Московский государственный университет
имени М.В. Ломоносова
Механико-математический факультет

На правах рукописи

УДК 519.2

Лукинцова Мария Николаевна

СХОДИМОСТЬ МЕР И ПРЕОБРАЗОВАНИЕ РАДОНА В БЕСКОНЕЧНОМЕРНЫХ ПРОСТРАНСТВАХ

01.01.01 — вещественный, комплексный
и функциональный анализ

АВТОРЕФЕРАТ

диссертации на соискание ученой степени
кандидата физико-математических наук

Москва, 2014

Работа выполнена на кафедре теории функций и функционального анализа механико-математического факультета Московского государственного университета им. М.В. Ломоносова.

Научный руководитель: доктор физико-математических наук, профессор Богачев Владимир Игоревич

Официальные оппоненты:

доктор физико-математических наук, профессор
Кириллов Андрей Игоревич,
РФФИ, начальник управления конкурсных проектов
по математике, механике и информатике,

доктор физико-математических наук
Смородина Наталья Васильевна,
профессор кафедры математики и математической физики
физического факультета Санкт-Петербургского
государственного университета.

Ведущая организация: Московский государственный технический университет им. Н.Э. Баумана

Защита диссертации состоится 20 июня 2014 г. в 16 часов 45 минут на заседании диссертационного совета Д 501.001.85 при Московском государственном университете имени М.В. Ломоносова по адресу: 119991, ГСП-1, Москва, Ленинские горы, МГУ, механико-математический факультет, аудитория 16–24.

С диссертацией можно ознакомиться в Фундаментальной библиотеке МГУ имени М.В. Ломоносова (Ломоносовский проспект, 27).

Автореферат разослан   мая 2014 г.

Ученый секретарь диссертационного
совета Д 501.001.85 при МГУ,
доктор физико-математических
наук, профессор

В.Н. Сорокин

Общая характеристика работы

Актуальность темы. Одним из важнейших направлений современной теории меры является изучение различных классов преобразований мер и различных видов сходимости мер. Это направление восходит к работам классиков: И. Радона[1], А.Н. Колмогорова[2], Дж. фон Неймана[3], П. Леви[4], Н.Н. Боголюбова, Н.М. Крылова[5], А.Д. Александрова[6], Л.В. Канторовича[7,8], В.А. Рохлина[9], Ю.В. Прохорова[10], А.В. Скорохода[11]. Оно тесно связано постановками задач и приложениями с целым рядов других областей математики, таких как теория вероятностей и случайных процессов, теория динамических систем, математическая физика. При этом несомненно центральным для этих областей видом сходимости мер следует признать слабую сходимость. Такая сходимость, возникшая в теории вероятностей как сходимость по распределению, стала объектом систематического исследования в 40-х годах XX века благодаря идеям А.Д. Александрова, Л.В. Канторовича и А.Н. Колмогорова, а после знаменитой работы Ю.В. Прохорова стало возможным говорить о новом направлении на стыке теории меры и теории вероятностей. Одновременное параллельное развитие теории топологических пространств естественным образом привело к синтезу направлений: возникла теория слабой сходимости мер на топологических пространствах, плодотворно развивающаяся уже более полувека. К этой тематике относится первая

---

[1] Radon J. *Über die Bestimmung von Funktionen durch ihre Integralwerte längs gewisser Mannigfaltigkeiten.* Ber. Verh. Königl. Sächs. Ges. Wiss. Leipzig. 1917. B. 69. S. 262–277.

[2] Kolmogoroff A. *La transformation de Laplace dans les espaces linéaires.* C. R. Acad. Sci. Paris. 1935. T. 200. P. 1717–1718.

[3] Neumann J. von. *Einige Sätze über messbare Abbildungen.* Ann. Math. 1932. V. 33. P. 574–586.

[4] Lévy P. *Théorie de l'addition des variables aléatoires.* Gautier-Villars, Paris, 1937 (2e éd., 1954).

[5] Bogoliouboff N.N., Kryloff N.M. *La théorie générale de la mesure dans son application à l'étude de systèmes dynamiques de la mécanique non-linéaire.* Ann. Math. 1937. B. 38. S. 65–113.

[6] Александров А.Д. *Additive set functions in abstract spaces.* Матем. сб. 1940. Т. 8(50). С. 307–348; ibid. 1941. Т. 9(51). С. 563–628; ibid. 1943. Т. 13(55). С. 169–238.

