

## ОТЗЫВ

официального оппонента о диссертации А.Н. Ветохина

*«Метод неординарных семейств в теории бэровских*

*классов показателей Ляпунова»,*

представленной на соискание ученой степени доктора физико-  
математических наук

по специальности 01.01.02 (дифференциальные уравнения,  
динамические системы и оптимальное управление)

Качественная теория дифференциальных уравнений, к которой относится теория показателей Ляпунова, является динамично развивающейся областью математики. А вопросы устойчивости решений дифференциальных уравнений, для решения которых и были открыты Ляпуновым, носящие его имя показатели, имеют к тому же и большое практическое значение: ведь этому учат всех инженеров. Поэтому актуальность тематики диссертации А.Н. Ветохина — вне всяких сомнений.

Диссертация состоит из пяти глав.

В первой главе выделены простые препятствия принадлежности первому классу Бэра на пространстве линейных систем с компактно-открытой и равномерной топологией, с помощью которых во второй главе диссертации доказано, что минимальная полунепрерывная сверху мажоранта  $k$ -го показателя Ляпунова на пространстве линейных систем с компактно-открытой топологией не принадлежит первому классу Бэра.

Вторая глава диссертации А.Н. Ветохина посвящена бэровской классификации мажорант и минорант показателей Ляпунова. Кроме упомянутого выше результата о мажорантах, во второй главе доказано, что максимальная полунепрерывная снизу миноранта  $k$ -го показателя Ляпунова на пространстве линейных систем с компактно-открытой топологией не принадлежит второму классу Бэра.

Во второй главе построено такое семейство линейных систем, непрерывно зависящее от вещественного параметра, которое не имеет точек полунепрерывности у целого ряда ляпуновских показателей. Этот результат, в частности, позволил дать ответ на вопрос В.М. Миллионщикова о типичности точек полунепрерывности снизу миноранты  $k$ -го показателя Ляпунова.

В третьей главе диссертации доказано, что все нижние вспомогательные показатели Миллионщикова (кроме старшего) не принадлежат второму классу Бэра на пространстве линейных систем с компактно-открытой топологией. Там же доказано, что старший экспоненциальный показатель Изобова на пространстве линейных систем с компактно-открытой топологией не принадлежит второму классу Бэра.

И, наконец, в третьей главе установлена непринадлежность промежуточных верхних вспомогательных показателей третьему классу Бэра. Отметим, что из доказанного следует невозможность полного совпадения никаких промежуточных верхних и нижних вспомогательных показателей Миллионщикова.

Четвертая глава диссертации посвящена свойствам показателей Ляпунова правильных линейных систем. Здесь диссертанту удалось доказать, что множество неправильности параметрического семейства систем всегда является множеством типа  $G_{\delta\sigma}$ , и привести пример, когда оно не является множеством типа  $F_{\sigma\delta}$ .

В четвертой главе также дан положительный ответ на вопрос В.М. Миллионщикова о строгости включения двух естественных расширений подмножеств правильных линейных систем.

Пятая глава диссертации посвящена изучению топологической энтропии липшицевых отображений компактных метрических пространств. В результате серьезных исследований автору удалось точно определить бэровский класс топологической энтропии, рассматриваемой как функция

на пространстве липшицевых отображений, и получить ряд результатов о точках полунепрерывности топологической энтропии.

Отмечу также результат о том, что в типичной по Бэру точке пространства липшицевых функций на бэровском пространстве последовательностей из нулей и единиц с равномерной топологией топологическая энтропия равна нулю.

В диссертации А.Н. Ветохина даны ответы на многие трудные вопросы качественной теории дифференциальных уравнений. При этом основные результаты диссертации получены единым, разработанным в диссертации методом неординарных семейств. Суть метода в построении непрерывно зависящих от вещественного параметра линейных систем дифференциальных уравнений с необычным поведением ляпуновских показателей.

Создание этого метода позволяет квалифицировать диссертацию А.Н. Ветохина как новое перспективное научное направление. Результаты диссертации могут быть использованы специалистами, работающими в МГУ, МИ РАН, СПбГУ, УдГУ, КазНУ, Институте математики НАН Беларуси, БГУ, Петрозаводском госуниверситете, Томском госуниверситете, Львовском госуниверситете и других университетах, в частности, при чтении спецкурсов по дифференциальным уравнениям. Ряд результатов уже нашел применение в работах специалистов.

Научные результаты диссертации, выносимые на защиту, новы, получены лично автором и строго доказаны. Результаты других авторов, упомянутые в тексте диссертации, отмечены соответствующими ссылками. Основные результаты диссертации опубликованы в открытой печати. Свыше десятка работ автора по теме диссертации вышли в отечественных и зарубежных журналах из списка ВАК. Автореферат правильно отражает содержание диссертации.

Диссертация А.Н. Ветохина удовлетворяет п. 7 «Положения о порядке присуждения ученых степеней», а ее автор Ветохин Александр Николаевич заслуживает присуждения ему ученой степени доктора физико-математических наук по специальности 01.01.02 (дифференциальные уравнения, динамические системы и оптимальное управление).

Член-корреспондент РАН,  
главный научный сотрудник  
института математики РАН им. В.А. Стеклова,  
доктор физико-математических наук

*Щепин*  
Е. В. Щепин

*Подпись Е.В. Щепина*  
*Ученый секретарь*



*В.А. Стеклова* *Александр Н.*