возможности возникновения отрывных зон, что существенно (до 6-8%) увеличивает потери полного давления в канале и уровень радиальной (и окружной) неравномерности распределения параметров потока на выходе из канала.

Дальнейшее развитие авиационных двигателей предполагает использование в ТРДД сложного термодинамического цикла, содержащего два теплообменных аппарата – воздухоохладитель и регенератор, каждый из которых так же соединяется с другими узлами набором переходных каналов, в том числе пространственных, для подвода/отвода теплоносителей – воздуха или продуктов сгорания. Таким образом, задача минимизации потерь в переходных каналах различного рода становится особенно насущной.

Ниже приведены примеры профилирования проточной части переходных каналов, обеспечивающих низкий уровень потерь полного давления.

Рассматривается 3 типа осесимметричных кольцевых каналов: между вентилятором и подпорной ступенью, между подпорной ступенью и КВД, а также между ТВД и ТНД. Кроме того, для двигателя сложного термодинамического цикла рассматриваются пространственные переходные каналы от ТНД к регенератору, а также от регенератора к камере сгорания.

4.1. Профилирование осесимметричных кольцевых каналов перспективного ТРДД

4.1.1. Постановка задачи

Рассматривается осесимметричный кольцевой канал. Основные геометрические параметры переходного канала определяются длиной его «криволинейного» участка L (рис. 4.1). Вход в переходный канал цилиндрический со средним диаметром D_{in} и высотой H_{in} . Выходное сечение переходного канала имеет средний диаметр D_{out} и высоту H_{out} . Направление средней линии переходного канала на его выходе составляет угол β с осью вращения канала.

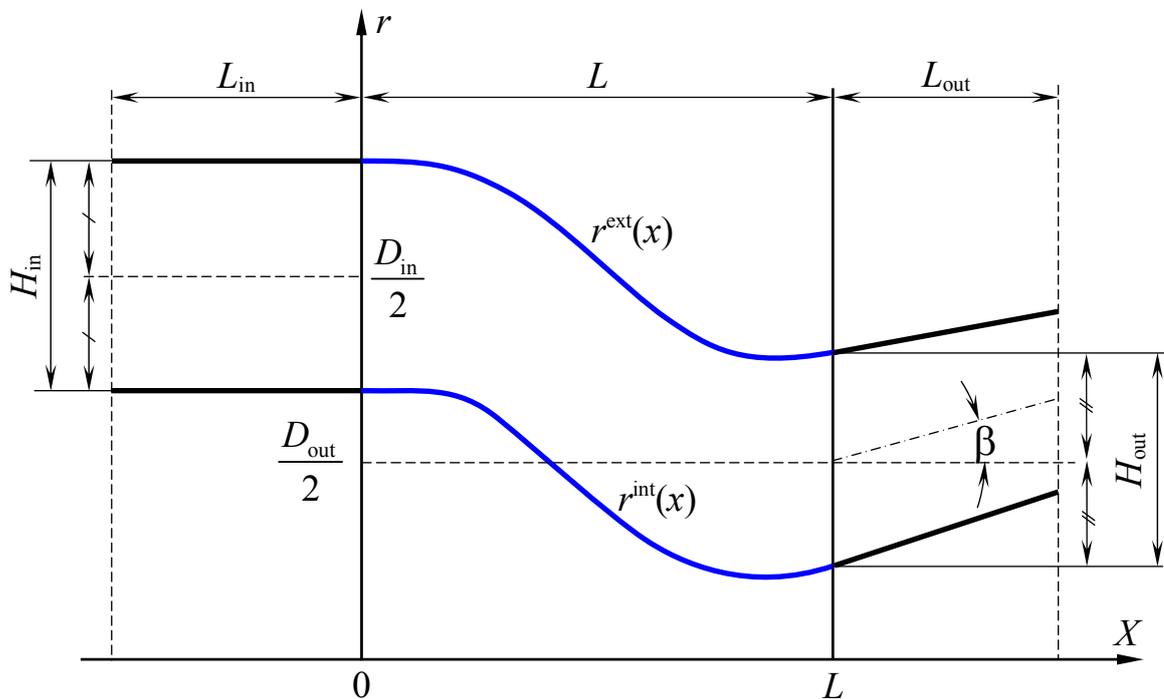


Рис. 4. 1. Геометрические характеристики канала и вид расчётной области

Профилирование осуществляется для 3-х типов переходных каналов: первый – между вентилятором и подпорной ступенью, второй – между подпорной ступенью и КВД и третий – между ТВД и ТНД. Каждый тип канала

имеет уникальный набор значений параметров D_{in} , H_{in} , D_{out} , H_{out} , β . Помимо этого, для каждого типа канала определена его базовая длина L_0 . Геометрические характеристики всех типов каналов приведены в Таблице 4.1.

Таблица 4.1.

| Тип | D_{in} , м | H_{in} , м | D_{out} , м | H_{out} , м | L_0 , м | β , ° |
|-----|--------------|--------------|---------------|---------------|-----------|-------------|
| 1 | 0.6756 | 0.0681 | 0.5264 | 0.0689 | 0.24 | 0 |
| 2 | 0.5305 | 0.0501 | 0.2638 | 0.079 | 0.2842 | 0 |
| 3 | 0.3162 | 0.0321 | 0.4433 | 0.0472 | 0.0966 | 45 |

Для каждого типа канала также заданы газодинамические параметры на входе: p_0 – давление торможения, T_0 – температура торможения, G – массовый расход, α – угол закрутки потока в тангенциальном направлении (см. Таблицу 4.2.).

Таблица 4.2.

| Тип | p_0 , Па | T_0 , К | G , кг/с | α , ° |
|-----|------------|-----------|------------|--------------|
| 1 | 47199 | 270.15 | 8.7521 | 0 |
| 2 | 78226 | 315.78 | 8.7521 | 0 |
| 3 | 390597 | 1152.83 | 8.95 | 15.1857 |

Для каждого типа переходного канала длины L необходимо спрофилировать оптимальные формы его образующих при заданных условиях, то есть требуется найти вид функций $r^{int}(x)$, $r^{ext}(x)$ на интервале $0 \leq x \leq L$. Критерием оптимизации является уровень газодинамической потерь в переходном канале. Кроме того, требуется определить влияние длины переходного участка L на газодинамические характеристики переходного канала. Профилирование осуществляется с помощью методики, подробно описанной в Главе 1, в двумерной постановке, в рамках уравнений Рейнольдса.

4.1.2. Аппроксимация геометрии переходного канала

Для аппроксимации формы образующих криволинейного участка переходного канала использовались КББ 5-ого порядка, определяемые соотноше-

ниями (1.5)-(1.6). Форма каждой образующей задавалась набором из 6-ти контрольных точек: $\{\mathbf{P}_k^{\text{int}}\}_{k=0}^5$ – для внутренней и $\{\mathbf{P}_k^{\text{ext}}\}_{k=0}^5$ – для внешней, (далее верхний индекс «int» метит параметры, относящиеся к внутренней стенке, а «ext» – к внешней, см. рис. 4.2). Для более корректного описания течения на входе и на выходе канала к основной геометрии добавлялись прямолинейные кольцевые участки постоянной площади поперечного сечения, длина которых была равна $L_{\text{in}} = 2H_{\text{in}}$ и $L_{\text{out}} = 2H_{\text{out}}$ соответственно (рис. 4.1).

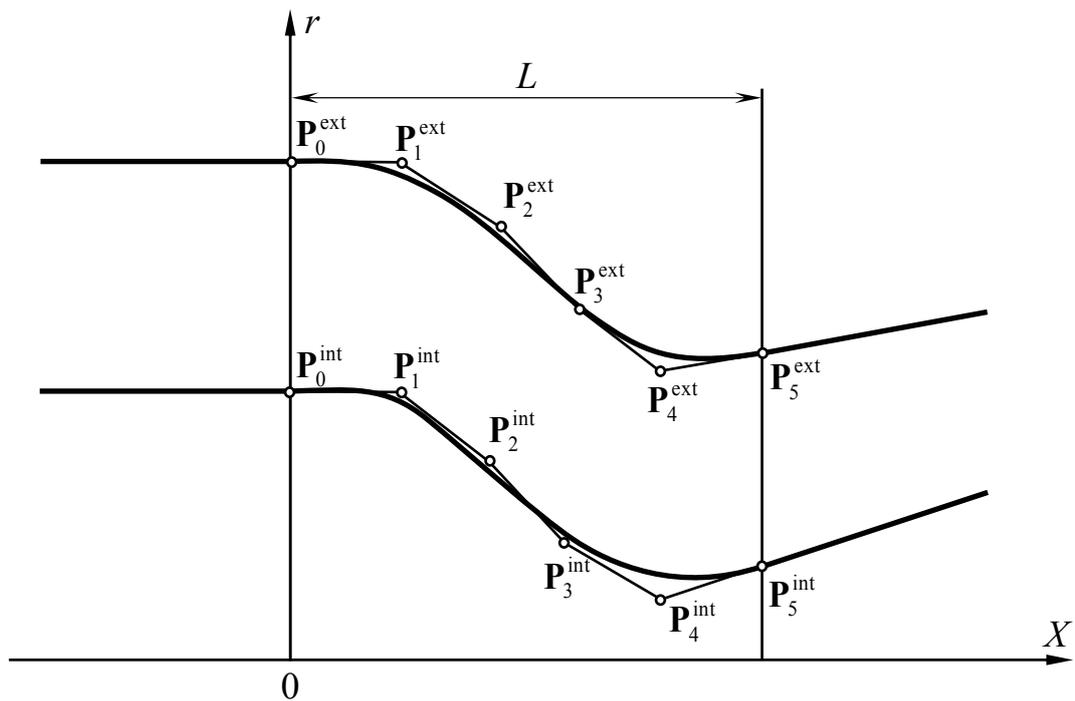


Рис. 4.2. Аппроксимация геометрии каналов

В случае неосевого выхода ($\beta \neq 0$) пристраиваемый прямолинейный кольцевой участок заменялся криволинейным участком постоянной площади поперечного сечения, задаваемом КББ 2-ого порядка – $P_{\text{out}}^{\text{int}}(t)$ и $P_{\text{out}}^{\text{ext}}(t)$. Координаты контрольных точек $\{\mathbf{Q}_k^{\text{int}}\}_{k=0}^2$ и $\{\mathbf{Q}_k^{\text{ext}}\}_{k=0}^2$ выбирались таким образом, чтобы средняя линия в выходном сечении канала имела заданный угол наклона β , (заметим, что $\mathbf{Q}_0^{\text{int, ext}} \equiv \mathbf{P}_5^{\text{int, ext}}$). Положение контрольных точек, определяющих форму стенок канала, задавалось равномерным по длине, поэтому варьироваться могли только радиальные координаты: $\{r_k^{\text{int}}\}_{k=0}^5$ и $\{r_k^{\text{ext}}\}_{k=0}^5$. Ра-

диальные координаты крайних контрольных точек определялись по размерам входного (in) и выходного (out) сечений:

$$r_0^{\text{int}} = \frac{D_{\text{in}} - H_{\text{in}}}{2}, \quad r_0^{\text{ext}} = \frac{D_{\text{in}} + H_{\text{in}}}{2}, \quad r_5^{\text{int}} = \frac{D_{\text{out}} - H_{\text{out}}}{2}, \quad r_5^{\text{ext}} = \frac{D_{\text{out}} + H_{\text{out}}}{2}. \quad (4.1)$$

Кроме того, фиксировались 1-ые и 4-ые радиальные координаты для обеспечения гладкой стыковки переходного канала с пристраиваемыми участками. Поясним, что, например, для не осевого пристраиваемого выходного участка, последнее равносильно выполнению условия, что точки $\mathbf{P}_4^{\text{int}}, \mathbf{P}_5^{\text{int}}$ и $\mathbf{Q}_1^{\text{int}}$ лежат на одной прямой, (для внешней стенки – аналогично). В итоге варьировались радиальные координаты контрольных точек $\mathbf{P}_k^{\text{int,ext}}$ с номерами 2 и 3.

4.1.3. Расчёт потерь в переходном канале

По условиям задачи форма канала осесимметричная, поэтому течение в канале также предполагается осесимметричным. Профилирование осуществлялось в квази-двумерной постановке: расчётная область представляла собой сектор с угловым размером 0.1° . На рис. 4.3 показан типичный вид расчётной сетки, используемой при оптимизации формы канала, в том смысле, что для таких сеток происходит основная часть итераций процесса оптимизации, а характеристики получившихся в результате каналов определяются при расчёте на более мелких сетках. В меридиональном сечении такая сетка содержит 48×96 расчётных ячеек.