[7] Канторович Л.В. *О перемещении масс.* ДАН СССР. 1942. Т. 37, N 7–8. С. 227–229.

[8] Канторович Л.В., Рубинштейн Г.Ш. *Об одном функциональном пространстве и некоторых экстремальных задачах.* ДАН СССР. 1957. Т. 115, N 6. С. 1058–1061.

[9] Рохлин В.А. *Об основных понятиях теории меры.* Матем. сб. 1949. Т. 25. С. 107–150.

[10] Прохоров Ю.В. *Сходимость случайных процессов и предельные теоремы теории вероятностей.* Теория вероятн. и ее примен. 1956. Т. 1, N 2. С. 177–238.

[11] Скороход А.В. *Исследования по теории случайных процессов.* Изд-во Киевского ун-та, Киев, 1961.

глава настоящей диссертации, посвященная исследованию вполне регулярных топологических пространств, в которых все вероятностные меры Радона обладают равномерно распределенными последовательностями, т.е. последовательностями точек, средние арифметические значения в которых для каждой ограниченной непрерывной функции сходятся к интегралу от этой функции по данной мере. Отметим, что для простых пространств построение таких последовательностей не представляет труда, но даже для простейших пространств и мер нередко бывает весьма нетривиальна задача выяснения того, что заданная последовательность является равномерно распределенной. Скажем, в случае отрезка с классической мерой Лебега с этим вопросом связан ряд трудных теоретико-числовых проблем. Основные результаты диссертации по этой теме состоят в установлении ряда свойств пространств со свойством равномерного распределения.

Построение равномерно распределенных последовательностей можно рассматривать как одно из средств восстановления вероятностных мер (или интегралов по ним) по определенным данным. Поэтому эта задача оказывается близкой задаче восстановления меры по каким-либо ее преобразованиям. Известнейшее из таких преобразований — преобразование Фурье, которое для мер на бесконечномерных пространствах было введено А.Н. Колмогоровым[2]. Родственным является обсуждаемое ниже преобразование Радона, которое за последние полвека стало весьма популярным из-за применений в томографии, появившихся отнюдь не сразу. Выросшая вокруг преобразования Радона обширная область анализа на стыке с дифференциальной геометрией, уравнениями с частными производными уже включает задачи интегральной геометрии на сложных многообразиях, но лишь сравнительно недавно стали рассматриваться преобразования Радона мер на бесконечномерных пространствах. Этому направлению посвящена вторая глава диссертации.

Цель работы. Исследовать вполне регулярные топологические пространства, в которых каждая вероятностная радоновская мера обладает равномерно распределенной последовательностью. Ввести преобразование Радона для функций на бесконечномерных локально выпуклых пространствах с мерами и обобщить теорему Хелгасона о носителе функции для ограниченных борелевских функций в случае общих радоновских мер и для борелевских функций с экспоненциальным ограничением на рост в случае гауссовских мер.

Научная новизна. Основные результаты диссертации являются новыми и состоят в следующем:

1. Введено и изучено понятие вполне регулярного топологического пространства со свойством равномерного распределения. Показано, что класс пространств с этим свойством устойчив относительно умножения на пространства, в которых компакты метризуемы, в частности на суслинские пространства.

2. Введено и исследовано преобразование Радона на общем локально выпуклом пространстве с радоновской вероятностной мерой. Доказано, что если преобразование Радона борелевской ограниченной функции равно нулю вне ограниченного выпуклого замкнутого множества, то и сама функция равна нулю почти всюду вне этого множества.

3. Доказано, что если преобразование Радона борелевской функции, заданной на локально выпуклом пространстве с радоновской гауссовской мерой и растущей не быстрее экспоненты квадрата измеримой полунормы, равно нулю вне ограниченного выпуклого замкнутого множества, то и сама функция равна нулю почти всюду вне этого множества.

Методы исследования. В работе применяются методы теории меры на топологических пространствах, а также методы и результаты функционального анализа и общей топологии.

Теоретическая и практическая ценность. Работа носит теоретический характер. Полученные в диссертации результаты представляют интерес для специалистов в области теории меры, функционального анализа, теории вероятностей и общей топологии. Результаты и методы, развитые в диссертации, могут найти применения в исследованиях, проводимых в Математическом институте им. В.А. Стеклова РАН, Петербургском отделении Математического института им. В.А. Стеклова РАН, Институте математики им. С.Л. Соболева СО РАН, С.-Петербургском государственном университете, Новосибирском государственном университете, Высшей школе экономики, Московском государственном техническом университете им. Н.Э. Баумана.

