Отзыв

официального оппонента на диссертацию Волкова Бориса Олеговича "Лапласианы Леви и связанные с ними конструкции" , представленную на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 01.01.01 – Вещественный, комплексный и функциональный анализ

Диссертация посвящена лапласианам Леви различных типов и их связи с теорией калибровочных полей, белошумным анализом и квантовыми стохастическими процессами. Актуальность выбранной темы и возросший в последнее время интерес к лапласианам Леви объясняется, помимо прочего:

1. полученной в работах Л. Аккарди, П. Джибилиско и И.В. Воловича связи евклидовых уравнений Янга-Миллса с лапласианом Леви.

2. обнаруженной в работах Л. Аккарди и О.Г. Смолянова связи между лапласианами Леви и квантовыми стохастическими процессами.

В первой главе диссертации получены формулы, связывающие различные типы лапласианов Леви. При этом используется восходящее к П. Леви и подробно исследованное в работах Л. Аккарди и О.Г. Смолянова определение лапласиана Леви с помощью среднего Чезаро диагональных элементов оператора второй производной в некотором фиксированном ортонормированном базисе. Это определение естественным образом обобщается в двух направлениях: для экзотических лапласианов Леви и неклассических лапласианов Леви, порожденных некоторым фиксированным оператором, и доказано соотношение между этими двумя типами лапласианов. Неклассические лапласианы Леви рассматриваются также на пространстве белошумных обобщенных функционалов и в диссертации получены формулы, связывающие неклассические лапласианы различных порядков с помощью оператора вторичного квантования.

Вторая глава посвящена, главным образом, связи между лапласианами Леви (как и в конце предыдущей главы, определенными на пространстве обобщенных функционалов) и квантовыми стохастическими процессами. Получено представление классического лапласиана Леви как квадратичной функции квантового процесса уничтожения. Так как в первой главе рассматривались неклассические лапласианы Леви, порожденные степенями оператора дифференцирования, то логичным является приведенное во второй части главы представление таких неклассических лапласианов с помощью квадратичных функций от квантовых стохастических процессов.

В главе 3 рассматривается лапласиан Леви на пространстве функционалов, определенных на множестве кусочно-гладких функций, принимающих значения в C^3−гладком связном римановом многообразии. Автором приведены определения лапласиана Леви для этого случая и даламбертиана Леви (ранее в литературе даламбертиан Леви на многоообразии не рассматривался) и доказано соотношение между лапласианом Леви и оператором Лапласа-Бельтрами для случая интегрального функционала. В дальнейшем изучается связь между лапласианом Леви и теорией калибровочных полей. Доказано, что для случая слабо равномерно плотного базиса (определяющего лапласиан Леви) параллельный перенос вдоль кусочно-гладких кривых на многообразии является решением уравнения Лапласа-Леви тогда и только тогда, когда связность на многообразии удовлетворяет уравнениям Янга-Миллса. Во второй части главы рассматриваются неклассические лапласианы Леви и даламбертианы Леви. Для неклассических лапласианов Леви, действующих на функционалы, определенные на пространстве абсолютно непрерывных функций, принимающих значения в евклидовом пространстве, доказано соотношение между связностью и параллельным переносом. В качестве следствия этого соотношения получается, аналогично теореме из первой части главы, эквивалентность двух утверждений: 1) связность является решением уравнений Янга-Миллса; 2) параллельный перенос является решением уравнения Лапласа-Леви (для неклассического лапласиана Леви). В заключительной части главы рассматриваются даламбертианы Леви и показана эквивалентность различных систем бесконечномерных уравнений с даламбертианом и уравнений квантовой хромодинамики и уравнений Янга-Миллса-Хиггса.

Работа не лишена опечаток в формулах. В частности, в левой части формулы (2.3) на странице 34 пропущен символ ϕ; в левой части формулы (3.32) на странице 55 верхним индексом у кривой γ должен быть вектор e_k, а не f; в средней части формулы (3.65) на странице 64 пропущено $f(r)$; в первом слагаемом правой части формулы (3.97) на странице 74 аргументом функции h^1 должно быть τ_k, а аргументом h^4 – τ_i (в формуле – наоборот). Тем не менее, эти недочеты не затрудняют понимание полученных результатов и не меняют положительную оценку работы.

Диссертационная работа выполнена на высоком уровне. Все основные результаты новые, получены автором самостоятельно, своевременно опубликованы и апробированы на международных конференциях и семинарах механико-математического факультета. Автореферат правильно отражает содержание диссертации. Результаты, полученные в диссертации, имеют существенное значение как с точки зрения функционального анализа, так и с точки зрения возможных приложений в математической физике. Таким образом, диссертация Б.О. Волкова удовлетворяет всем требованиям, предъявляемым ВАК к диссертациям на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 01.01.01 – Вещественный, комплексный и функциональный анализ, а ее автор заслуживает присуждения этой степени.

Официальный оппонент
финансовый аналитик представительства
компании ВРГ Инвестментс
Кандидат физ.-мат. наук О.О. Обрезков

Подпись О.О. Обрезкова заверяю

Директор представительства
компании ВРГ Инвестментс Н.В. Федорова
07.05.2014

Представительство Компании г.Р.№4753 "ВРГ ИНВЕСТМЕНТС ЛИМИТЕД" г.Москва