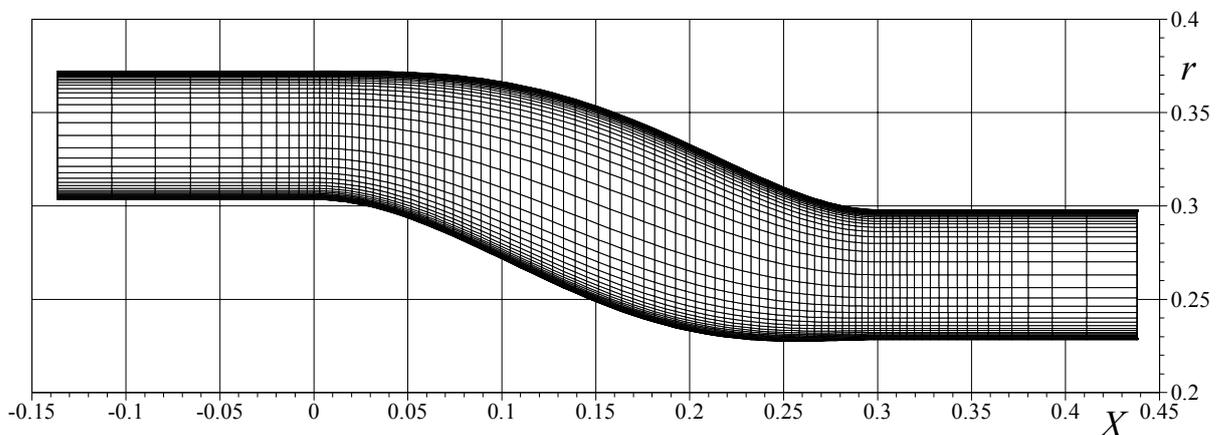


Рис. 4.3. Расчётная сетка в меридиональном сечении канала (тип 1) длины $L = 0.3$ м

Во входном сечении расчётной области задавался поток с однородными по высоте канала значениями давления торможения p_0 и температуры торможения T_0 , а также заданным направлением вектора скорости. Направление вектора скорости определяется величиной закрутки потока на входе в канал. Отношение тангенциальной компоненты вектора скорости к осевой компоненте определяется тангенсом угла закрутки потока α . Радиальная компонента вектора скорости на входе в канал задавалась равной нулю. На выходе из расчётной области задавалось фиксированное статическое давление p_e . Значение p_e вычисляется по одномерным соотношениям из условия, что однородный поток с параметрами торможения p_0 , T_0 в выходном сечении канала должен иметь требуемый массовый расход G . Для оценки влияния длины криволинейного участка на газодинамические характеристики переходных каналов для каждого типа канала рассмотрено по 3 значения длины: $L = 3/4L_0, L_0, 5/4L_0$. Расчёт потерь выполнялся посредством интегрирования полного давления по расходу газа во входных и выходных сечениях каналов. Как и в п. 1.4.3 для газодинамического расчёта поля течения методом установления интегрировались уравнения Навье-Стокса, осреднённые по Рейнольдсу, замкнутые моделью турбулентности « v_t-90 ».

Для оценки степени совершенства переходного канала находилось значение коэффициента восстановления полного давления σ . Коэффициент σ рассчитывался по среднемассовым значениям давления торможения $\langle p_{0in} \rangle$ и $\langle p_{0out} \rangle$ на входе и выходе из канала соответственно:

$$\sigma = \frac{\langle p_{0out} \rangle}{\langle p_{0in} \rangle}, \quad \langle p_0 \rangle = \frac{\int p_0 dG}{\int dG}, \quad (4.2)$$

где dG – элементарный массовый расход газа. Так как интегрирование производится по входному и выходному сечениям расчётной области, то при расчёте потерь в переходном канале также учитывается вклад в потери входного и выходного участков постоянной площади поперечного сечения, пристроенных к криволинейному участку. Коэффициент σ существенным образом

зависит от уровня скоростей в канале. Ввиду того, что при выбранном способе задания граничных условий расчётное значение расхода G' несколько меньше требуемого G , то действительное значение σ рассчитывается по формуле:

$$\sigma = 1 - (1 - \sigma')(G/G')^2, \quad (4.3)$$

где σ' – значение коэффициента восстановления давления торможения, вычисленного по формуле (4.2) в расчёте при массовом расходе G' . Формула (4.3) отражает квадратичный характер зависимости потерь в канале от расхода.

Помимо коэффициента σ при анализе характеристик использовался также коэффициент сопротивления переходного канала ζ . Данный коэффициент рассчитывается по формуле (4.4) для нахождения сопротивления диффузоров. Физически ζ представляет собой отношение адиабатической работы, которую надо затратить, чтобы поднять в идеальном компрессоре полное давление в конце канала до величины полного давления в начале канала, к кинетической энергии потока газа на входе в канал.

$$\zeta = \frac{\frac{\gamma}{\gamma-1} RT_0 \left[\sigma^{\frac{1-\gamma}{\gamma}} - 1 \right]}{\frac{\langle V_{in}^2 \rangle}{2}}, \quad \langle V^2 \rangle = \frac{\int V^2 dG}{\int dG}, \quad (4.4)$$

где γ – показатель адиабаты, R – газовая постоянная, V – модуль скорости. Величина ζ удобна в использовании тем, что вычисленное с её помощью сопротивление канала практически не зависит от уровня скоростей в канале, а значит и массового расхода G . То есть ζ может служить мерой газодинамического совершенства канала безотносительно интегральных параметров потока. Существенное влияние интегральных параметров потока на ζ будет проявляться только при транзвуковых скоростях течения. Ввиду удобства ζ профилирование образующих форм каналов выполнялось с использованием данной характеристики в качестве критерия оптимизации.

4.1.4. Результаты оптимизации

Из трёх типов рассматриваемых каналов 1-й и 2-й имели S-образную форму, то есть вход и выход имели осевое направление, а 3-й тип имел выход, направленный под углом $\beta = 45^\circ$ к оси двигателя. Газодинамические характеристики спрофилированных каналов приведены в Таблицах 4.3-4.5, а также на рис. 4.4, 4.5.

Таблица 4.3.

| Тип 1. $T_0 = 270.1455$ К, $p_0 = 47199$ Па, $G = 8.7521$ кг/с, $\beta_{\text{out}} = 0^\circ$, $Re = 1.08 \cdot 10^7$ | | | | |
|---|--------|---------|-----------|----------|
| L | G'/G | ζ | σ' | σ |
| 0.1800 | 0.9647 | 0.0970 | 0.99369 | 0.99413 |
| 0.2400 | 0.9661 | 0.0924 | 0.99397 | 0.99437 |
| 0.3000 | 0.9660 | 0.0927 | 0.99395 | 0.99436 |

Таблица 4.4.

| Тип 2. $T_0 = 315.7761$ К, $p_0 = 7822627$ Па, $G = 8.7521$ кг/с, $\beta_{\text{out}} = 0^\circ$, $Re = 1.79 \cdot 10^7$ | | | | |
|---|--------|---------|-----------|----------|
| L | G'/G | ζ | σ' | σ |
| 0.2132 | 0.9614 | 0.1121 | 0.99052 | 0.99124 |
| 0.2842 | 0.9632 | 0.1069 | 0.99091 | 0.99157 |
| 0.3553 | 0.9637 | 0.1038 | 0.99117 | 0.99180 |

Таблица 4.5.

| Тип 3. $T_0 = 1152.826$ К, $p_0 = 390597$ Па, $G = 8.95$ кг/с, $\beta_{\text{out}} = 45^\circ$, $Re = 8.93 \cdot 10^7$ | | | | |
|---|--------|---------|-----------|----------|
| L | G'/G | ζ | σ' | σ |
| 0.0725 | 0.8714 | 0.0987 | 0.99234 | 0.99418 |
| 0.0966 | 0.8806 | 0.0888 | 0.99294 | 0.99453 |
| 0.1208 | 0.8825 | 0.0867 | 0.99307 | 0.99460 |

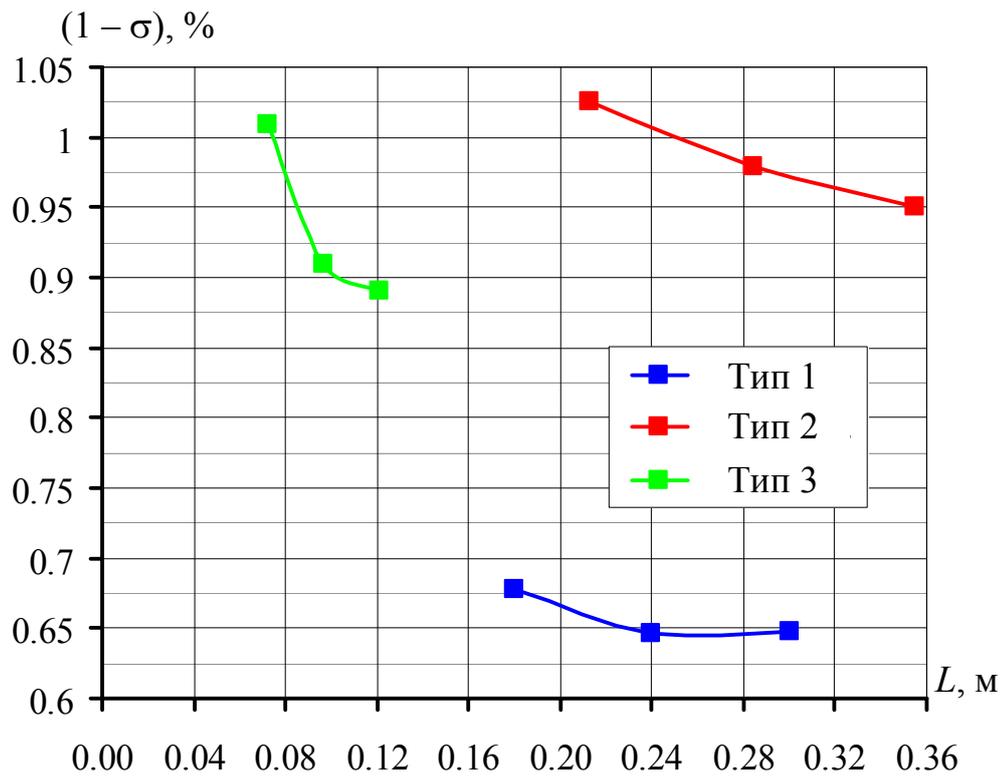


Рис. 4.4. Зависимость потерь полного давления в спрофилированных переходных каналах от их длины

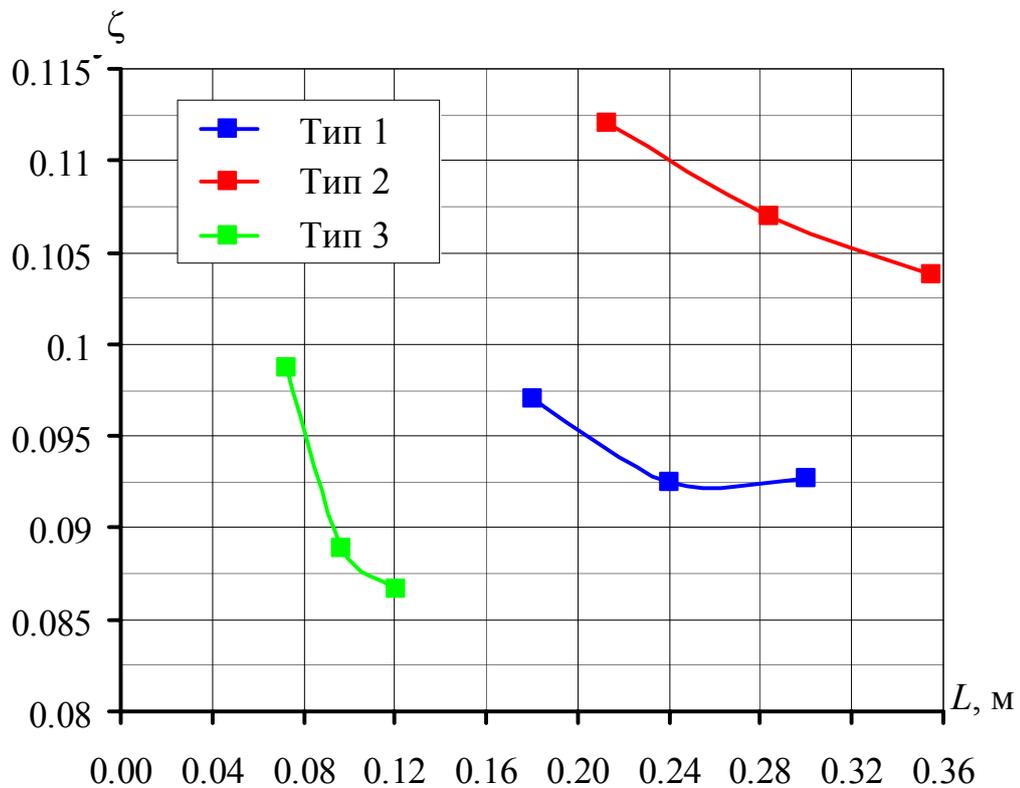


Рис. 4.5. Зависимость сопротивления спрофилированных переходных каналов от их длины

Поля чисел Маха для всех трёх типов каналов приведены на рис. 4.6-4.9. Для каждого типа канала поля чисел Маха приведены в одной цветовой шкале для всех рассмотренных длин.