Апробация диссертации. Результаты диссертации докладывались и обсуждались на научно-исследовательском семинаре „Бесконечномерный анализ и стохастика" под руководством В.И. Богачева и Н.А. Толмачева (2006–2014 гг.), на конференции „Ломоносовские чтения" в Московском государственном университете им. М.В. Ломоносова (2011 г.), на семинаре „Бесконечномерный и стохастический анализ" университета Билефельда (Германия) и на научно-исследовательском семинаре кафедры прикладной математики Московского государственного технического университета им. Н.Э. Баумана (2014 г.).

Публикации. Основные результаты диссертации опубликованы в трех работах автора (две из них в соавторстве) в Докладах Российской академии наук. Список работ приведен в конце автореферата.

Структура и объем работы. Диссертация состоит из введения, двух глав, включающих 5 параграфов, и списка литературы из 43 наименований. Общий объем диссертации составляет 51 страницу.

Краткое содержание диссертации

Глава 1.

Еще в начале XX века П. Боль[12], В. Серпинский[13] и Г. Вейль[14] изучали равномерно распределенные последовательности чисел, т. е. такие последовательности $\{x_n\} \subset [0,1]$, что римановский интеграл каждой непрерывной функции f на $[0,1]$ равен пределу средних арифметических $(f(x_1)+\cdots+f(x_n))/n$, а в 50-х годах было начато изучение их аналогов в топологических пространствах (см.[15]), которое продолжается и в настоящее время (см.[16,17]).

В настоящей главе вводятся два класса топологических пространств, на которых всякая вероятностная радоновская мера обладает равномерно распределенной последовательностью или равномерно плотной равномерно распределенной последовательностью. Показано, что эти свойства сохраняются при умножении на вполне регулярные суслинские пространства.

Пусть X — вполне регулярное топологическое пространство (все рассматриваемые ниже пространства предполагаются вполне регулярными) и $C_b(X)$ — пространство ограниченных непрерывных функций на X. Напомним (см.[17]), что вероятностная борелевская мера μ на X (т. е. вероятностная мера на борелевской σ-алгебре $\mathcal{B}(X)$, порожденной всеми открытыми множествами) называется радоновской, или мерой Радона, если для всякого борелевского множества B и всякого $\varepsilon > 0$ найдется такой компакт $K \subset B$, что $\mu(B\backslash K) < \varepsilon$. Таковы все борелевские меры на полных метризуемых пространствах, а также на суслинских пространства. Через δ_a обозначим меру Дирака в a, т. е. вероятностную меру, сосредоточенную в точке $a \in X$.

Напомним, что последовательность борелевских мер μ_n на топологи-

[12] Bohl P. *Über ein in der Theorie der säkulären Störungen vorkommendes Problem.* J. Reine Angew. Math. 1909. B. 135. S. 189–283.

[13] Sierpiński W. *Sur la valeur asymptotic d'une certaine somme.* Bull. Int. Acad. Polon. Sci. (Cracovie) A. 1910. P. 9–11.

[14] Weyl H. *Über die Gleichverteilung von Zahlen mod. Eins.* Math. Ann. 1916. B.77. S. 313–352

[15] Hlawka E. *Folgen auf kompakten Räumen.* Abh. Math. Sem. Univ. Hamburg. 1956. B. 20. S. 223–241.

[16] Кейперс Л., Нидеррейтер Г. *Равномерное распределение последовательностей.* М., Наука, 1985.

[17] Богачев *В.И. Основы теории меры.* 2-е изд. Москва – Ижевск, РХД, 2006. Т. 2.

ческом пространстве X слабо сходится к борелевской мере μ на пространстве X, если для каждой ограниченной непрерывной функции ее интегралы по мерам μ_n сходятся к интегралу по мере μ.

Семейство M радоновских вероятностных мер на X называется равномерно плотным, если для каждого $\varepsilon > 0$ найдется такой компакт $K \subset X$, что $\mu(X\backslash K) < \varepsilon$ для всех $\mu \in M$. Согласно классической теореме Прохорова[10], всякая слабо сходящаяся последовательность борелевских вероятностных мер на полном сепарабельном метрическом пространстве равномерно плотна.

