

О Т З Ы В

официального оппонента О.И. Морозова о диссертационной работе А.Н. Ветохина
«Метод неординарных семейств в теории бэровских классов показателей Ляпунова»,
представленной на соискание ученой степени доктора физико-математических наук
по специальности 01.01.02 — дифференциальные уравнения, динамические системы и
оптимальное управление

Актуальность темы диссертации

Одной из фундаментальных проблем качественной теории дифференциальных уравнений является исследование свойств ляпуновских показателей в зависимости от параметров, определяющих структуру самих дифференциальных уравнений.

Результаты В.М. Миллионщикова и его учеников по этой проблеме хорошо известны специалистам по теории дифференциальных уравнений. Диссертация А.Н. Ветохина относится к научной проблематике школы В.М. Миллионщикова.

Из исследований О. Перрона известно, что показатели Ляпунова не являются непрерывными функциями, на пространстве линейных систем с равномерной метрикой на полупрямой. Поэтому возникает вопрос, насколько «плохими» могут эти функции.

В 1980 г. В.М. Миллионщиков в цикле своих работ доказал, в частности, что показатели Ляпунова принадлежат второму классу Бэра (т.е. представимы в виде двух поточечных пределов от непрерывных функций) на пространстве линейных систем с компактно-открытой и равномерной топологиями.

В дальнейшем В.М. Миллионщиковым и его учениками были получены оценки сверху для номеров бэровских классов целого ряда ляпуновских показателей. В результате возник естественный вопрос о неулучшаемости полученных результатов. По все видимости, первой работой в указанном направлении была работа М.И. Рахимбердиева, в которой с помощью довольно тонких построений установлено, что показатели Ляпунова не принадлежат первому классу Бэра на пространстве линейных однородных систем с равномерной (а тем более и с компактно-открытой) топологией.

Впоследствии с помощью аналогичных построений другими авторами была доказана непринадлежность первому классу Бэра еще некоторых ляпуновских показателей. Отметим, что для каждой характеристики приходилось изобретать свой способ доказательства такой непринадлежности. Поэтому возникла необходимость в получении универсальных и сравнительно просто проверяемых условий, позволяющих доказывать непринадлежность показателей первому классу Бэра. Методы же доказательства непринадлежности показателей второму, третьему и т.д. классам Бэра некоторое время оставались неизвестными.

Функционалы, представимые в виде нескольких поточечных пределов от непрерывных функций, встречаются не только в теории показателей Ляпунова, но и в теории динамических систем. Одним из таких функционалов является топологическая энтропия динамической системы, представляющая собой скорость экспоненциального роста числа отрезков орбит, различимых с произвольно хорошей, но конечной точностью.

Основные результаты диссертации

Диссертация состоит из введения, пяти глав и списка литературы.

Основным методом работы является построение специальных семейств линейных систем, непрерывно зависящих от параметра, с экзотическим поведением ляпуновских показателей. С помощью этих семейств устанавливается, в частности, непринадлежность тех или иных показателей первому, второму или третьему классам Бэра на пространстве линейных систем с непрерывными и ограниченными на полуоси коэффициентами, наделенном компактно-открытой или равномерной топологиями.

В первой главе диссертации выделены простые условия, при выполнении которых ляпуновский показатель не принадлежит первому классу Бэра на пространстве линейных систем с равномерной или компактно-открытой топологиями. Там же получены и необходимые условия принадлежности второму и третьему классу Бэра произвольного функционала на произвольном метрическом пространстве.

Во второй главе диссертации доказано, что минимальная полунепрерывная сверху мажоранта произвольного показателя Ляпунова не принадлежит первому классу Бэра на пространстве линейных систем с компактно-открытой топологией. Доказательство его принадлежности второму классу Бэра было проведено И.Н. Сергеевым. Это окончательно решило задачу В.М. Миллионщикова о нахождении наименьшего класса Бэра, которому принадлежат мажоранта показателя Ляпунова.

В одном из своих докладов В.М. Миллионщиков поставил задачу о нахождении минимального класса Бэра, которому принадлежит максимальная полунепрерывная снизу миноранта произвольного показателя Ляпунова на пространстве линейных систем с компактно-открытой топологией. В.В. Быков и Е.Е. Салов установили, что она принадлежит третьему классу Бэра (ранее это было установлено И.Н. Сергеевым для трехмерного случая).

А.Н. Ветохин во второй главе установил, что максимальная полунепрерывная снизу миноранта любого промежуточного показателя Ляпунова не принадлежит второму классу Бэра на пространстве линейных систем с компактно-открытой топологией.

