ОТЗЫВ

официального оппонента А. В. Чечкина
на диссертацию А. А. Родина **«О Р-множествах автоматных функций»**,
представленной на соискание ученой степени кандидата
физико-математических наук по специальности 01.01.09 – дискретная
математика и математическая кибернетика

Актуальность темы работы

Понятие автомата играет важную роль в современной математике. Автоматы стали активно изучаться начиная с 50-х годов двадцатого века. Начало теории автоматов, как самостоятельной математической дисциплины, было положено в работах С. Клини, Э. Мура, А. Тьюринга и фон Неймана. В этих работах автоматы рассматривались, как преобразователи, перечислители и распознаватели (акцепторы). Одним из важных разделов общей теории автоматов является структурная теория синтеза, в которой каждому автомату ставится в соответствие реализуемая им функция (автоматная функция). Кроме того, указываются способы построения «сложных» автоматов из более простых. С этой точки зрения автомат можно рассматривать как функциональную систему, элементами которой являются автоматные (ограниченно-детерминированные) функции, а в качестве операций могут выступать такие автоматные операции, как суперпозиция и «обратная связь».

Пусть k ≥ 2, $E_k = \{0, 1, \dots, k\text{-}1\}$, а E_k^∞ - множество всех бесконечных последовательностей, составленных из элементов E_k. Пусть P^k – множество всех автоматных функций, переменные которых принимают значения из E_k^∞.

В диссертации А.А. Родина изучается задача о полноте в двух функциональных системах: $(P^k)_\Sigma$ – суперпозиция и $(P^k)_K$ - композиция. Элементами этих функциональных систем являются автоматные функции из P^k, в качестве операций рассматриваются операции суперпозиции и обратной связи, а в $(P^k)_\Sigma$ - только операции суперпозиции. Множество автоматных функций M называется полным в $(P^k)_\Sigma$ или $(P^k)_K$, если с помощью операций, определенных в соответствующей функциональной системе, из элементов множества M можно получить все автоматные функции. Задача о полноте в функциональных системах $(P^k)_\Sigma$ и $(P^k)_K$ состоит в определении полноты произвольного множества автоматных функций M. Важнейшей проблемой, изучаемой в теории функциональных систем, является проблема полноты конечных систем. Из результатов С.В. Яблонского следует, что в функциональной системе $(P^k)_\Sigma$ конечных полных систем не существует, но такие системы существуют в $(P^k)_K$. Усилиями В.Б. Кудрявцева и М.И. Кратко показано, что проблема полноты конечных систем в $(P^k)_K$ алгоритмически неразрешима. В связи с этим различные авторы (Д.Н. Бабин, В.А. Буевич, А.А. Летичевский, А.А. Часовских) исследовали некоторые модификации этой задачи.

При исследовании задачи о полноте в различных функциональных системах (например, алгебра логики и k-значная логика) существует два подхода – алгебраический и алгоритмический. Алгебраический подход связан с построением критериальных систем для распознавания полноты, то есть таких систем множеств функций, что произвольное множество функций является полным тогда и только тогда, когда оно целиком не содержится ни в одном из множеств критериальной системы. Алгоритмический подход связан с решением вопроса о существовании алгоритма распознавания полноты или неполноты множеств функций.

Произвольное множество автоматных функций N назыается предполным классом в функциональной системе $(P^k)_K$, если оно не является полным в этой функциональной системе, но становится полным при добавлении к нему любой функции, не принадлежащей N. Известно, что в функциональной системе $(P^k)_K$ существует континуум предполных классов, которые образуют минимальную критериальную систему для распознавания полноты. Вместе с тем, в $(P^k)_K$ не существует алгоритма для распознавания полноты конечных систем.

Таким образом, возникает вопрос: когда в функциональных системах $(P^k)_\Sigma$ и $(P^k)_K$ отсутствие эффективного критерия полноты с алгебраической точки зрения влечет за собой отсутствие алгоритма, устанавливающего полноту некоторых систем о.-д. функций.

А.А. Родиным предпринята попытка дать ответ на этот вопрос. Для этого в диссертации вводится понятие Р-множества и рассматриваются задачи полноты, связанные с Р-множествами.

Пусть D - произвольный замкнутый класс k-значной логики. Р-множество P_D^k, порожденное классом D - это множество всех автоматных функций, в каждом состоянии которых реализуется функция k-значной логики, принадлежащая множеству D. Для каждого такого P_D^k в диссертации рассмотрен вопрос о количестве предполных классов, содержащих P_D^k, в функциональных системах $(P^k)_\Sigma$ и $(P^k)_K$.