Последовательность точек $x_n \in X$ называется равномерно распределенной относительно вероятностной радоновской меры μ на X, если для всякой ограниченной непрерывной функции f на X имеет место равенство

$$\int_X f(x)\,\mu(dx) = \lim_{n\to\infty} \frac{f(x_1) + \cdots + f(x_n)}{n}.$$

Определение означает слабую сходимость мер $n^{-1}(\delta_{x_1} + \cdots + \delta_{x_n})$ к мере μ. Согласно известной теореме Нидеррейтера[18], существование равномерно распределенной последовательности относительно μ равносильно тому, что к μ слабо сходится некоторая последовательность вероятностных мер с конечными носителями. Из этого следует, что если X является вполне регулярным суслинским пространством, то всякая вероятностная мера Радона на X обладает равномерно распределенной последовательностью. В общем случае это не так даже для компактов: примером служит компактификация Стоуна–Чеха натурального ряда.

Определение 1.1. *Будем говорить, что вероятностная радоновская мера μ на X имеет t-равномерно распределенную последовательность, если существует такая последовательность точек $x_n \in X$, что последовательность мер $n^{-1}(\delta_{x_1} + \cdots + \delta_{x_n})$ равномерно плотна и слабо сходится к μ.*

Определение 1.2. *Будем говорить, что X обладает свойством* (ud), *если каждая вероятностная мера Радона на X имеет равномерно рас-*

[18] Niederreiter H. *On the existence of uniformly distributed sequences in compact spaces.* Compositio Math. 1972. V. 25. P. 93–99.

пределенную последовательность. Если же каждая такая мера имеет t-равномерно распределенную последовательность, то назовем X пространством со свойством (tud).

Отметим, что указанные свойства не всегда сохраняются при переходе к компактному подмножеству. Например, в предположении гипотезы континуума произведение континуума отрезков обладает свойством (ud), но это произведение содержит замкнутое подмножество, гомеоморфное компактификации Стоуна–Чеха натурального ряда, которая не имеет свойства (ud). В частности, носители приближающих дискретных мер не всегда можно выбрать в носителе приближаемой меры.

Видимо, свойство (tud) строго сильнее свойства (ud), но доказать это пока не удалось. Разумеется, для компактов оба свойства равносильны. Равносильны они (и имеют место) для полных сепарабельных метрических пространств, что следует из теоремы Прохорова.

Приведем основные результаты о свойствах пространств из указанных классов. Следующее предложение показывает, в частности, что проверку введенных свойств достаточно осуществлять лишь для мер с компактными носителями.

Предложение 1.3. *Пусть для каждого $n \in \mathbb{N}$ подпространство X_n в X измеримо относительно всех радоновских мер на X и обладает свойством* (tud). *Тогда пространство $Y := \bigcup_{n=1}^{\infty} X_n$ также обладает этим свойством. Аналогичное утверждение верно для свойства* (ud).

Замечание 1.4. Из этого предложения следует, что всякая вероятностная радоновская мера, сосредоточенная на счетном объединении метризуемых компактов, обладает t-равномерно распределенной последовательностью, принадлежащей этому объединению. Значит, всякое вполне регулярное пространство, в котором все компакты метризуемы, обладает свойством (tud). Например, таковы вполне регулярные суслинские пространства.

Предложение 1.5. *Пусть компакт X имеет свойство* (tud), *а отображение $f\colon X \to Y$ непрерывно и сюръективно. Тогда Y также об-*

ладает свойством (tud)*. Аналогичное утверждение верно для свойства* (ud)*.*

Предложение 1.6. *Свойства* (ud) *и* (tud) *сохраняются непрерывными сюръективными отображениями, для которых индуцированные отображения пространств вероятностных радоновских мер сюръективны (например, таковы непрерывные отображения, для которых прообразы компактов компактны).*

Основным результатом данной главы является следующая теорема.

Теорема 1.7. *Пусть пространство X обладает свойством* (tud)*. Тогда этим свойством обладает пространство $X \times Y$ для всякого непустого вполне регулярного пространства Y, в котором компакты метризуемы. Аналогичное утверждение верно для свойства* (ud)*.*

Например, заключение теоремы верно, если в качестве Y взять вполне регулярное суслинское пространство.

Представляется правдоподобным, что произведение двух неметризуемых компактов со свойством (ud) не всегда обладает этим свойством (т. е. указанное в условии теоремы дополнительное условие на второй сомножитель нельзя отбросить даже для компактов), но установить существование такого примера пока не удается. Отчасти это связано с тем, что в силу полученных выше результатов класс пространств со свойством (ud) весьма широк.

Глава 2.

