

Отзыв утверждаю
Зам. директора
Математического института
им. В.А. Стеклова РАН
Член-корреспондент РАН
Д.В. Трещев
12.05.2014

ОТЗЫВ

ведущей организации на диссертацию Волкова Бориса Олеговича
«Лапласианы Леви и связанные с ними конструкции»
на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук
по специальности 01.01.01 – вещественный, комплексный и
функциональный анализ.

Бесконечномерный аналог оператора Лапласа введён П.Леви и привлекает значительное внимание специалистов по бесконечномерному анализу. Диссертация Б.О. Волкова посвящена изучению свойств лапласиана Леви и его обобщений, а также установлению связи уравнения Леви-Лапласа с калибровочной теорией Янга-Миллса и квантовыми случайными процессами.

Впервые эквивалентность уравнений Янга-Миллса и уравнений Леви-Лапласа была установлена в работе Л.Аккарди, П.Джибилиско и И.В.Воловича. Обобщение этого результата на случай римановых многообразий было выполнено в работе Р.Леандра и И.В.Воловича. При этом использовалось определение обобщённого лапласиана Леви при помощи вариационных производных.

Одним из основных результатов диссертации является доказательство равносильности уравнения Лапласа для лапласиана Леви, определенного с помощью средних Чезаро, и уравнений Янга-Миллса для калибровочных полей на римановом многообразии. Следует отметить, что Б.О. Волковым было получено также обобщение этих результатов на случай взаимодействия калибровочных полей с полями Дирака и Хиггса.

В первой главе диссертации рассматриваются различные определения лапласианов Леви и изучается их связь. При этом используются обобщённые средние по Чезаро. Также обсуждается связь различных неклассических лапласианов Леви в анализе белого шума. Доказывается, что так называемые экзотические лапласианы можно представить, как неклассические лапласианы, при этом используется метод работы Л. Аккарди и О.Г. Смолянова. Получены формулы, связывающие различные неклассические лапласианы Леви.

Во второй главе диссертации рассматриваются связи между неклассическими лапласианами Леви и квантовыми случайными

процессами. Описано представление лапласианов Леви как квадратичных функций от квантовых случайных процессов. Аналогичное представление было известно ранее для лапласиана Гросса-Вольтерра.

В третьей главе диссертации обсуждается связь между лапласианом Леви и уравнениями Янга-Миллса на римановых многообразиях. Для этого используются слабо равномерно плотные базисы в $L_2(0,1)$ и лапласиан Леви, определенный с помощью среднего по Чезаро. Показывается, что связность калибровочного поля является решением уравнения Янга-Миллса на римановом многообразии тогда и только тогда, когда соответствующие этим связностям параллельные переносы являются решением уравнения Лапласа-Леви (где лапласиан Леви определен через среднее по Чезаро).

Также в этой главе диссертации рассматривается связь неклассического лапласиана Леви с уравнениями Янга-Миллса и связь неклассического даламбертиана Леви с уравнениями Янга-Миллса-Хиггса и с уравнениями квантовой хромодинамики.

Используемая техника существенно отличается от техники, использованной в цикле работ по лапласиану Леви, выполненных Л.Аккарди, И.В.Воловичем, П.Джибилиско и Р.Леандром. В частности, следует отметить интересное использование понятия слабо равномерно плотного базиса при определении лапласиана Леви. Автор продемонстрировал высокую квалификацию в области современного функционального анализа и его приложений.

Отзыв заслушан и одобрен на заседании Отдела математической физики МИАН 17 апреля 2014 г., протокол № 3.

Работа представляет собой обширное исследование, содержащее ряд новых результатов, представляющих значительный научный интерес. Решённые в диссертации задачи представляют существенный интерес для специалистов. Результаты диссертации были представлены на конференции «QP 34 – Quantum Probability and Related Topics» в МИАН и на семинарах МИАН и МГУ. Эти результаты могут быть использованы специалистами, работающими в Московском государственном университете им. М.В.Ломоносова, Математическом институте им. В. А. Стеклова РАН, Римском университете Тор Вергата, Университете Мейджо и в других российских и зарубежных научных центрах. Основные результаты диссертации были своевременно опубликованы. Автореферат правильно отражает содержание диссертации.

Можно сделать следующее замечание: было бы полезно в тексте более подробно описать результаты, полученные предшественниками диссертанта. Это замечание не снижает ценности работы.

Диссертация удовлетворяет всем требованиям «Положения о порядке присуждения ученых степеней» ВАК, а ее автор, Волков Борис Олегович, заслуживает присуждения ему ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 01.01.01 – вещественный, комплексный и функциональный анализ.

Зав. Отделом математической физики МИАН
Член-корреспондент РАН



И.В. Волович

Ведущий научный сотрудник
Доктор физико-математических наук



С.В. Козырев

Подпись Воловича И.В. заверяю:

Зав. отделом кадров МИАН Гуз Виссикая ВИ

Подпись Козырева С.В. заверяю:

Зав. отделом кадров МИАН Гуз Виссикая ВИ