ОТЗЫВ

научного руководителя о диссертации Е.В. Никитина
„Дробные классы Соболева на бесконечномерных пространствах",
представленной на соискание ученой степени кандидата
физико-математических наук
по специальности 01.01.01 – вещественный, комплексный и функциональный анализ

Хорошо известна весьма значительная роль дробных классов Соболева на $\mathbb{R}^n$ во многих вопросах функционального анализа, теории дифференциальных уравнений с частными производными и разнообразных приложениях в математической физике, стохастическом анализе, оптимальном управлении и других областях. Среди различных классов такого типа особенно известны пространства Бесова и Слободецкого. Уже более сорока лет изучаются и применяются пространства Соболева на бесконечномерных пространствах с мерами. Важным принципиальным отличием этого случая является отсутствие аналогов меры Лебега, так что рассматриваемые здесь классы соответствуют скорее весовым классам Соболева. Пионером в этой области был И.Н. Фролов, который ввел аналоги классов Соболева по гауссовским мерам в конце 60-х – начале 70-х годов прошлого века. Интерес к таким пространствам значительно возрос после появления в середине 70-х годов исчисления Маллявэна. В последующие годы эта тематика выросла в весьма популярную ныне область на стыке нелинейного функционального анализа, стохастического анализа и бесконечномерного анализа. По ней опубликованы сотни работ, в том числе более 10 монографий. Среди известных специалистов, работающих или работавших по близким вопросам, можно назвать П. Маллявэна, Л. Гросса, М. Закая, И. Шигекаву, С. Ватанабе, Дж. Да Прато, М. Рёкнера, Д. Нуаларта, Л. Амброзио, А.С. Устюнеля, П.-А. Мейера, А. Талмайера, активные группы исследователей развивают это направление в университетах США, Англии, Франции, Германии, Италии, Испании, Португалии, Японии, Австралии, Китая. Однако дробные соболевские классы на бесконечномерных пространствах пока изучены недостаточно, что объясняется существенно более значительными техническими трудностями при переходе к бесконечномерному случаю по сравнению со случаем целого порядка дифференцируемости. Но даже и в имеющихся немногочисленных работах по дробным соболевским классам на бесконечномерных пространствах не делалось попыток ввести аналоги классов Бесова. Настоящая диссертационная работа – первая попытка в этом направлении. Несомненна актуальность и нетривиальность решаемых в ней задач.

Диссертация состоит из введения, 3 глав и списка литературы. Во введении дан исторический обзор по теме работы и сформулированы ее основные результаты.

В первой главе рассматривается интерполяционный подход к определению классов Бесова на бесконечномерных пространствах и доказывается вложение этих пространств в соболевские, а также ряд других свойств.

Во второй главе дается определение, аналогичное используемому в работе Е. Пинеды и В. Урбино, где пространств Бесова определялись на конечномерных пространствах с гауссовской мерой. Цель главы — доказать, что этот метод эквивалентен основному интерполяционному определению, и вывести свойства вложения пространств Бесова и Соболева с одинаковыми индексами дифференцируемости.

В третьей главе развивается интересная конструкция пространств Бесова, аналогичная классическому определению, известному в конечномерном случае.

Все результаты диссертации являются новыми. Основные из них состоят в следующем:

1. Дано несколько определений пространств Бесова $B^{s,p,q}$ на локально-выпуклых пространствах с гауссовской мерой и доказана эквивалентность определений через интерполяционные методы и через полугруппу Пуассона.

2. Доказано свойство приближения в L^p соболевских функций с меньшим индексом дифференцируемости соболевскими функциями с большим индексом дифференцируемости и контролируемой соболевской нормой приближающей функции. Для $p = 2$ индексы произвольные действительные, для $p > 1$ индексы целые.

3. Доказан ряд свойств типа вложения пространств Бесова и Соболева. Доказано, что пространства Бесова $B^{s,2,2}$ совпадают с пространствами Соболева $H^{2,s}$. Дается пример, показывающий, что для $q > 2$ пространства $B^{s,2,q}$ не совпадают с $H^{2,s}$ и лежат во всех H^{2,s_1} с меньшим индексом s_1. Таким образом, пространства Бесова дают более точную шкалу пространств, чем пространства Соболева.

Все основные результаты диссертации имеют компактные и ясные формулировки, а их доказательства весьма нетривиальны и потребовали от автора использования тонких результатов и методов теории функций и функционального анализа и оригинальных построений.

Результаты диссертации многократно докладывались и обсуждались на научно-исследовательском семинаре „Бесконечномерный анализ и стохастика" под руководством В.И. Богачева, Н.А. Толмачева и С.В. Шапошникова (МГУ, 2009 - 2013 гг.), на семинаре „Исчисление Маллявэна и его приложения" в Институте математики в Киеве (Украина, 2013 г.) и на конференции „Ломоносов 2013" (Москва, 2013 г.).

Изложенные в диссертации результаты получены автором самостоятельно и своевременно опубликованы, в том числе в трех статьях в журналах из списка ВАК. Автореферат правильно отражает содержание диссертации.

Результаты диссертации носят теоретический характер и могут быть использованы в различных вопросах функционального анализа, теории вероятностей и стохастического анализа. Результаты и методы работы Е.В. Никитина будут востребованы в исследованиях, проводимых в Московском государственном университете им. М.В. Ломоносова, Математическом институте РАН им. В.А. Стеклова, Санкт-Петербургском государственном университете, Новосибирском государственном университете, Техническом университете им. Н.Э. Баумана, Высшей школе экономики.

Таким образом, в диссертационной работе Е.В. Никитина „Дробные классы Соболева на бесконечномерных пространствах" решен ряд важных и трудных задач функционального анализа. Эта работа удовлетворяет всем требованиям „Положения о порядке присуждения ученых степеней" ВАК, а ее автор заслуживает присуждения ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 01.01.01 – вещественный, комплексный и функциональный анализ.

Доктор физико-математических наук,
профессор 24.10.13 В.И. Богачев

Подпись профессора В.И. Богачёва заверяю