Преобразование Радона было введено И. Радоном[1] в 1917 г. Оно сопоставляет функции f на плоскости функцию $\widehat{f}$ на множестве всех прямых, задаваемую интегралами f вдоль прямых. Аналоги данного преобразования встречались и ранее, но именно в статье Радона была поставлена общая задача об изучении преобразований типа $f \to \widehat{f}$ на различных пространствах и намечены методы исследования таких преобразований. Преобразование Радона отнюдь не сразу стало популярным объектом исследования. Его прославили применения в томографии, появившиеся почти спустя полвека после открытия Радона. За следующие полвека, благодаря этим применениям, вокруг преобразования Радона и его обобщений выросла целая область на стыке анализа, геометрии многообразий, уравнений с частными производными и вычислительной математики (см.[19,20]). Важным общим результатом теории преобразования Радона является теорема Хелгасона о носителе, позволяющая локализовать носитель функции в терминах ее преобразования Радона. Сравнительно недавно преобразование Радона стало изучаться на бесконечномерных пространствах с гауссовскими мерами[21,22,23]. В этой главе вводится обобщение преобразования Радона на случай бесконечномерных пространств с общими радоновскими мерами и для него доказывается теорема о носителе в двух случаях: для общих мер и ограниченных функций и гауссовских мер и функций, оцениваемых экспонентой квадрата полунормы.

Ниже мы будем рассматривать вещественное локально выпуклое пространство X с топологическим сопряженным X^* и радоновскую вероятностную меру μ на X. Пусть $l \in X^*$, $l \neq 0$, $L = \operatorname{Ker} l = l^{-1}(0)$. Выберем вектор $v \in X$, для которого $l(v) = 1$. Обозначим через $\mu \circ l^{-1}$ образ меры μ при отображении l, т.е. борелевскую меру на прямой, заданную формулой $\mu \circ l^{-1}(B) = \mu(l^{-1}(B))$.

Известно, что существуют такие вероятностные борелевские меры μ^{L+tv} на множествах $L + tv$, называемые условными, что

$$\mu(B) = \int_{\mathbb{R}} \mu^{L+tv}(B)\, \mu \circ l^{-1}(dt), \quad B \in \mathcal{B}(X).$$

Аффинные подпространства $L + tv$ охватывают все аффинные подпространства вида $L + x$, $x \in X$, поэтому можно считать, что заданы условные меры μ^{L+x} на множествах $L + x$, удовлетворяющие тождеству

$$\mu(B) = \int_X \mu^{L+x}(B)\, \mu(dx), \quad B \in \mathcal{B}(X).$$

---

[19] Хелгасон С. *Преобразование Радона.* М., Мир, 1983.

[20] Наттерер Ф. *Математические аспекты компьютерной томографии.* М., Мир, 1990.

[21] Mihai V., Sengupta A.N. *The Radon–Gauss transform.* Soochow J. Math. 2007. V. 33. P. 415—434,

[22] Becnel J.J., Sengupta A.N. *A support theorem for a Gaussian Radon transform in infinite dimensions.* Trans. Amer. Math. Soc. 2012. V. 364. P. 1281–1291.

[23] Becnel J.J. *A support theorem for the Gauss–Radon transform.* Inf. Dimen. Anal., Quantum Probab. Related Topics. 2012. V. 15, N 2. P. 1–21.

При этом $L + x = L + l(x)v$, ибо $x - l(x)v \in L$, откуда

$$\mu^{L+x} = \mu^{L+l(x)v}.$$

Пусть f — ограниченная борелевская функция на X. Тогда преобразование Радона функции f зададим формулой

$$\mathcal{R}^\mu f(L + x) = \int_X f(y)\mu^{L+x}(dy). \tag{1}$$

Более общим образом, формулой (1) можно задать преобразование Радона интегрируемой функции f, однако оно может быть определено уже не для всех x.

Отметим, что использование условных мер в данной конструкции совершенно естественно. Условные меры на бесконечномерных пространствах играют важную при рассмотрении различных преобразований мер. Например, они используются при изучении нелинейных образов мер (см. книгу[24]).

Также отметим, что бесконечномерное преобразование Радона в фиксированной точке можно выразить через некоторое конечномерное преобразование Радона. Пусть $K \subset X$ — конечномерное линейное подпространство, содержащее вектор v. Существует непрерывная линейная проекция $P_K \colon X \to K$ с тем свойством, что

$$Z := P_K^{-1}(0) \subset L.$$

Положим $\mu_K := \mu \circ P_K^{-1}$, а порождаемое мерой μ_K преобразование Радона на конечномерном пространстве K обозначим через $\mathcal{R}_K$.