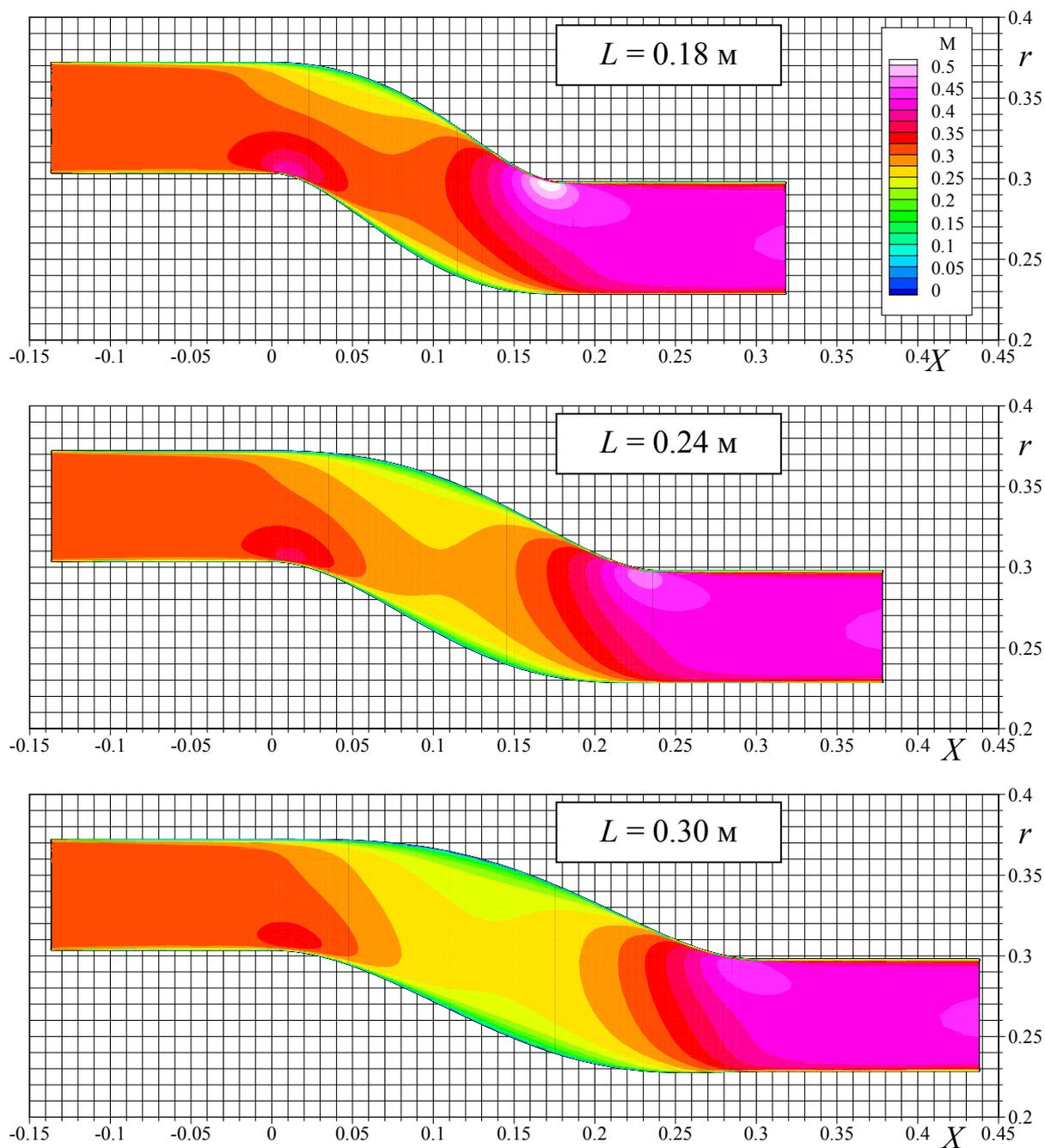


Рис. 4.6. Поля чисел Маха в спрофилированных каналах типа 1

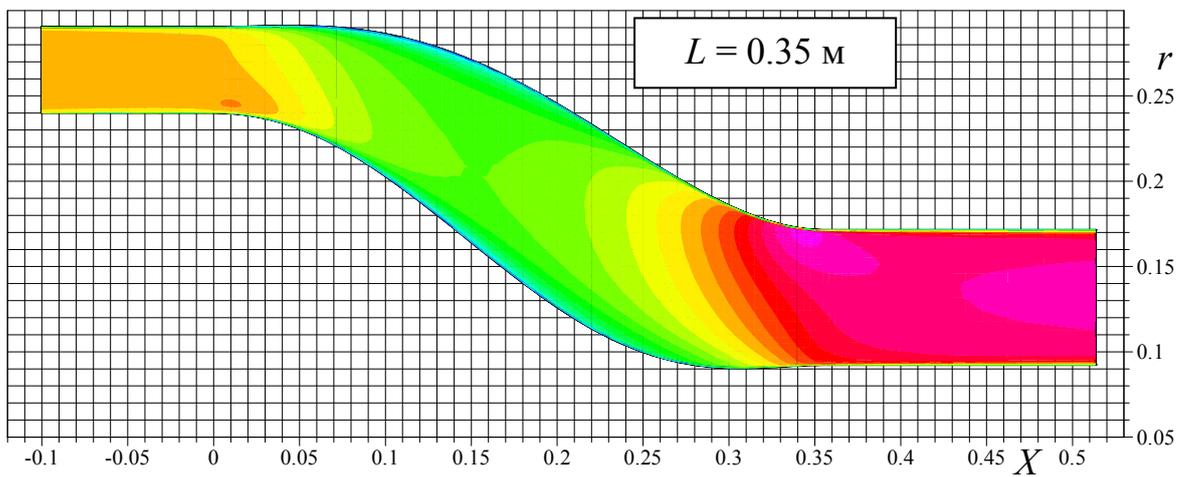
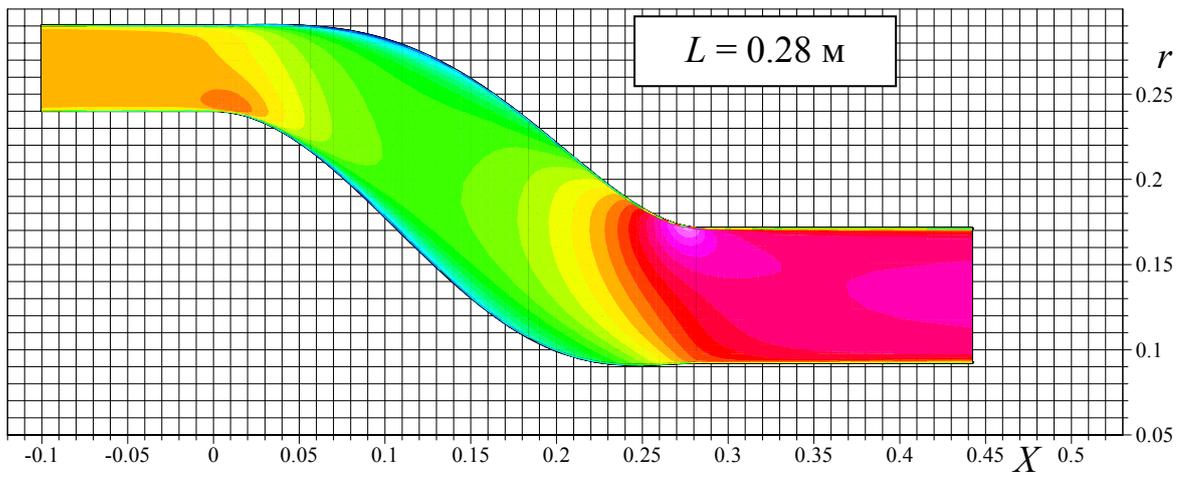
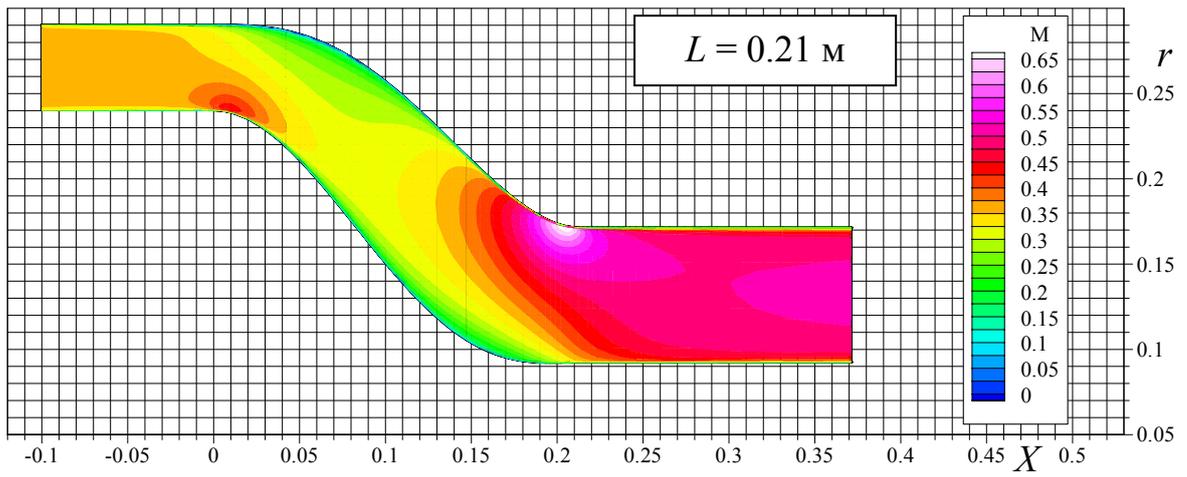


Рис. 4.7. Поля чисел Маха в спрофилированных каналах типа 2

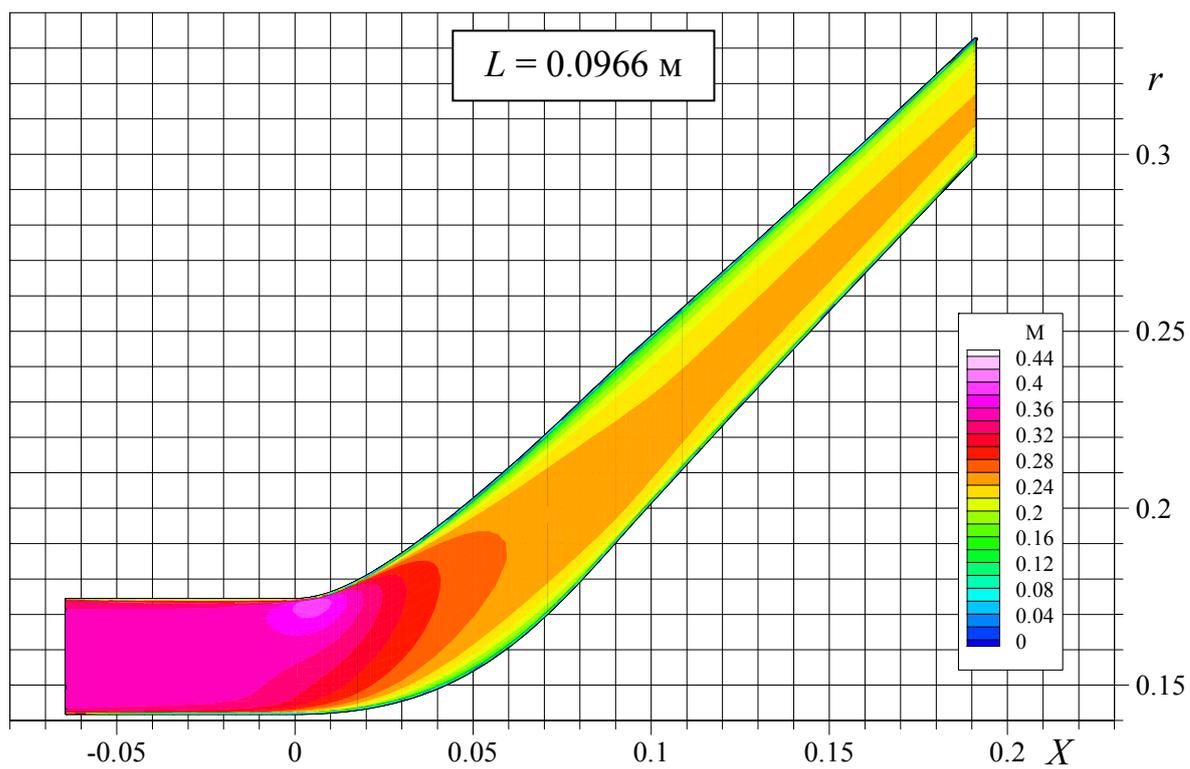
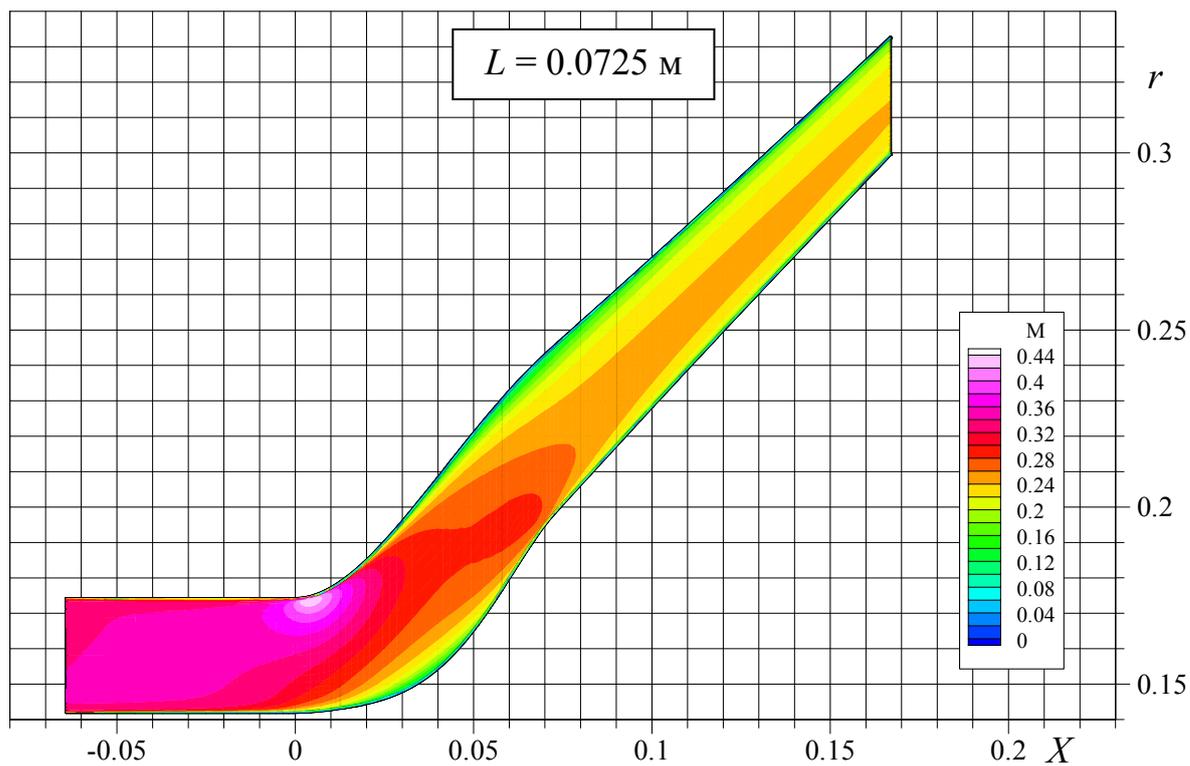


