

О Т З Ы В

официального оппонента С. Н. Поповой
о диссертации Александра Николаевича Ветохина
«Метод неординарных семейств в теории бэровских классов показателей Ляпунова»,
представленной на соискание ученой степени доктора физико-математических наук
по специальности 01.01.02 — дифференциальные уравнения, динамические системы и
оптимальное управление

Актуальность темы диссертации

В диссертации А. Н. Ветохина изучаются свойства различных показателей ляпуновского типа линейных однородных систем дифференциальных уравнений с ограниченными непрерывными коэффициентами, непрерывно зависящими от параметра из некоторого метрического пространства.

Еще О. Перроном было построено такое семейство однородных систем дифференциальных уравнений с ограниченными непрерывными коэффициентами, непрерывно зависящими от вещественного параметра, что показатели Ляпунова, рассматриваемые как функции, зависящие от этого параметра, имеют точки разрыва. В связи с результатом О. Перрона возникает естественный вопрос: насколько «плохой» может быть зависимость ляпуновских показателей от параметра? Этот вопрос, поднятый впервые в работах В. М. Миллионщикова, привел его к новому направлению в качественной теории дифференциальных уравнений, состоящему в применении к различным ляпуновским показателям бэровской классификации разрывных функций. В. М. Миллионщиков, в частности, доказал, что показатели Ляпунова для любого семейства линейных систем, непрерывно зависящих от параметра, рассматриваемые как функции от этого параметра, являются функциями второго класса Бэра. В дальнейшем В. М. Миллионщиковым и его учениками были получены оценки сверху для номеров бэровских классов целого ряда ляпуновских показателей. М. И. Рахимбердиев построил такое семейство линейных систем, непрерывно зависящих от вещественного параметра, что показатели Ляпунова, рассматриваемые как функции от этого параметра, не являются функциями первого класса Бэра. В дальнейшем, с помощью аналогичных построений, другими авторами была доказана непринадлежность первому классу Бэра еще некоторых ляпуновских показателей. Методы же доказательства непринадлежности показателей второму, третьему и т. д. классам Бэра до работ А. Н. Ветохина оставались неизвестными.

Таким образом, диссертационное исследование А. Н. Ветохина представляется вполне актуальным.

Основные результаты диссертации

В представленной диссертации А. Н. Ветохину удалось серьезно продвинуться в решении задач об оценке снизу номеров бэровских классов ляпуновских показателей:

1) построено такое семейство линейных систем, непрерывно зависящих от параметра, что минимальная полунепрерывная сверху мажоранта произвольного показателя Ляпунова, рассматриваемая как функция от этого параметра, не является функцией первого класса Бэра;

2) построены такие семейства линейных систем, непрерывно зависящих от параметра, что максимальная полунепрерывная снизу миноранта произвольного показателя Ляпунова, экспоненциальный показатель Изобова, а также нижние (кроме старшего) вспомогательные показатели Миллионщикова, рассматриваемые как функция от этого параметра, не являются функциями второго класса Бэра;

3) построено такое семейство линейных систем, непрерывно зависящих от параметра, что верхние промежуточные вспомогательные Миллионщикова, рассматриваемые как функция от этого параметра, не являются функциями третьего класса Бэра;

4) доказано, что для произвольного семейства линейных систем, непрерывно зависящих от параметра, множество значений параметра, при котором соответствующая линейная система неправильна по Ляпунову, является множеством типа $G_{\delta\sigma}$, и построено такое семейство линейных систем, непрерывно (причем равномерно по времени) зависящих от параметра, что указанное выше множество не является множеством типа $F_{\sigma\delta}$. Таким образом, в диссертации получили окончательное решение задачи, поставленной В. М. Миллионщиковым на Семинаре по качественной теории дифференциальных уравнений в Московском университете, о нахождении класса Бэра, которому в точности принадлежат следующие показатели линейных систем, непрерывно зависящих от параметра, рассматриваемые как функции от этого параметра:

а) минимальная полунепрерывная сверху мажоранта произвольного показателя Ляпунова,

б) максимальная полунепрерывная снизу миноранта произвольного показателя Ляпунова,

в) экспоненциальный показатель Изобова,

г) нижние вспомогательные показатели Миллионщикова.

Кроме того в диссертации решен вопрос о классе Бэра топологической энтропии, рассматриваемой как функция, определенная на пространстве липшицевых отображений компактного метрического пространства с равномерной топологией. Доказано, что она принадлежит второму классу Бэра, и построено такое семейство липшицевых отображений, непрерывно зависящих от параметра из некоторого компактного метрического пространства, для которого топологическая энтропия не является функцией первого класса Бэра.

Замечания

Существенных недостатков диссертационная работа не содержит. Имеются следующие замечания, не влияющие на общее положительное впечатление от работы.

1. Чтение текста несколько затрудняет не очень удачная, на мой взгляд, нумерация формул, утверждений и параграфов. Кроме того, полезно было бы ввести список основных обозначений работы.

2. Работа местами написана слишком кратко, стоило бы добавить комментарии и дополнительные пояснения.

3. Лемма 9 на стр. 39 сформулирована неаккуратно. Следовало бы добавить, при каких значениях α , β и t справедливо это утверждение.

4. Выходные данные статьи [110] из списка литературы указаны неверно.