Для исследования стохастической устойчивости показателей Ляпунова линейных систем В.М. Миллионщиков ввел верхние и нижние вспомогательные показатели, старшие из которых совпадают с верхним центральным показателем, а младшие с нижним центральным показателем, введенными Р.Э. Виноградом. В.М. Миллионщиков предположил, что промежуточный верхний и соответствующий ему нижний вспомогательный показатели совпадают. В дальнейшем О.Г. Илларионовой была построена трехмерная система, для которой промежуточные вспомогательные показатели не совпадают. Возник вопрос об их бэровском классе.

В третьей главе диссертации установлено, что все нижние вспомогательные показатели, кроме старшего, не принадлежат второму классу Бэра на пространстве линейных систем с компактно-открытой топологией. Ранее В.Г. Феклиным было установлено, что на этом пространстве они принадлежат третьему классу Бэра.

В третьей главе диссертации установлена непринадлежность промежуточных верхних вспомогательных показателей третьему классу Бэра на пространстве линейных систем с компактно-открытой топологией.

В.М. Миллионщиков предложил два естественных расширения подмножества правильных линейных систем. Первое — это подмножество линейных систем, у которых показатели Ляпунова инвариантны относительно экспоненциально убывающих возмущений. Второе — подмножество линейных систем, которые обобщенными ляпуновскими преобразованиями приводимы к диагональным системам с упорядоченными диагоналями. В.М. Миллионщикова установил включение второго множества в первое и поставил вопрос о его строгости. В четвертой главе диссертации доказано, что это включение является строгим.

Из исследований М. Мисиуревича (М. Misiurewicz) известно, что в случае произвольного

компактного риманова многообразия топологическая энтропия не является полунепрерывной ни снизу, ни сверху даже на пространстве диффеоморфизмов с топологией 1-струй, и поставлен вопрос о классе Бэра, которому принадлежит топологическая энтропия.

В пятой главе диссертации доказано, что топологическая энтропия на пространстве липшицевых отображений компактного метрического пространства с равномерной топологией принадлежит второму классу Бэра, и построено такое семейство липшицевых отображений, непрерывно зависящих от параметра из некоторого компактного метрического пространства, что топологическая энтропия не является функцией первого класса Бэра.

Замечание

Обращает на себя внимание, что для промежуточных верхних вспомогательных показателей Миллионщикова в диссертации доказана лишь непринадлежность третьему классу Бэра, но не дано никакой оценки сверху бэровского класса, которому эти показатели принадлежат.

Выводы

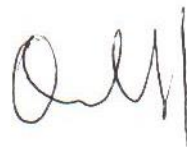
Диссертация А.Н. Ветохина посвящена актуальным проблемам асимптотической теории линейных дифференциальных систем. В диссертации получены глубокие результаты, относящиеся к теории бэровских классов ляпуновских показателей. Все утверждения диссертации четко сформулированы и строго доказаны. Новизна полученных результатов проявляется как в методах исследований, так и в содержании доказанных теорем. Работа обладает внутренним единством и завершенностью.

Результаты диссертации опубликованы в полном объеме в ведущих научных изданиях. Автореферат диссертации правильно и полно отражает ее содержание.

В диссертации А.Н. Ветохина «Метод неординарных семейств в теории бэровских классов показателей Ляпунова» решена крупная математическая проблема об установлении точных бэровских классов ляпуновских показателей.

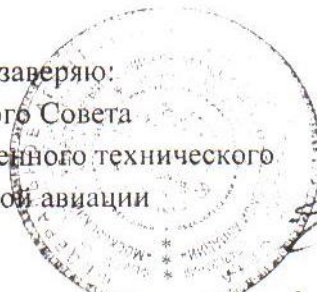
Считаю, что диссертация Александра Николаевича Ветохина удовлетворяет всем требованиям, предъявляемым ВАК к диссертациям на соискание ученой степени доктора физико-математических наук по специальности 01.01.02 — дифференциальные уравнения, динамические системы и оптимальное управление, а ее автор заслуживает присуждения ученой степени доктора физико-математических наук.

Доктор физико-математических наук,
доцент кафедры высшей математики
Московского государственного технического
университета гражданской авиации



О.И. Морозов

Подпись Морозова О.И. заверяю:
Ученый секретарь Ученого Совета
Московского государственного технического
Университета гражданской авиации



д.т.н., профессор
Камзолов С.К.