Рис. 4.8. Поля чисел Маха в спрофилированных каналах типа 3

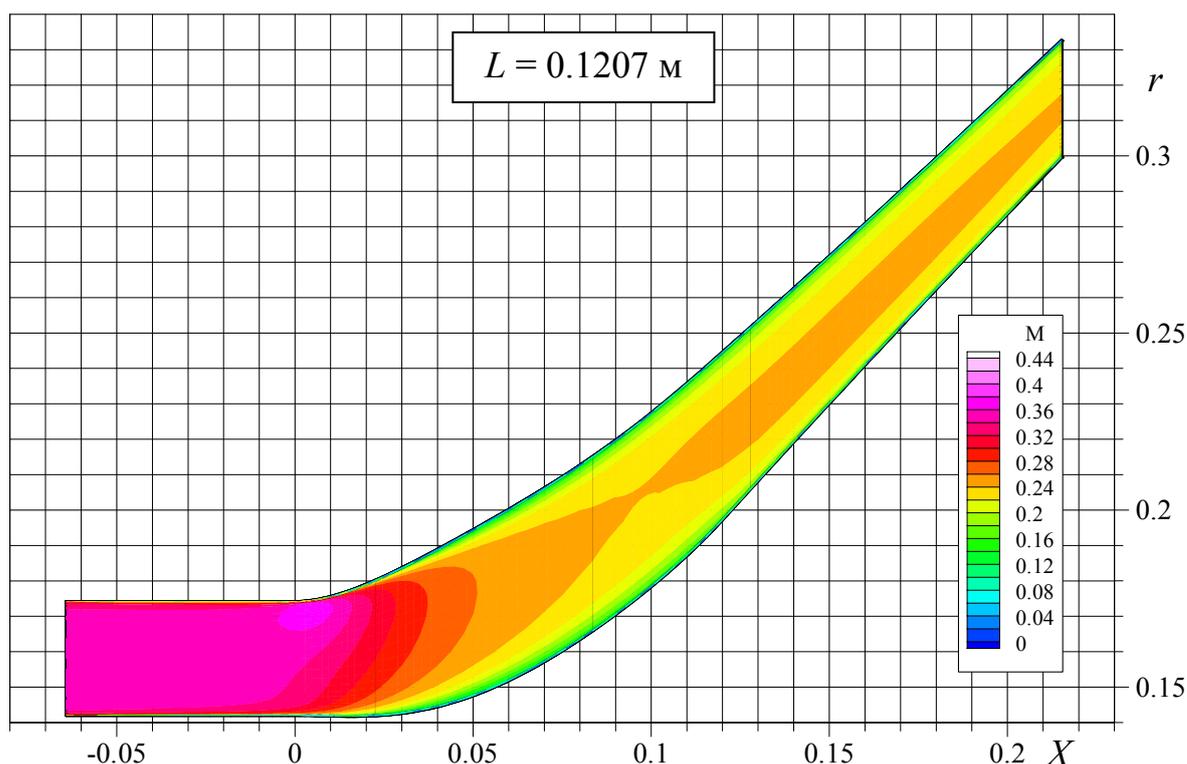


Рис. 4.9. Поле числа Маха в спрофилированном канале типа 3 длины $L = 0.1207$ м.

По полученным данным можно сделать ряд замечаний.

Во-первых, оказалось, что выбранный способ расчёта характеристик каналов и задания граничных условий приводит к появлению заметных потерь на начальном цилиндрическом участке вследствие интенсивного роста пограничного слоя. Для оптимального канала (Тип 2) базовой длины $L = 0.28$ м вклад в общее сопротивление входного цилиндрического участка составляет 0.052, то есть почти половину всего сопротивления ζ , и, следовательно, реальное сопротивление оптимального переходного канала в данном случае составляет $\zeta_1 = 0.055$.

Во-вторых, как видно из рис. 4.4. и 4.5, для канала со сравнительно мягкими условиями стыковки образующих на входе и выходе (Тип 1) имеет место оптимальная длина криволинейного участка, при которой потери в канале минимальны.

Наиболее любопытным из полученных результатов является то, что оптимальная образующая переходного канала может содержать выраженный диффузорный участок, даже если переходный канал в целом конфузоре. Это видно при внимательном рассмотрении полученных форм переходных кана-

лов между вентилятором и подпорной ступенью (Тип 1) рис. 4.6, а также между подпорной ступенью и КВД (Тип 2) рис. 4.7, где видно, что площадь поперечного сечения переходного канала локально может увеличиваться при общем сужении.

Для сравнительного анализа характеристик оптимальных переходных каналов с неоптимальными был проведён расчёт течения в неоптимальном переходном канале (Тип 2) базовой длины. Неоптимальный канал, – далее Тип 2а, – обладает высокой монотонностью геометрических характеристик. Канал построен с использованием КББ порядка 5 тривиальным образом: радиальные значения контрольных точек $P_k^{int, ext}$ с номерами 2 и 3 выбирались равными значениям $P_k^{int, ext}$ с номерами 1 и 4 соответственно. Поле чисел Маха в таком канале приведено на рис. 4.10. Сопротивление рассматриваемого канала $\zeta = 0.130$, что на 21 % больше сопротивления аналогичного оптимального канала. Если же из сопротивления вычесть потери на начальном цилиндрическом участке канала и часть потерь на выходном участке, то получим значения сопротивлений $\zeta_1 = 0.055$ и 0.081 для оптимального и неоптимального каналов. То есть, фактически, неоптимальный переходный канал (Тип 2а) имеет на 47 % большее сопротивление.

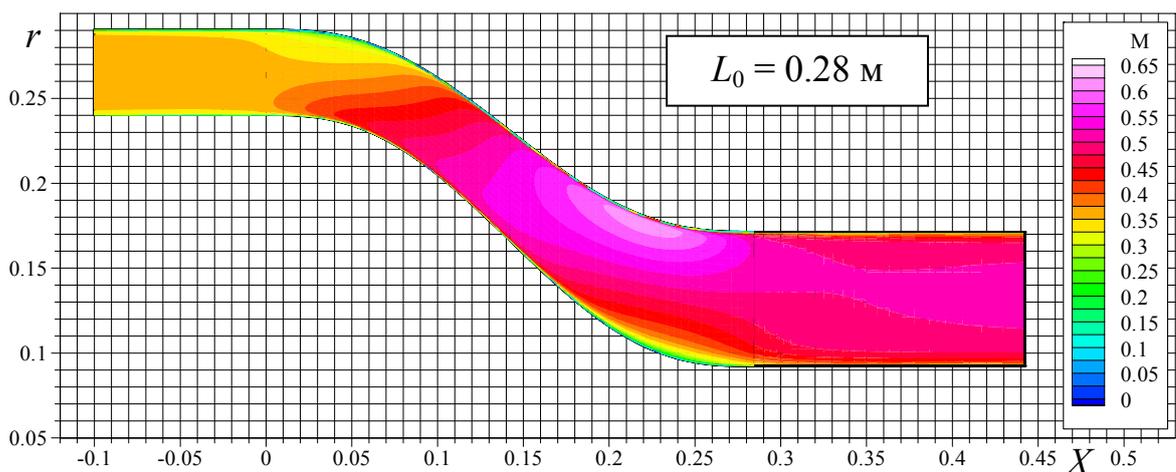


Рис. 4.10. Поле числа Маха в неоптимальном канале типа 2а длины $L = 0.28$ м.

Известно, что в осесимметричных каналах может развиваться трёхмерное нестационарное течение. Это, в первую очередь, относится к диффузо-

рам, в которых могут возникать отрывные течения. Естественно, что при этом уровень потерь полного давления, как и другие газодинамические характеристики, сильно отличаются от полученных в двумерной постановке. Каналы типа 1, 2 конфузورны, а поля течения в спрофилированных каналах типа 3 не содержат отрывов. Однако, для того чтобы убедиться, что в спрофилированных каналах уровень потерь сохраняется при пространственном способе расчёта, а картина течения остаётся при этом осесимметричной, были выполнены пространственные расчёты течения в секторе с угловым размером 90° для канала типа 3 длины $L = 0.0725$ м.

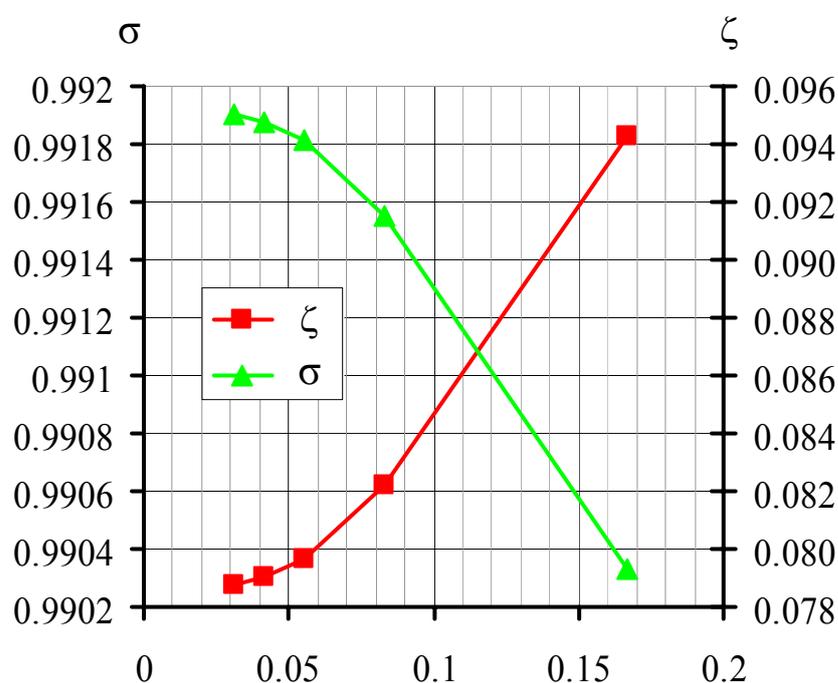


Рис. 4.11. Зависимость интегральных характеристик от параметра N_d при пространственном расчёте течения в канале типа 3 длины $L = 0.0725$ м, ($D = 4$).