Основное внимание в диссертации А.А. Родина сосредоточено на рассмотрении случая, когда k = 2. Дело в том, что любой замкнутый класс из структуры замкнутых классов Поста имеет конечный базис и, как нетрудно видеть, при k = 2 всякое Р-множество образует рекурсивное подмножество множества всех о.-д. функций, в то время как при k > 2 это, вообще говоря, не так.

Задача распознавания полноты формулируется следующим образом. Пусть D - произвольный замкнутый класс функций алгебры логики. Пусть U_D - совокупность всех множеств о.-д. функций, содержащих Р-множество P_D^2 и такие, что для любого M из U_D, множество $M \backslash P_D^2$ конечно. Для каждого класса D из структуры Поста замкнутых классов функций алгебры логики представляется интересным вопрос о существовании алгоритма распознавания полноты произвольных множеств M, принадлежащих U_D.

Данная работа посвящена частичному или полному ответу на поставленные выше (весьма нетривиальные) вопросы. Таким образом, диссертация А.А. Родина представляет актуальное исследование с точки зрения теории автоматов и с точки зрения функциональных систем.

Основные научные результаты

Основные научные результаты диссертации заключаются в следующем:

1. Показано, что в функциональных системах $(P^k)_\Sigma$ и $(P^k)_K$ мощность множества предполных классов, содержащих произвольное Р-множество равна континууму.
2. Для каждого класса Поста D изучена проблема полноты систем автоматных функций, принадлежащих U_D, в функциональной системе $(P^2)_\Sigma$. Для каждого класса Поста, содержащего тождественную функцию алгебры-логики и одну из констант, построен алгоритм для распознавания полноты таких систем. Примечательно, что алгоритм

существует, несмотря на континуальность множества предполных классов, содержащих P_D^2, которое образует критериальную систему. Для классов Поста, не содержащих констант, алгоритмы распознавания полноты также получены, но с некоторыми дополнительными ограничениями.

3. Исследованы внутренние свойства Р-множеств. В частности, показано, что если порождающий класс Поста содержит функцию отрицания, то Р-множество имеет как базис, так и полную систему, не содержащую базиса в функциональной системе $(P^2)_\Sigma$.

Все результаты являются новыми, получены автором самостоятельно. Основные результаты диссертационной работы представлены в научных публикациях, а также докладывались на научных конференциях. По теме диссертации опубликовано 8 работ, включая 4 работы в журналах из списка ВАК РФ.

Критический анализ диссертации

Отметим ряд недостатков в работе:

1. В диссертации нет традиционного обзора имеющихся в данной научной области работ иностранных авторов после 1965 года.
2. Во второй главе, в параграфе 2.5, следовало бы обсудить результаты теоремы 2.14 о важном случае неэффективности распознавания полноты.
3. В третьей главе не хватает результирующего заключения о нерешенных вопросах и желательных для дальнейшего исследований Р-множеств, а также о прикладных особенностях таких множеств.
4. В работе имеются некоторые описки и неточности в индексах, например, на стр. 9, 10 и др.

Заключение

Отмеченные в отзыве недостатки не снижают общую положительную оценку работы и не ставят под сомнение основные результаты диссертации. Диссертационная работа А.А. Родина «О Р-множествах автоматных функций» является законченной научно-квалификационной работой и соответствует специальности 01.01.09, по которой она представлена. В диссертации получены существенные результаты, относящиеся к решению поставленных задач. Все утверждения диссертации четко сформулированы и строго доказаны. Новизна полученных результатов проявляется как в методах исследований, так и в содержании доказанных теорем. Оформление и стиль диссертации соответствует требованиям, принятым в научно-технической литературе. Автореферат диссертации полностью отражает ее содержание.

Считаю, что работа отвечает требованиям предъявляемым к кандидатским диссертациям Положением о присуждении ученых степеней, утвержденного Постановлением Правительства Российской Федерации от 24.09.13 г. №842. Автор диссертации – Родин Александр Алексеевич заслуживает присуждения ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 01.01.09 – дискретная математика и математическая кибернетика.

Профессор кафедры «Математика-1»
федерального государственного образовательного
бюджетного учреждения высшего профессионального
образования "Финансовый университет при
Правительстве Российской Федерации",
доктор физико-математических наук, профессор

Александр Витальевич Чечкин

Подпись А.В. Чечкина
ЗАВЕРЯЮ
Секретарь Ученого совета
Финансового университета
Д.А. Смирнов
201_4_ г.