Рассмотрим теперь функцию

$$h(u) = \int_X f(y)\mu^{Z+u}(dy), \quad u \in K.$$

Предложение 2.1. *Пусть $K \subset X$ — конечномерное линейное подпространство, содержащее вектор v, не лежащий в L, $K_0 = K \cap L$. Тогда справедливо равенство*

$$\mathcal{R}^\mu f(L + tv) = \mathcal{R}_K h(K_0 + tv) \tag{3}$$

[24]Давыдов Ю.А., Лифшиц М.А., Смородина Н.В. *Локальные свойства распределений стохастических функционалов.* Физматлит, М., 1995.

для $\mu \circ l^{-1}$-почти всех t. Иначе говоря,

$$\mathcal{R}^{\mu} f(L + l(x)v) = \mathcal{R}_K h(K_0 + l(x)v) \tag{4}$$

для μ-почти всех x, что можно записать также в виде

$$\mathcal{R}^{\mu} f(L + x) = \mathcal{R}_K h(K_0 + P_K x) \tag{5}$$

для μ-почти всех x.

Основными результатами данной главы являются следующие теоремы о носителях. Через B_∞ обозначим класс всех функций ϱ на $\mathbb{R}^d$, для которых функции $(1 + |x|)^k \varrho(x)$ ограничены при всех k.

Теорема 2.2. *Предположим, что конечномерные проекции вероятностной меры μ задаются почти всюду положительными плотностями класса B_∞. Пусть ограниченная борелевская функция f такова, что ее преобразование Радона $\mathcal{R}^{\mu} f$ удовлетворяет следующему условию: существует такое ограниченное выпуклое замкнутое множество $V \subset X$, что $\mathcal{R}^{\mu} f(L+x) = 0$ для каждой гиперплоскости L при μ-почти всех x, для которых $(L + x) \cap V = \varnothing$. Тогда $f(x) = 0$ для μ-почти всех точек $x \in X \backslash V$.*

Напомним, что вероятностная мера Радона μ на локально выпуклом пространстве X называется центрированной гауссовской, если каждый непрерывный линейный функционал на X представляет собой центрированную гауссовскую случайную величину на (X, μ).

Теорема 2.3. *Пусть μ — центрированная радоновская гауссовская мера на X, p — измеримая относительно μ полунорма на X и $\varepsilon_p > 0$ таково, что функция $\exp(2\varepsilon_p p^2)$ интегрируема относительно μ. Предположим, что борелевская функция f на X такова, что $|f(x)| \leq C \exp(\varepsilon_p p^2(x))$, причем ее преобразование Радона $\mathcal{R}^{\mu} f$ удовлетворяет следующему условию: существует такое ограниченное выпуклое замкнутое множество $V \subset X$, что $\mathcal{R}^{\mu} f(L+x) = 0$ для каждой гиперплоскости L при μ-почти всех x, для которых $(L + x) \cap V = \varnothing$. Тогда $f(x) = 0$ для μ-почти всех точек $x \in X \backslash V$.*

Отметим, что по известной теореме Ферника такое $\varepsilon_p > 0$ можно найти для каждой измеримой относительно μ полунормы. Поэтому для каждой такой полунормы появляется обширный класс функций, к которым применима эта теорема. Кроме того, следует отметить, что эта теорема существенно усиливает результаты работ[22,23].

Автор выражает глубокую благодарность своему научному руководителю профессору В.И. Богачеву за постановку задач и постоянное внимание к работе.

Работы автора по теме диссертации

[1] Богачев В.И., Лукинцова М.Н. О топологических пространствах, обладающих равномерно распределенными последовательностями. Доклады РАН. 2008. Т. 418, № 5. С. 587–591.

(М.Н. Лукинцовой принадлежат лемма и теорема; В.И. Богачеву принадлежит общая постановка задачи и план доказательства теоремы.)

[2] Богачев В.И., Лукинцова М.Н. Преобразование Радона в бесконечномерных пространствах. Доклады РАН. 2012. Т. 443, № 3. С. 279–282.

(М.Н. Лукинцовой принадлежат предложение 1 и теорема 1; В.И. Богачеву принадлежат общая постановка задачи и план доказательства теоремы 1.)

[3] Лукинцова М.Н. Преобразование Радона в бесконечномерных пространствах с гауссовскими мерами. Доклады РАН. 2013. Т. 453, № 3. С. 252–255.