В меридиональном сечении расчётные сетки оставались такими же, как при расчётах в секторе с угловым размером 0.1° , и содержали $N_r \times D$ ячеек в радиальном и $N_s \times D$ – в продольном направлениях, где N_r и N_s – константы, а D – переменная кратность сетки. При пространственном расчёте в угловом направлении расчётная сетка содержала $N_d \times D$ ячеек, контрольное значение величины N_d выбиралось так, чтобы дальнейшее увеличение не приводило к существенному изменению интегральных характеристик течения. На рис. 4.11 можно видеть, как ведут себя интегральные характеристики, –

коэффициент восстановления полного давления σ и коэффициент сопротивления ζ , – в зависимости от параметра N_d при кратности сетки $D = 4$.

На рис. 4.12 приведены результаты расчётов, – зависимость коэффициента сопротивления канала ζ от условного размера ячейки $h = 1/D$, – в пространственном и осесимметричном случаях.

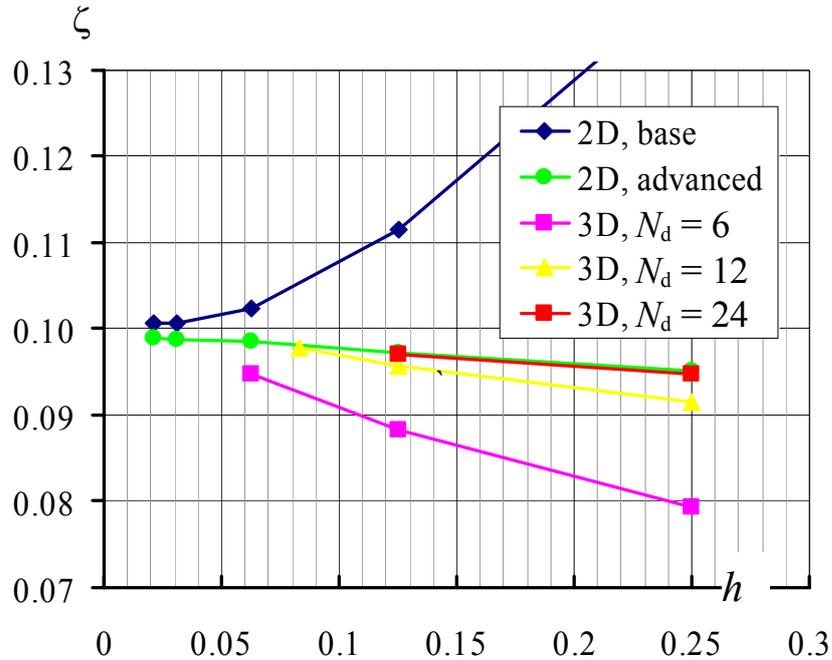


Рис. 4.12. Зависимость коэффициента сопротивления канала от условного размера ячейки $h = 1/D$

Синяя ломаная соответствует осесимметричному расчёту на сетке с изменённой топологией в меридиональном сечении, эти расчёты приводятся для сравнения с красной ломаной, соответствующей результатам осесимметричных расчётов на сетке с базовой топологией. Видно, что обе ломаные с уменьшением размера ячейки сходятся к близким значениям ζ . Три другие ломаные отвечают пространственным расчётам с различным количеством ячеек в угловом направлении. Продолжить ломаные до меньших значений h (более 1 млн. ячеек) не удаётся из-за ограниченных вычислительных возможностей. Однако, из приведённых графиков видно, что с ростом N_d , что соответствует уменьшению реального углового размера ячейки, пространственные расчёты сходятся к осесимметричному. Действительно, глядя на рис. 4.13, где приведены поля чисел Маха, полученные из пространственного расчёта ($N_d = 24$,

$D = 8$), можно убедиться в том, что поле течения остаётся осесимметричным и безотрывным. Таким образом, результаты, полученные в осесимметричной постановке, можно считать вполне достоверными.

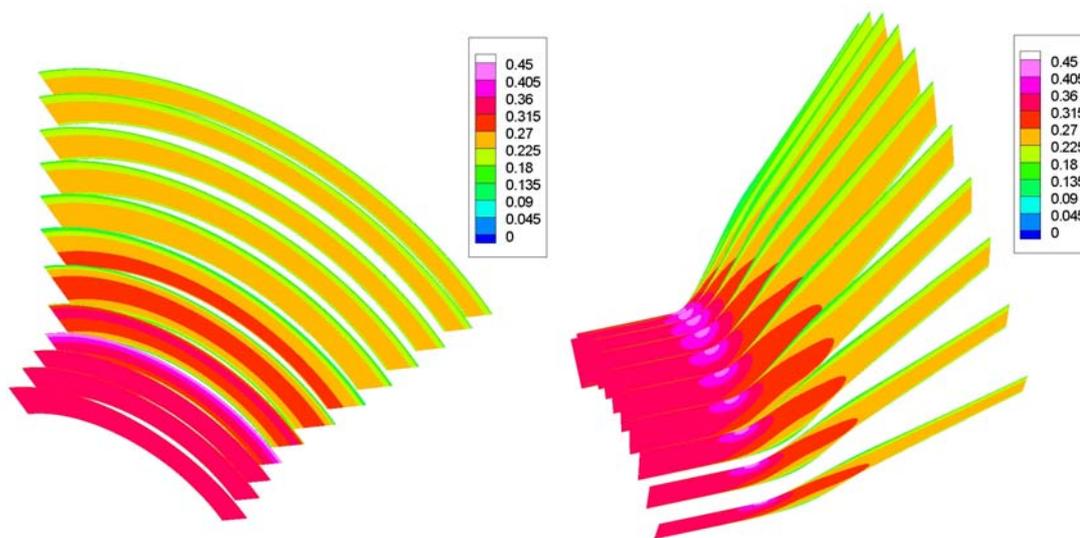


Рис. 4.13. Поля чисел Маха в профилированном канале типа 3 длины $L = 0.0725$ м.

4.2. Профилирование проточной части пространственных переходных каналов ТРДД сложного термодинамического цикла

4.2.1. Постановка задачи

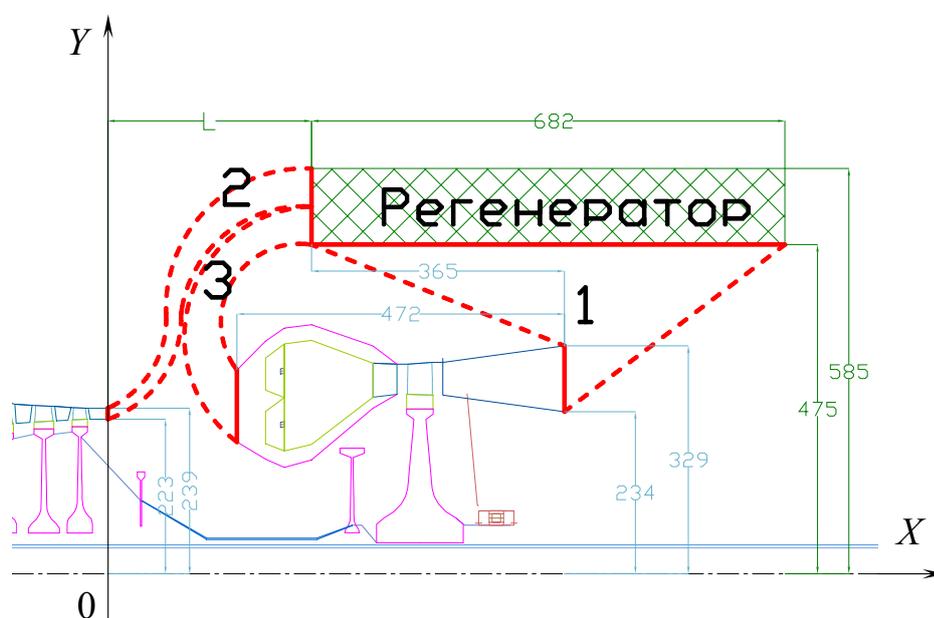


Рис. 4.14. Схема переходных каналов регенератора

Рассматриваются пространственные переходные каналы регенератора ТРДД сложного термодинамического цикла. В регенераторе (рис. 4.14) продукты сгорания от промежуточной ступени турбины низкого давления по ка-

налу № 1 подаются в регенератор. Холодный воздух поступает в регенератор по набору каналов № 2 и после выхода из регенератора по набору каналов № 3 подаётся в камеру сгорания. Необходимо построить каналы № 2 и 3, которые обеспечивают низкий уровень потерь полного давления, при условии взаимного непересечения. Профилирование осуществляется в рамках уравнений Рейнольдса.

Рассматриваемые каналы таковы, что одним из своих концов они присоединяются к осесимметричной части проточного тракта двигателя, поэтому их поперечное сечение в этих местах представляет собой кольцевой сектор смежный с аналогичным сектором соседних каналов, (угол сектора $\beta = 18^\circ$, что соответствует 20-ти подводящим/отводящим каналам регенератора). На другом конце форма сечения задана в виде трапеции (рис. 4.15), что и обуславливает пространственную форму профилируемых каналов. При профилировании поперечное сечение каналов представлялось в виде слабо криволинейного четырехугольника. Форма и положения входных (выходных) сечений переходных каналов заданы в соответствии с техническим заданием на проектирование.

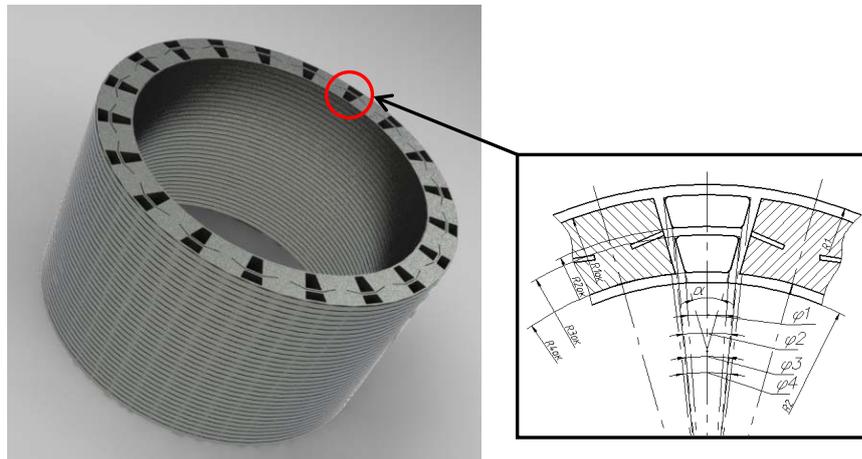


Рис. 4.15. Твёрдотельная модель кольцевого теплообменника-регенератора и схема его воздушных коллекторов

Заданные геометрические, – средние диаметры входа D_{in} и выхода D_{out} , степень расширения S_{out}/S_{in} , – и газодинамические, – расход газа G_0 , полное давление p_0 и температура T_0 , коэффициенты скорости λ и числа Рейнольдса

Re, – характеристики каналов приведены в Таблице 4.6. Длина профилируемого участка в осевом направлении составляла 0.3 м.

Таблица 4.6.

| № | D _{in} , мм | D _{out} , мм | S _{out} /S _{in} | G ₀ , кг/с | p ₀ , Па | T ₀ , К | λ | Re |
|---|----------------------|-----------------------|-----------------------------------|-----------------------|---------------------|--------------------|------|----------------------|
| 2 | 231.00 | 562.95 | 1.53 | 23.99 | 1638880 | 656.6 | 0.26 | 1.29·10 ⁸ |
| 3 | 509.22 | 250.00 | 3.43 | 23.99 | 1525640 | 976.1 | 0.17 | 7.33·10 ⁷ |

4.2.2. Аппроксимация геометрии переходного канала

Формы каналов задавались положением пространственной параметрической кривой, условно назовём её средней линией, (хотя в общем случае, она может ею и не быть), и функциями распределения толщин и высот вдоль неё. Как и ранее, средняя линия, а также функции распределения толщин и высот представляли собой не что иное, как кривые Бернштейна-Безье. Таким образом, точка поверхности переходного канала определялась как:

$$\mathbf{Q}(r, s, t) = r \cdot P^{\text{int}}(s, t) \oplus (1 - r) \cdot P^{\text{ext}}(s, t), \quad r, s, t \in [0, 1], \quad (4.6)$$

где $P^{\text{int}}(s, t)$ и $P^{\text{ext}}(s, t)$ – параметрический вид поверхностей внутренней (далее – верхний индекс «int») и внешней (далее – верхний индекс «ext») стенок соответственно, знаком \oplus обозначается операция векторного сложения.

Пусть $E(s)$ – параметрический вид вектор-функции средней линии, $H(s)$ – скалярная функция распределения высоты канала, а $W^{\text{int}}(s)$ и $W^{\text{ext}}(s)$ – скалярные функции распределения толщин канала для внутренней и внешней стенок соответственно. Тогда $P^{\text{int, ext}}(s, t)$ в (4.6) будут иметь вид:

$$\begin{aligned} P^{\text{ext}}(s, t) &= E(s) \oplus 0.5 \cdot H(s) \vec{h} \oplus (t - 0.5) \cdot W^{\text{ext}}(s) \vec{w}, \\ P^{\text{int}}(s, t) &= E(s) \oplus (-0.5) \cdot H(s) \vec{h} \oplus (t - 0.5) \cdot W^{\text{int}}(s) \vec{w}, \end{aligned}$$

где \vec{h} , \vec{w} – единичные вектора, ортогональные в данной точке направляющему вектору средней линии.

