

Отзыв официального оппонента на диссертацию А.В. Шапошникова
“Некоторые свойства соболевских функций на винеровском
пространстве и их приложения”,
представленной на соискание ученой степени кандидата
физико–математических наук
по специальности 01.01.01 – вещественный, комплексный и
функциональный анализ

Диссертация А.В. Шапошникова посвящена некоторым вопросам анализа функций, определенных на абстрактном винеровском пространстве с гауссовской мерой. Это тематика очень активно развивается в настоящее время прежде всего в связи с развитием дифференциального исчисления в метрических пространствах без гладкой структуры.

В диссертации доказаны несколько очень интересных и нетривиальных результатов. Прежде всего это непосредственное обобщение теоремы Альберти о лузинской аппроксимации измеримых векторных полей градиентами. В ставшей классической теореме Альберти речь идет об аппроксимации векторных полей на евклидовом пространстве градиентами вещественнозначных функций на множестве сколь угодно большой меры Лебега, причем константа в оценке градиента аппроксимирующей функции зависит от размерности пространства. В диссертации получен аналогичный результат для измеримых векторных полей на винеровском пространстве со значениями в пространстве Камерона–Мартина (мера Лебега при этом заменяется на гауссовскую меру). Результат оказывается в определенном смысле даже сильнее, чем теорема Альберти, так как даже для случая конечномерного пространства константа в оценке градиента аппроксимирующей функция не зависит от размерности этого пространства. Это, на мой взгляд, наиболее красивый и важный результат диссертации.

Классическая версия теоремы Альберти может быть использована, в частности, для построения конечномерного векторного поля, для которого нарушается свойство локальности оператора дивергенции. По-видимому, в связи с доказанной в диссертации теоремой то же самое верно и для оператора дивергенции в абстрактном винеровском пространстве, хотя в этом случае существует широкий класс негладких векторных полей, для которых свойство локальности дивергенции выполнено. Это упомянуто в диссертации, хотя, к сожалению, на мой взгляд, недостаточно подробно (в частности, соответствующий пример не приведен, подробного обсуждения классов векторных полей, для

которых свойство локальности дивергенции выполнено, тоже нет), что было бы полезно.

Вторая весьма интересная группа результатов диссертации относится к изучению дифференцируемости мер в смысле Скорохода (аналог плотности ограниченной вариации). В частности, получен новый весьма неожиданный (по крайней мере для меня) результат о том, что для дифференцируемости меры μ по Скороходу недостаточно абсолютной непрерывности функций $t \in \mathbb{R} \mapsto \mu(A + th)$ (A – борелевское множество, h – элемент пространства), а нужна липшицевость этих функций (на самом деле в диссертации получено необходимое и достаточное условие для дифференцируемости меры по Скороходу в терминах свойства этих функций, названного в диссертации абсолютной непрерывностью на всей прямой, которое сильнее обычной абсолютной непрерывности и строго слабее липшицевости).

Наконец, еще одним важным и неожиданным результатом диссертации является построение компактного выпуклого множества положительной гауссовской меры в бесконечномерном пространстве, для которого есть соболевские функции относительно гауссовской меры (на этом множестве), не являющиеся сужениями на это множество соболевских функций относительно гауссовской меры на всем пространстве. Для конечномерных пространств и меры Лебега или гауссовской меры такого, конечно, быть не может в силу классической теоремы о продолжении соболевских функций.

Все результаты приведены с исчерпывающими доказательствами. По теме диссертации имеются 4 публикации в журналах из списка ВАК. Автореферат верно отражает содержание диссертации.

Таким образом, диссертация А.В. Шапошникова содержит новые важные неожиданные и нетривиальные результаты. Она полностью соответствует требованиям, предъявляемым “Положением о порядке присуждения ученых степеней” ВАК диссертациям на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук, а ее автор А.В. Шапошников заслуживает присуждения ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 01.01.01 – вещественный, комплексный и функциональный анализ.

Доктор физ.-мат. наук,
с.н.с. Санкт-Петербургского отделения
Математического института
им. В.А. Стеклова РАН



Степанов Е.О.

