ОТЗЫВ ОППОНЕНТА
о диссертации Е.В. Никитина

«Дробные классы Соболева на бесконечномерных пространствах»

представленной на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук
{по специальности 01.01.01 — вещественный, комплексный и функциональный анализ)

Введенные в 30-х годах прошлого века классы Соболева на $\Bbb{R}^n$ являются одними из важнейших среди объектов анализа, появившихся в XX веке. Позже появились дробные классы Соболева, представителями которых являются введенные в 50-х годах классы Бесова и Слободецкого.

В бесконечномерном случае аналоги соболевских норм использовались в 60-х годах в работах Л. Гросса и Ю.Л. Далецкого, но явным образом классы Соболева функций на бесконечномерных пространствах с гауссовыми мерами были введены Н.Н. Фроловым в конце 60-х — начале 70-х годов. Поскольку для бесконечномерных пространств нет аналогов меры Лебега, классы Соболева функций на таких пространствах являются весовыми.

Теория пространств Соболева функций на бесконечномерных пространствах сейчас хорошо развита. Имеется уже более десятка монографий по этому направлению. Оно относится к приоритетным направлениям исследований в ведущих научных центрах Англии, Германии, Израиля, Италии, Китая, США, Франции, Японии и др.

Иначе обстоит дело с дробными соболевскими классами функций на бесконечномерных пространствах. Отсутствует не только теория, но даже канонические методы построения таких пространств. Пока были предложены три метода. В диссертации Е.В. Никитина исследованы результаты применения этих методов для построения пространств типа Бесова и Трибеля–Лизоркина. Поэтому диссертация весьма актуальна и представляет несомненный интерес.

Диссертация Е.В. Никитина состоит из введения, 3 глав и списка литературы.

Во введении, почти идентичном автореферату, дан обзор по теме работы и приведены ее основные результаты.

Первая глава основана на интерполяционном подходе к определению классов Бесова функций на бесконечномерных пространствах. В ней доказываются теоремы вложения этих пространств в соболевские классы и другие полезные свойства.

Во второй главе вводится определение, аналогичное определению из работы Е. Пинеды и В. Урбино, в которой пространства Бесова определялись на R^n с гауссоой мерой. Здесь доказано, что этот метод эквивалентен основному интерполяционному определению. Кроме того, здесь получены теоремы вложения пространств Бесова и Соболева с одинаковыми индексами дифференцируемости.

В третьей главе предложена конструкция пространств Бесова, аналогичная классическому определению в конечномерном случае и основанная на рассмотрении разностных норм.

Все результаты диссертации являются новыми. Основными следует считать следующие.

1. Дано несколько определений пространств Бесова $B^{s,p,q}$ функций на локально выпуклых пространствах с гауссовой мерой и доказана эквивалентность определений интерполяционными методами и через полугруппу Пуассона.
2. Доказано свойство приближения в L^p соболевских функций с меньшим индексом дифференцируемости соболевскими функциями с большим индексом дифференцируемости и контролируемой соболевской нормой приближающей функции; для $p = 2$ индексы произвольные действительные, для $p > 1$ индексы целые.
3. Доказан ряд теорем вложения пространств Бесова и Соболева. Доказано, что пространства Бесова $B^{s,2,2}$ совпадают с пространствами Соболева $H^{2,s}$. Приведен пример, показывающий, что при $q > 2$ пространства $B^{s,2,q}$ не совпадают с $H^{2,s}$ и лежат во всех H^{2,s_1} с

меньшим индексом s_1. Таким образом, пространства Бесова образуют более точную шкалу пространств, чем пространства Соболева.

К важным результатам диссертации можно отнести как введение новых функциональных классов типа Бесова функций на бесконечномерных пространствах с гауссовыми мерами, так и нетривиальные теоремы вложения для них.

Все вынесенные на защиту результаты получены автором самостоятельно, своевременно опубликованы в журналах «Доклады РАН» и «Математические заметки» и снабжены подробными доказательствами.

Автореферат правильно отражает содержание диссертации, а список литературы содержит основные имеющиеся публикации в данной области.

К сожалению, в диссертации отсутствует заключение, в котором хотелось бы прочитать обсуждение полученных результатов и описание перспектив их применения и развития. Интересная новая конструкция в главе 3, основанная на введении классов Бесова через нормы разностных отношений, не исследована в том же ключе, в каком в диссертации исследованы другие конструкции. Жаль также, что в диссертации ничего не говорится о возможности характеризовать исследованные пространства последовательностями коэффициентов разложений их элементов по базисам, стандартным для классов функций на пространствах с гауссовыми мерами, т.е. методом, которым строится шкала пространств в White-Noice Analysis. Но даже с учетом этих недостатков, диссертации следует дать весьма высокую оценку.

Результаты диссертации носят теоретический характер и могут быть использованы в различных вопросах функционального анализа, теории вероятностей и стохастического анализа. Результаты и методы работы Е.В. Никитина будут востребованы в исследованиях, проводимых в Московском государственном университете им. М.В. Ломоносова, Математическом институте РАН им. В.А. Стеклова, Санкт-Петербургском государственном университете, Новосибирском государственном университете, Дальневосточном федеральном университете, Техническом университете им. Н.Э. Баумана, Высшей школе экономики.

Из сказанного следует, что в диссертации Е.В. Никитина решены актуальные проблемы функционального анализа и аналитической теории меры. Все основные результаты диссертации, как и методы их доказательства, представляют большой интерес для широкого круга исследователей в бесконечномерном и стохастическом анализе. Эта работа удовлетворяет всем требованиям «Положения о порядке присуждения ученых степеней» ВАК, предъявляемым к кандидатским диссертациям, а ее автор Е.В. Никитин заслуживает присуждения ему ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 01.01.01 — вещественный, комплексный и функциональный анализ.

Доктор физико-математических наук,

профессор /А.И. Кириллов/

Подпись Кириллова А.И. заверяю.
Гл. специалист Административно-
хозяйственного отдела РФФИ
Н.А. Мешицкая
10.04.2014