Такой способ аппроксимации поверхности канала удобен тем, что порядок кривых ББ, определяющих функции $E(s)$, $H(s)$ и $W^{\text{int, ext}}(s)$, вовсе не обязан быть одинаковым. Кроме того, предложенный способ аппроксимации позволяет легко избежать проблем самопересечения, а так как функции $E(s)$,

$H(s)$ и $W^{\text{int, ext}}(s)$ имеют понятный геометрический смысл, произволы задачи получаются информативными и независимыми, что благоприятно ещё и с точки зрения возможности использовать большие амплитуды варьирования и удобства задания различных геометрических ограничений.

При профилировании рассматриваемых переходных каналов $E(s)$ являлась КББ 4-ого порядка, заданной массивом контрольных точек $\{\mathbf{E}_i\}_{i=0}^4$. Функция $H(s)$ представляла собой КББ 5-ого порядка для канала №2 и 4-ого порядка для канала №3, заданной массивом $\{H_i\}_{i=0}^{5,4}$ контрольных точек, а функции $W^{\text{int, ext}}(s)$ задавались КББ 1-ого порядка, то есть линейными функциями, с массивами контрольных точек $\{W_i^{\text{int}}\}_{i=0}^1, \{W_i^{\text{ext}}\}_{i=0}^1$.

В S-образном канале №2 (далее – верхний индекс «S») варьировались: $x_{E_1}^S, x_{E_2}^S, x_{E_3}^S, H_2^S$ и H_3^S , из соображений гладкости профилируемых участков:

$$\begin{aligned} y_{E_1}^S &= y_{E_0}^S, & y_{E_3}^S &= y_{E_4}^S, \\ H_0^S &= H_1^S, & H_4^S &= H_5^S, \end{aligned}$$

кроме того $y_{E_2}^S = \frac{y_{E_0}^S + y_{E_4}^S}{2}$.

В C-образном канале №3 (далее – верхний индекс «C») варьировались: $x_{E_1}^C, x_{E_2}^C, x_{E_3}^C, H_1^C, H_2^C$, а также высота выхода $H_4^C \leq H_{\text{КС}}$, где $H_{\text{КС}}$ – максимальный допустимый размер, определяемый габаритами камеры сгорания. Из соображений гладкости:

$$\begin{aligned} y_{E_1}^C &= y_{E_0}^C, & y_{E_3}^C &= k \cdot x_{E_3}^C - \frac{y_{E_4}^C}{k \cdot x_{E_4}^C}, & k &= -\text{tg}\left(\frac{\pi}{4}\right), \\ H_0^C &= H_1^C, & H_3^C &= H_4^C. \end{aligned}$$

В результате задача оптимизации решается для перечисленных 11-ти произволов.

4.2.3. Метод исследования пространства параметров

Во всех примерах профилирования элементов ВРД, приведённых выше, оптимизация осуществлялась с помощью авторской реализации метода исчерпывающего градиентного спуска, подробно описанной в Главе 1, в разделе 1.2. Однако, в рассматриваемом примере профилирования переходных каналов из-за условия их взаимного непересечения возникает необходимость совместного профилирования подводящего и отводящего каналов регенератора. Для совместного профилирования пары каналов с помощью градиентного метода необходима проверка построенных поверхностей на наличие пересечения, это, в свою очередь, требует решения задачи пересечения двух произвольных невыпуклых поверхностей, что отнюдь не тривиально. Условие взаимного непересечения приводит к тому, что выбранные для данного варианта значения произволов одного канала определяют границы области допустимых значений произволов второго. В результате, вместо метода исчерпывающего градиентного спуска в данном случае удобнее использовать, так называемый, метод исследования пространства параметров (ИПП). На деле под столь громким названием скрывается перебор случайных значений произволов задачи из заданных интервалов, однако, здесь используется термин, предложенный в [65]. Из-за простоты и наглядности, можно даже сказать, примитивности, в хорошем смысле этого слова, предложенного метода нет необходимости останавливаться на строгом его описании, которое также приведено в [65]. Поэтому ниже будут рассмотрены только некоторые общие свойства метода ИПП, а также те его возможности, которые позволяют в рассматриваемом случае упростить поиск решений, удовлетворяющих наложенным габаритным ограничениям, и приемлемых с точки зрения уровня потерь полного давления.

Итак, если задача описывается вектором произволов $\mathbf{P} = (p_0, p_1, \dots, p_{n-1})$, то для каждой компоненты $p_i, i = 0:(n-1)$, можно выбрать амплитуду варьирования Δp_i относительно некоторого среднего значения p_i^* . Часто удобнее задавать диапазон варьирования $[p_i^-, p_i^+] \subseteq D_i$, где D_i – область допустимых зна-

значений параметра p_i . Тогда при варьировании компоненты вектора \mathbf{P} будут принимать случайные значения $p_i \in [p_i^-, p_i^+]$. При этом получающиеся точки \mathbf{P}^k , должны иметь равномерное распределение в n -мерном параллелепипеде $[p_0^-, p_0^+] \times [p_1^-, p_1^+] \times \dots \times [p_{n-1}^-, p_{n-1}^+]$. Согласно [65], последовательность точек $\{\mathbf{P}^k\}$ называется равномерно распределённой в n -мерном кубе K^n , если для любого n -мерного параллелепипеда $\Pi \subseteq K^n$ выполняется:

$$\lim_{M \rightarrow \infty} \frac{Q_M(\Pi)}{M} = V_\Pi, \quad (4.7)$$

где $Q_M(\Pi)$ – количество точек \mathbf{P}^k , $0 \leq k \leq M$, принадлежащих Π , а V_Π – объём Π . Существует множество способов построения равномерно распределённых последовательностей точек, в программе, которая использовалась при получении приводимых ниже результатов, был реализован ЛП-поиск [65].

Замечательная особенность метода ИПП состоит в том, что он, как и большинство прямых методов нулевого порядка, позволяет осуществлять многокритериальную оптимизацию. Разумеется, из-за простоты метода ИПП, его скорость сходимости по сравнению с другими, более продвинутыми методами, например, такими как генетические алгоритмы [45], очень невелика. Кроме того, главным недостатком методов нулевого порядка считается отсутствие возможности доказательства их сходимости. Однако, в прикладных задачах, где чаще важен не абсолютный оптимум, а соответствие характеристикам, сформулированным в техническом задании, или их улучшение, прямые методы нулевого порядка крайне перспективны. А в задачах с небольшим числом произволов метод ИПП может быть достаточно эффективным.

При многокритериальной оптимизации реальных объектов не приходится говорить о глобальном оптимуме, то есть оптимуме одновременно по всем критериям. Поэтому результатом многокритериальной оптимизации является множество Парето-оптимальных решений, это множество часто называют ещё фронтом Парето. Под Парето-оптимальностью решения понимается его «неулучшаемость» одновременно по всем критериям, то есть Парето-оптимальное решение можно улучшить по одному из критериев только за

счёт ухудшения одного из остальных. Оговоримся, что на практике из-за конечного объема исследованных вариантов, речь, как правило, идёт о поиске решений, близких к Парето-оптимальным. Критерии часто бывают неравнозначными, поэтому, имея фронт Парето, можно выбрать из него те решения, которые наиболее предпочтительны для данного, конкретного случая.

Метод ИПП – это интерактивный метод, то есть в процессе оптимизации требуется вмешательство «специалиста». Это вмешательство заключается в выборе границ варьирования $[p_i^-, p_i^+]$, $i = 0:(n-1)$. Если выбирать границы варьирования i -ого параметра просто как область его допустимых значений: $[p_i^-, p_i^+] \equiv D_i$, то для выполнения условия (4.7) количество посчитанных вариантов M должно быть очень велико. Поэтому границы варьирования нужно выбирать так, чтобы соответствующий параллелепипед имел минимальный объём, но при этом включал в себя все Парето-оптимальные решения. Разумеется, сразу выбрать границы варьирования идеальным образом невозможно, поэтому значения p_i^-, p_i^+ можно менять, исследуя поведение проекции множества рассчитанных вариантов на каждой грани n -мерного параллелепипеда.

Возникает резонный вопрос: при чём здесь многокритериальная оптимизация, если речь идёт о профилировании пары каналов регенератора с единственным минимизируемым критерием – уровнем потерь полного давления? Действительно, несмотря на то, что при профилировании переходных каналов может потребоваться минимизировать, например, ещё и уровень неравномерности на выходе, или ряд других критериев, рассматриваемая постановка задачи этого не предусматривает. С одной стороны, использование метода ИПП и в этом случае оправдано в том смысле, что при введении дополнительных критериев в качестве начального множества можно будет использовать уже имеющееся множество с рассчитанными газодинамическими полями, благодаря чему расчёт значений новых критериев, скорее всего, потребует гораздо меньше машинного времени. Кроме того, метод ИПП, в отличие от градиентных методов, удобен ещё и возможностью простого зада-

ния габаритных ограничений, так как диапазон варьирования каждого параметра всегда принадлежит области его допустимых значений. Но главная причина, по которой в качестве оптимизатора был выбран именно метод ИПП, заключается в том, что он позволяет вводить ещё и псевдокритерии, которые обусловлены не техническим заданием, а, например, постановкой задачи. Так, в рассматриваемом случае задание граничных условий таково, что оно не гарантирует выполнение условия заданного расхода: $G = G_0$, поэтому в качестве псевдокритерия удобно было ввести разницу расходов $|G - G_0| \rightarrow \min$. Помимо расхода серьёзную сложность, как уже говорилось, представляло геометрическое ограничение на самопересечение. Однако, вводя в качестве псевдокритериев сами варьируемые параметры, например, $x_{E_2}^S \rightarrow \min$ и $x_{E_2}^C \rightarrow \max$, и выбирая границы варьирования так, чтобы диапазоны изменения абсцисс S-образного и C-образного каналов пересекались не более чем на 5%, можно рассчитывать на то, что Парето-оптимальные решения будут удовлетворять всем наложенным габаритным ограничениям. Разумеется, такой нестрогий подход приведёт к тому, что в множестве Парето-оптимальных решений всё же будут попадаться и те, которые не удовлетворяют габаритным ограничениям, тогда отбраковка «плохих» точек проводится апостериорно. Кроме того, при достаточном объёме рассчитанных вариантов и при незначительном нарушении габаритных ограничений у Парето-оптимальных решений допустимо вручную изменить геометрию каналов так, чтобы они не пересекались, и проверить, как это повлияет на величину потерь. Тем более что фронт Парето в задачах такого рода имеет пологую форму, и значительное расстояние между двумя точками фронта Парето в пространстве варьируемых параметров далеко не всегда соответствует значительному отличию значений критериев.

Как и в случае профилирования кольцевых осесимметричных переходных каналов ТРДД (раздел 4.1) меру потерь полного давления в каналах характеризовали: коэффициент восстановления полного давления σ , вычисляемый по формуле (4.3), и коэффициент сопротивления ζ , определяемый соот-

ношением (4.4). Благодаря тому, что метод ИПП позволяет осуществлять многокритериальную оптимизацию, оба коэффициента являлись критериями: $\sigma \rightarrow \max$, $\zeta \rightarrow \min$.

4.2.4. Результаты оптимизации

Для оптимизации использовался универсальный программный комплекс многокритериальной оптимизации, разрабатываемый в отделении 700 ЦИАМ. Для расчёта течения и определения потерь полного давления в переходных каналах интегрировались уравнения Рейнольдса, замкнутые моделью турбулентности v_t-90 . На входе в канал задавался равномерный поток с заданными полными параметрами, а на выходе канала задавалось статическое давление. Расчёт потерь полного давления выполнялся посредством интегрирования полного давления по расходу газа во входных и выходных сечениях каналов.

Каналы имеют плоскость симметрии, что позволяет в процессе оптимизации проводить расчёт критерия только для одной из «половинок» каждого канала. Для более корректного расчёта потерь полного давления, помимо профилируемого участка, расчётная область содержала цилиндрические участки постоянной площади поперечного сечения, гладко пристраиваемые ко входу и выходу переходного канала. Длина цилиндрических участков составляла величину равную нескольким высотам соответствующего коллектора регенератора. Таким образом, при оценке величины полученных потерь необходимо учитывать, что приводимые значения включают в себя и потери полного давления по цилиндрическим участкам.

Ниже (см. рис. 4.16 – 4.18) приведено несколько двумерных проекций части множества решений для S-образного канала, полученных в процессе оптимизации. Каждый маркер соответствует рассчитанному варианту геометрии канала. Синим цветом обозначены варианты, не вошедшие в множество Парето-оптимальных решений, а зеленым – Парето-оптимальные реше-

ния. Значения газодинамических параметров на осях соответствуют следующим размерностям: $p_{0in} = 1$, $T_{0in} = 1$, полная скорость звука на входе $a_{0in} = 1$.

