# ОТЗЫВ

научного руководителя о диссертационной работе Волкова Бориса Олеговича "Лапласианы Леви и связанные с ними конструкции", представленной на соискание ученой степени кандидата физико–математических наук по специальности 01.01.01 — вещественный, комплексный и функциональный анализ

Лапласиан Леви был введен Полем Леви в первой четверти прошлого века из чисто математических соображений. К тому времени уже был известен лапласиан Вольтерры, иногда называемый также лапласианом Гросса (который начал изучать его через полвека после Вольтерры).

Оба эти лапласиана являются специализациями общей конструкции, которую можно описать так. Пусть $f$ — это числовая функция на гильбертовом пространстве $E$ и $f''$ — ее вторая производная, так что, для каждого $x \in E$, $f''(x)$ — это линейный оператор в $E$. Чтобы теперь из операторнозначной функции $f''$ получить числовую функцию и тем самым определить дифференциальный оператор второго порядка в пространстве числовых функций на $E$, достаточно задать линейный (непрерывный) функционал $l$ на (под)пространстве линейных операторов, действующих в пространстве $E$, и после этого определить дифференциальный оператор, о котором идет речь, так:$f \mapsto [E \ni x \mapsto l(f''(x))]$. Если $l(A) = trA$ для каждого ядерного линейного оператора $A$ в пространстве $E$, то получается оператор Леви-Вольтерры; если пространство $E$ бесконечномерно и $l$ — это продолжение функционала, определенного равенством $l(A) = \lim \frac{1}{n} \sum_1^n (Ae_k, e_k)$, где $(e_k)$ — ортонормированный базис в $E$, то получается оператор Лапласа-Леви.

Оператор Лапласа-Вольтерры естественно возникает при квантовании по Шредингеру бесконечномерных гамильтоновых систем; он же появляется в (бесконечномерных) уравнениях Колмогорова, описывающих диффузию в бесконечномерных пространствах. Этот оператор и содержащие его уравнения можно изучать почти так же, как это делается в конечномерной ситуации. Более того, можно сказать, что классический конечномерный лапласиан — это частный случай оператора Лапласа-Вольтерры.

Напротив, оператор Лапласа-Леви естественно считать существенно бесконечномерным; поэтому долгое время казалось, что классические методы исследования к нему неприменимы. Однако в начале девяностых годов в исследовании операторов Лапласа-Леви произошло значительное продвижение. Именно, был предложен только что описанный единый подход к определению обоих этих типов операторов, с помощью которого классические методы исследования оказалось возможным распространить и на операторы Лапласа-Леви. Тогда же (1993) была обнаружена (в работе Аккарди, Джибилиско и Воловича) связь между уравнением Лапласа, содержащим лапласиан Леви, и уравнениями Янга-Миллса из теории калибровочных полей. Наконец, несколько позже была обнаружена связь оператора Лапласа-Леви с так называемым белошумным анализом.

Все это означает, что работа Б.О.Волкова является вполне актуальной.

В ней получен ряд сильных новых результатов о лапласианах Леви. Кроме того, в диссертации введен и исследован новый бесконечномерный оператор, названный автором даламбертианом Леви; при этом, в частности, найдены содержащие его системы уравнений, одна из которых эквивалентна системе уравнений Янга-Миллса-Хиггса, а другая — уравнениям квантовой хромодинамики.

Результаты работы Б.О.Волкова представляют значительный научный интерес. Эти результаты могут оказаться полезными для специалистов, работающих в научных центрах России, Италии, Японии, Великобритании и других стран.

Диссертационная работа Бориса Олеговича Волкова удовлетворяет требованиям, предъявляемым ВАК к диссертациям на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 01.01.01 — вещественный, комплексный и функциональный анализ.

Научный руководитель
доктор физико-математических наук
профессор МГУ имени М.В.Ломоносова

12.05.2014 О.Г. Смолянов

Подпись профессора О.Г. Смолянова
удостоверяю