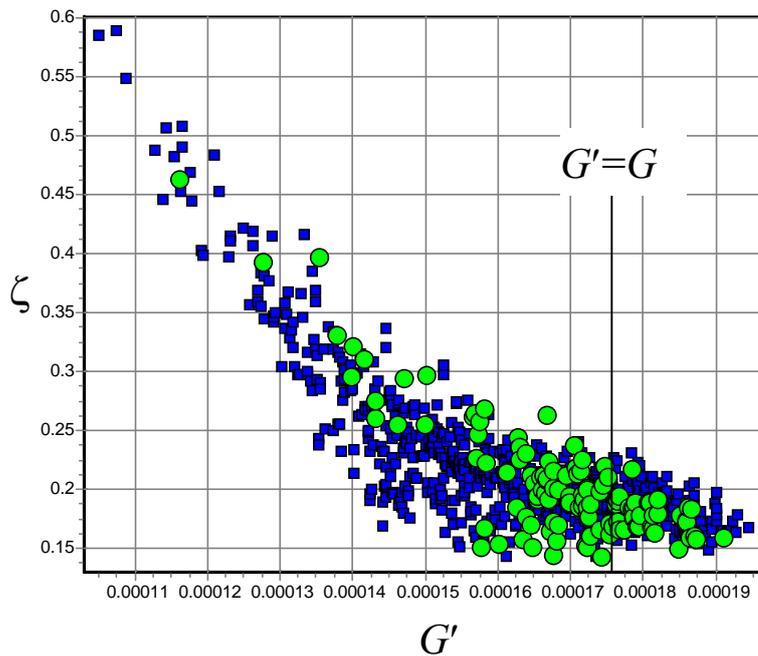


Рис. 4.16. Множество полученных решений (проекция на плоскость $G' - \zeta$)

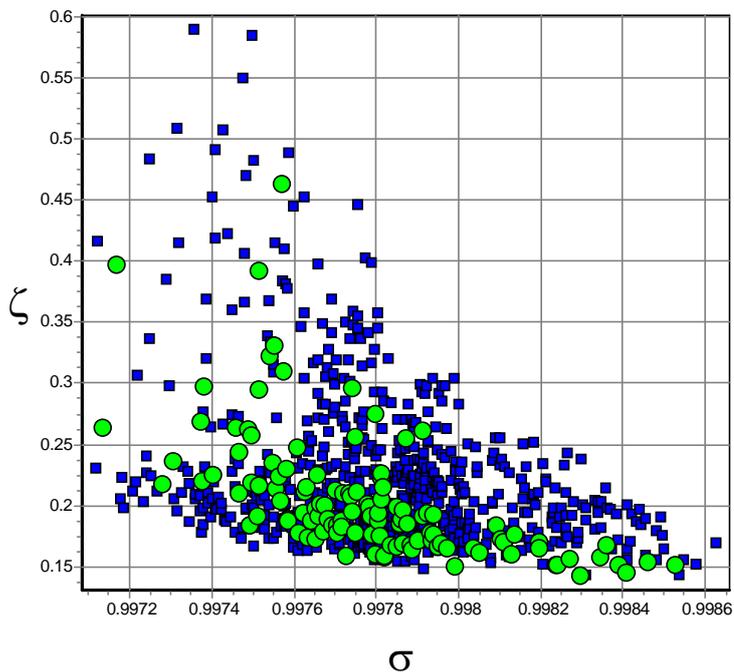


Рис. 4.17. Множество полученных решений (проекция на плоскость $\sigma - \zeta$)

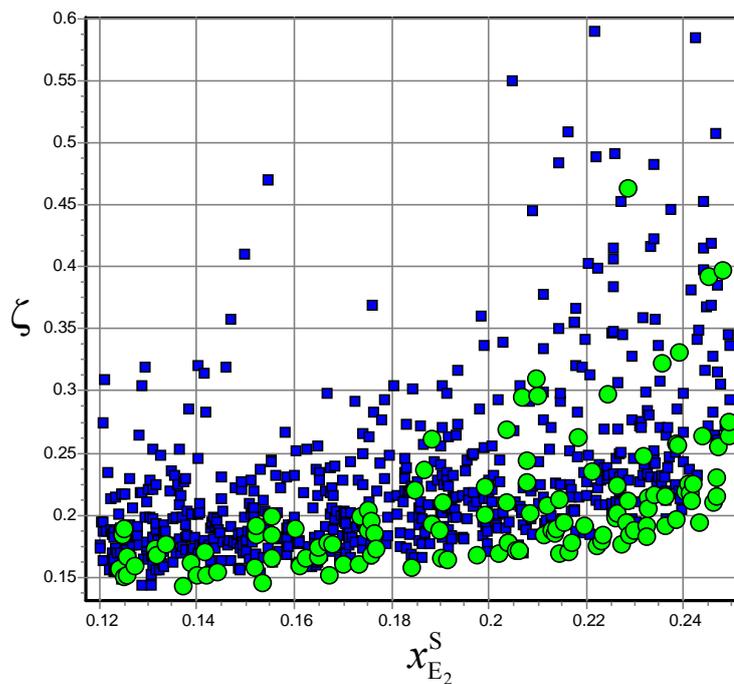


Рис. 4.18. Множество полученных решений (проекция на плоскость $x_{E_2}^S - \zeta$)

Из полученного множества Парето-оптимальных решений были отобраны варианты, удовлетворяющие габаритным ограничениям и приемлемые с точки зрения газодинамических характеристик. Формы соответствующих каналов можно видеть на рис. 4.19 и 4.20.

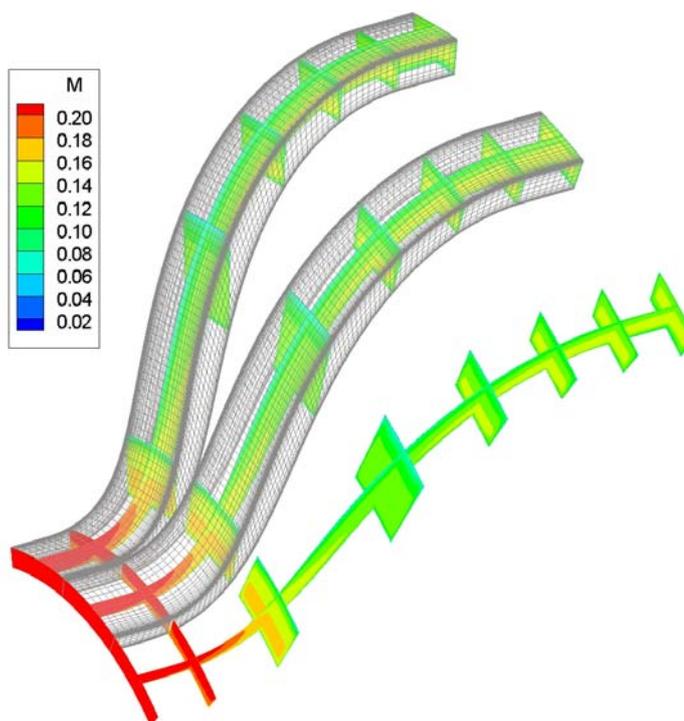


Рис. 4.19. Облик и поле чисел Маха канала №2 регенератора

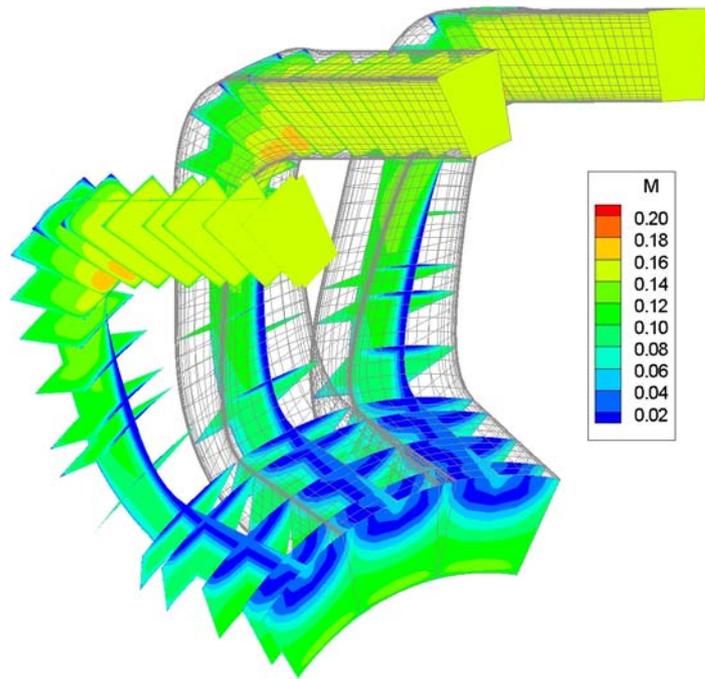


Рис. 4.20. Облик и поле чисел Маха канала №3 регенератора

На рис. 4.21 приведена двумерная проекция сектора компоновки на плоскость симметрии каналов, демонстрирующая их взаимное расположение: видно, что пересечение отсутствует; красными пунктирными линиями на рисунке отмечены границы профилируемых участков. Взаимное расположение каналов в пространстве изображено на рис. 4.22. Согласно расчётам, потери полного давления в спрофилированном канале №2 соответствуют значениям $\sigma = 0.99608$, $\zeta = 13.69\%$, и в канале №3 $\sigma = 0.99654$, $\zeta = 27.61\%$.

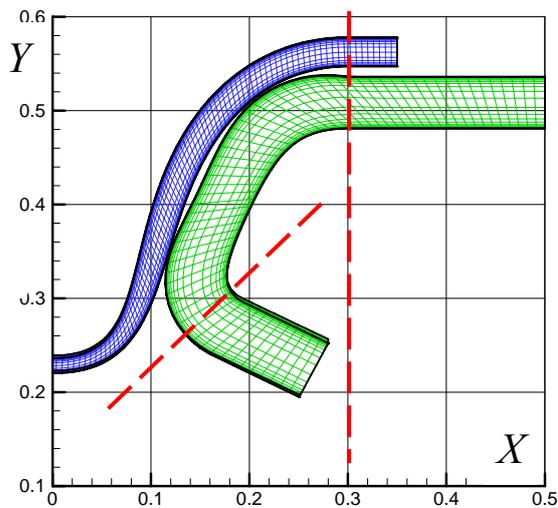


Рис. 4.21. Взаимное расположение спрофилированных каналов регенератора в проекции на их плоскость симметрии

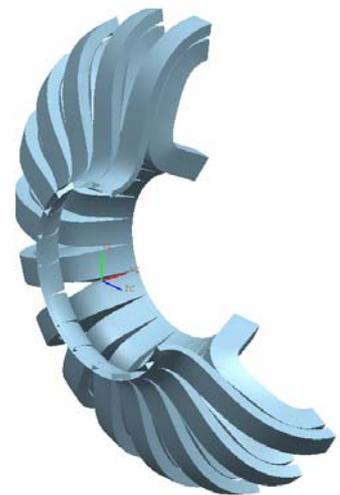


Рис. 4.22. Твёрдая модель спрофилированных каналов регенератора

Заключение к главе 4

Имеющиеся алгоритмы оптимизации адаптированы для профилирования в рамках уравнений Рейнольдса как осесимметричных, так и пространственных переходных каналов.

Построены оптимальные формы образующих осесимметричных кольцевых переходных каналов трёх типов в диапазоне длин от $3/4$ до $5/4$ от базовой длины. Показано, что оптимальным профилированием можно добиться низкого уровня потерь для всех рассмотренных вариантов. При этом уровень потерь оптимальных каналов сохраняется и при пространственном способе расчёта течения.

Для осесимметричных каналов между вентилятором и подпорной ступенью со сравнительно мягкими условиями стыковки на входе и выходе показано, что существует оптимальная длина, при которой потери в канале минимальны.

Установлено, что оптимальная образующая переходного канала может содержать выраженный диффузорный участок, даже если переходный канал в целом конфузоре.

Профилирование пары пространственных каналов регенератора перспективного ТРДД со сложным термодинамическим циклом реализовано с помощью ещё одного прямого метода оптимизации нулевого порядка – метода исследования пространства параметров. Из полученного множества Парето-оптимальных решений выбрана пара каналов, удовлетворяющих наложенным габаритным ограничениям и обеспечивающих низкий расчётный уровень потерь полного давления (0.5-1%) на канал.

Литература

1. *Скибин В. А., Солонин В. И.* Авиационное двигателестроение. Дорога в завтрашний день // Двигатель. 2007. № 5.
2. *Никольский А. А.* О телах вращения с протоком, обладающих наименьшим волновым сопротивлением в сверхзвуковом потоке // Сборник теоретических работ по аэродинамике. — М. Оборнгиз. 1957. С. 56–63.
3. *Крайко А. Н.* Вариационные задачи газовой динамики. М.: Наука, 1979.
4. *Guderley K. G., Hantsch E.* Best Formen für achsensymmetrische Überschallschubdüsen // Z. Flugwiss. 1955. В. 3. Н. 9. S. 305–315. (русский перевод в кн.: Механика. М.: ИЛ. 1956. № 4(38). С. 53 – 69)
5. *Шмыглевский Ю. Д.* Аналитические исследования динамики газа и жидкости. — М.: Эдиториал УРСС, 1999.
6. *Гонор А. Л., Крайко А. Н.* Некоторые результаты исследования оптимальных форм при сверх- и гиперзвуковых скоростях // В кн. Теория оптимальных аэродинамических форм. М.: Мир, 1969. С. 455 – 492.
7. *Rao G. V. R.* Exhaust nozzle contour for optimum thrust // Jet propulsion. 1958. Vol. 28. № 6.
8. *Rao G. V. R.* Spike nozzle contour for optimum thrust// Planetary and space science. 1961. № 4. p. 92 – 101.
9. *Стернин Л. Е.* К расчёту осесимметричного реактивного сопла наименьшего веса // Изв. АН СССР, ОТН, Мех. и машиностроение. 1959. № 1. С. 41 – 45.
10. *Борисов В. М., Шипилин А. В.* О соплах максимальной тяги с произвольными изопериметрическими условиями // ПММ. 1964. Т. 28. В. 1. С. 182–183.
11. *Крайко А. А., Крайко А. Н., Пьянков К. С., Тилляева Н. И.* О профилировании контуров сопел, реализующих при кривой звуковой линии равномерный сверхзвуковой поток или максимум тяги // Изв. РАН. МЖГ. 2012. № 2. С. 97-113.
12. *Чёрный Г. Г.* Течения газа с большой сверхзвуковой скоростью. — М.: Физматгиз. 1959.
13. *Guderley K. G., Armitage I. V.* A general method for the determination of best supersonic rocket nozzles // Symposium on external problems in aerodynamics. Boeing Sci. Res. Laboratories. Flight Sci. Laboratory. Seattle. Washington. 1962. (русский перевод в кн.: Механика. М.: ИЛ. 1963. № 6(82). С. 85–101)
14. *Гудерлей К. Г., Армитейдж Д. В.* Общий метод построения оптимальных ракетных сопел // В кн. Теория оптимальных аэродинамических форм. — М.: Мир, 1969. С. 172 – 194.
15. *Сиразетдинов Т. К.* Оптимальные задачи газодинамики // Изв. ВУЗов, Ав. техника. 1963. № 2. С. 11–21.

16. *Рылов А. И.* Построение несимметричных сопел максимального момента при дополнительных условиях на геометрические и силовые характеристики // Изв. АН СССР. МЖГ. 1984. № 5. С. 148–152.
17. *Рылов А. И.* К анализу оптимальных несимметричных плоских сопел с учётом моментных характеристик // Изв. АН СССР. МЖГ. 1988. № 4. С. 103–108.
18. *Крайко А. Н., Макаров В. Е., Тилляева Н. И.* Профилирование сверхзвуковой камеры сгорания и сопла при ограничении на их суммарную длину // Изв. РАН. МЖГ. 1998. № 5. С. 3–12.
19. *Рылов А. И.* О построении компактных несимметричных сопел максимальной тяги при заданной подъёмной силе // Изв. АН СССР. МЖГ. 1981. № 6. С. 132–136.
20. *Рылов А. И.* Вариационная задача определения оптимальной формы несимметричного сопла и угла потока на входе в сопло с учётом поляры летательного аппарата // Уч. Зап. ЦАГИ. 1991. Т. 22. № 4. С. 47–54.
21. *Крайко А. Н., Осипов А. А.* О построении контура сверхзвукового сопла с учётом изменения условий полёта летательного аппарата // ПММ. 1970. Т. 34. В. 6. С. 1067–1075.
22. *Бафталовский С. В., Крайко А. Н., Макаров В. Е., Тилляева Н. И.* Оптимизация силовой установки гиперзвукового летательного аппарата с прямоточным воздушно-реактивным двигателем // Изв. РАН. МЖГ. 1997. № 4. С. 126–135.
23. *O'Neill M. K. L., Lewis M. J.* Optimized scramjet integration on a waverider // J. Aircraft. 1992. Vol. ??? . № 6. p. 1114–1121.
24. *Борисов В. М.* Вариационная задача о трёхмерных сверхзвуковых течениях // ПММ. 1965. Т. 29. В. 1. С. 182 – 183.
25. *Михайлов И. Е.* Форма сверхзвукового пространственного сопла, обладающего максимальной тягой // Ж. выч. мат. и матем. физ. 1973. Т. 13. №. 1. С. 257 – 262.
26. *Borisov V. M., Mikhailov I. E.* Optimal shape of a nozzle for three dimensional flow of gas // Fluid Dynamics Transactions. PWN. Warsaw. 1969. V. 4. p. 149-153.
27. *Крайко А. Н., Полянский А. Р., Тилляева Н. И.* Вариационная задача профилирования боковых стенок сверхзвуковой части «узкого» пространственного сопла // Изв. АН СССР. МЖГ. 1992. № 2. С. 102–112.
28. *Thompson H. D., Murthy S. N. B.* Design of optimized three-dimensional nozzles // J. Spacecraft and Rockets. 1966. V. 3. № 9. p. 1384–1393.
29. *Thompson H. D., Murthy S. N. B.* Design of optimized three-dimensional rocket motor nozzles // AIAA Paper. № 65–568. 1965.
30. *Snyder L. E., Thompson H. D.* Three-dimensional thrust nozzle design for maximum axial thrust // AIAA J. 1971. V. 9. № 10. p. 1891–1892.
31. *Крайко А. Н., Пудовиков Д. Е., Якунина Г. Е.* Теория аэродинамических форм, близких к оптимальным / под ред. Крайко А. Н. — М.: Янус-К. 2001. 132 с.

32. *Пирумов У. Г.* Обратная задача теории сопла. — М.: Машиностроение. 1988.
33. *Sobieczky H., Yu N. J., Fung K-Y., Seebass A. R.* New method for designing shock-free transonic configurations // *AIAA J.* 1979. V. 17. № 7. p. 722–729.
34. *Крайко А. Н., Пьянков К. С.* Построение профилей и мотогондол, сверхкритических в околосзвуковом потоке идеального газа // *Ж. выч. мат. и матем. физ.* 2000. Т. 40. № 12. С. 1890–1904.
35. *Годунов С. К., Забродин А. В., Иванов М. Я., Крайко А. Н., Прокопов Г. П.* Численное решение многомерных задач газовой динамики / Под ред. Годунова С. К. — М.: Наука. 1976.
36. *Мельников Д. А., Пирумов У. Г., Сергиенко А. А.* Сопла реактивных двигателей // *Аэромеханика и газовая динамика.* М.: Наука. 1976. Т. 39. В. 1, С. 103–108.
37. *Hoffman J. D., Scofield M. P., Thompson H. D.* Thrust nozzle optimization including boundary-layer effects. // *J. Optimizat. Theory and Appl.* 1972. V. 10. № 3. p. 133-159.
38. *Крайко А. А., Пьянков К. С.* Эффективные прямые методы в задачах построения оптимальных аэродинамических форм // *Ж. вычисл. матем. и матем. физ.* 2010. Т. 50. № 9. С. 1624-1631.
39. *Лаврухин Г. Н.* Аэрогазодинамика реактивных сопел. Том 1. Внутренние характеристики сопел. — М.:Физматлит. 2003.
40. *Ледовская Н. Н.* Экспериментальное исследование трёхмерной структуры отрывного течения в осесимметричных кольцевых диффузорах // *Инж.-физ. ж.* 1986. Т. 51. № 2. С. 321–328.
41. *Кашкин Ю. Ф., Коновалов А. Е., Крашенинников С. Ю., Любимов Д. А., Пудовиков Д. Е., Степанов В. А.* Экспериментальное и расчётное исследования особенностей течения с отрывом потока в дозвуковых диффузорах // *Изв. РАН. МЖГ.* 2009. № 4. С. 91–99.
42. *Таковицкий С. А.* Оптимальные сверхзвуковые сопла, имеющие степенную образующую // *Изв. РАН. МЖГ.* 2009. № 1. С. 153–158.
43. *Таковицкий С. А.* Аналитическое решение в задаче построения осесимметричных носовых частей минимального волнового сопротивления // *Изв. РАН, МЖГ.* 2006. №2. С. 155–162.
44. *Аттетков А. В., Галкин С. В., Зарубин В. С.* Методы оптимизации. М.: Изд-во МГТУ им. Н. Э. Баумана. 2003. 440 с.
45. *Пьянков К. С., Тилляева Н. И.* Многокритериальная многодисциплинарная оптимизация лопатки рабочего колеса вентилятора на основе генетического алгоритма // *ТВФ.* 2010. № 3. С. 58–67.
46. *Sasaki D., Obayashi S., Nakahashi K.* Navier-Stokes optimization for supersonic wings with four objectives using evolutionary algorithm. // *J. of Aircraft.* 2002. V. 39. № 4. p. 621–629.
47. *Korte J. J., Kumar A., Singh D. J., Grossman B.* Least-Squares/Parabolized Navier-Stokes procedure for optimizing hypersonic wind-tunnel nozzles // *J. of Propulsion and Power.* 1992. V. 8. № 5. p. 1057–1063.

48. *Борисов В. М., Михайлов И. Е.* Об оптимизации сверхзвуковых частей пространственных сопел // Ж. вычисл. матем. и матем. физ. 1981. Т. 21, № 2. С. 517–519.
49. *Wang X., Damodaran M.* Aerodynamic Shape Optimization Using Computational Fluid Dynamics and Parallel Simulated Annealing Algorithms // AIAA Journal, 2001. V. 39. № 8. P. 1500-1508.
50. *Таковицкий С. А.* О сходимости в задаче оптимизации крыла сложной формы // Ж. выч. мат. и матем. физ. 2002. Т. 42. № 5. С. 690–697.
51. *Таковицкий С. А.* Остроконечные двухпараметрические степенные головные части минимального волнового сопротивления // ПММ. 2003. Т. 67. В. 5. С. 829–835.
52. *Бутов В. Г.* Исследование вариационных задач прямыми методами // Ж. вычисл. матем. и матем. физ. 2008. Т. 48. № 3. С. 373 – 386.
53. *Бутов В. Г., Васенин И. М., Шелуха А. И.* Применение методов нелинейного программирования для решения вариационных задач газовой динамики // Прикл. матем. и механ. 1977. Т. 41, № 1. С. 59-64.
54. *Исакова Н. П., Крайко А. А., Пьянков К. С.* Прямой метод профилирования оптимальных пространственных аэродинамических форм // Ж. выч. мат. и матем. физ. 2012. Т 52. № 11. С. 1976–1982.
55. *Исакова Н. П., Крайко А. А., Пьянков К. С.* Профилирование оптимального пространственного сопла ПВРД с учётом аэродинамических характеристик летательного аппарата // Труды Центрального Аэрогидродинамического Института им. Н. Е. Жуковского. — М.:ЦАГИ. 2012. Вып. 2710: Реактивные сопла перспективных гражданских самолетов.
56. *Крайко А. А., Пьянков К. С.* Профилирование оптимальных пространственных сопел // Изв. РАН. МЖГ. 2014. №1. С. 141-153.
57. *Wang X., Damodaran M.* Optimal Three-Dimensional Nozzle Shape Design Using CFD and Parallel Simulated Annealing // AIAA Journal of Propulsion and Power, 2002. V. 18. № 1. P. 217-221.
58. *Reihmer J., Gülhan A.* Design of a Scramjet Nozzle Streamline Tracing Technique and Reference Temperature Methode // 7-th Aerodynamics Symposium on Space Vehicles, 2011, Brügge, Belgien.
59. *Крайко А. Н.* Теоретическая газовая динамика. Классика и современность. — М.: Торус Пресс. 2010.
60. *Тилляева Н. И.* О профилировании сверхзвуковых частей осесимметричных сопел для неравномерных и закрученных течений // Изв. АН СССР, МЖГ. 1975. № 3. С. 124-131.
61. *Шикин Е. В., Плис А. И.* Кривые и поверхности на экране компьютера, руководство по сплайнам — М.: Диалог – МИФИ. 1996. 241 с.
62. *Родионов А. В.* Повышение порядка аппроксимации схемы С. К. Годунова // Ж. вычисл. математики и мат. физики. 1987. Т. 27. № 12. С. 1853-1860.
63. *Тилляева Н. И.* Обобщение Модифицированной схемы С. К. Годунова на произвольные нерегулярные сетки // Уч. Зап. ЦАГИ. 1986. Т. 17. № 2. С. 18-26.

64. *Гуляев А. Н., Козлов В. Е., Секундов А. Н.* К созданию универсальной однопараметрической модели для турбулентной вязкости // МЖГ. 1993. № 4.
65. *Соболь И. М., Статников Р. Б.* Выбор оптимальных параметров в задачах со многими критериями — М.: Дрофа. 2006. 180 с.