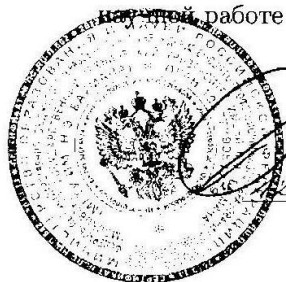


«УТВЕРЖДАЮ»

Первый проректор – проректор по  
научной работе МГТУ им. Н.Э. Баумана



профессор В.Н. Зимин

« 14 / 07 / 14 » 2014 года

### ОТЗЫВ ВЕДУЩЕЙ ОРГАНИЗАЦИИ

о диссертации Лукинцовой Марии Николаевны  
«Сходимость мер и преобразование Радона  
в бесконечномерных пространствах»

на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук  
по специальности 01.01.01 – вещественный, комплексный и функциональный анализ

Изучение различных классов преобразований мер и сходимости мер является одним из основных направлений исследования в теории меры, начиная с работ классиков этой науки. Здесь необходимо отметить работы Радона, Колмогорова, Леви, фон Неймана, Канторовича, Прохорова и многих других авторов. Это направление естественно связано по постановкам задач, используемым методам и приложениям со многими другими разделами математики, такими как теория вероятностей, теория случайных процессов, теория динамических систем, математическая физика. Одним из наиболее важных видов сходимости мер является слабая сходимость, возникшая в теории вероятностей как сходимость по распределению, и ставшая объектом систематического исследования в середине XX века. Одновременное параллельное развитие теории топологических пространств естественным образом привело к синтезу направлений: возникла теория слабой сходимости мер на топологических пространствах, плодотворно развивающаяся уже более полувека. К этой тематике относится первая глава настоящей диссертации, посвященная исследованию вполне регулярных топологических пространств, в которых все вероятностные меры Радона обладают равномерно распределенными последовательностями, т.е. последовательностями точек, средние арифметические значения в которых для каждой ограниченной непрерывной функции сходятся к интегралу от этой функции по данной мере. Построение равномерно распределенных последовательностей можно рассматривать как одно из

средств восстановления вероятностных мер (или интегралов по ним) по определенным данным. Поэтому эта задача оказывается близкой задаче восстановления меры по каким-либо ее преобразованиям. Известнейшее из таких преобразований — преобразование Фурье, которое для мер на бесконечномерных пространствах было введено Колмогоровым. Родственным является преобразование Радона, которое в последнее время стало весьма популярным, в том числе и в связи с его применением в томографии. При этом преобразования Радона мер на бесконечномерных пространствах стали рассматриваться сравнительно недавно. Этой тематике посвящена вторая глава диссертации.

Таким образом, рассматриваемая работа относится к теории мер на топологических пространствах. Автор рассматривает объекты, мало изученные в бесконечномерных пространствах: равномерно распределённые последовательности точек и преобразование Радона. Это позволяет сделать вывод об актуальности темы диссертации.

Перейдем к рассмотрению диссертации по главам и к обсуждению ее основных результатов. Диссертация, общим объемом 54 страницы, состоит из введения, двух глав, включающих 5 параграфов, и списка литературы.

В первой главе автор изучает класс пространств, в которых выполнено свойство (ud): для всякой радоновской меры  $\mu$  можно построить равномерно распределённую последовательность, т.е. такую последовательность  $x_n$ , что для всякой непрерывной ограниченной функции  $f$  на  $X$  выполнено

$$\int_X f(x)\mu(dx) = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{f(x_1) + \dots + f(x_n)}{n}.$$

В первой главе диссертации автор доказывает, что свойство (ud) сохраняется при следующих операциях:

1. Объединение последовательности обладающих свойством (ud) универсально измеримых подмножеств одного пространства.
2. Непрерывное сюръективное отображение компакта со свойством (ud).
3. Непрерывные сюръективные отображения, при которых прообразы компактов — компакты.

Основной же результат в этом направлении состоит в том, что если пространство  $X$  обладает свойством (ud), а в пространстве  $Y$  все компакты метризуемы, то произведение пространств  $X$  и  $Y$  также обладает свойством (ud).

Во второй главе диссертации изучается преобразование Радона мер на бесконечномерных пространствах. Это преобразование, сопоставляющее функции на линейном пространстве функцию на множестве прямых этого пространства, задаваемую интегралами по условным мерам на прямых. Это преобразование было введено Радонам в начале XX века в конечномерном случае; в середине века оно нашло применение в томографии. В данной работе преобразование Радона обобщено на бесконечномерный случай и изучен ряд свойств этого преобразования.

В конечномерном случае известна теорема Хелгасона об ограниченности носителя функции, преобразование Радона которой обращается в 0 на соответствующем множестве. Автору удалось обобщить эту теорему для двух бесконечномерных случаев: когда мера произвольна и функция ограничена, а также когда мера гауссовская, а функция мажорируется экспонентой квадрата нормы. Эти результаты и являются основными результатами второй главы диссертации.


Подытоживая вышесказанное, отметим, что все результаты диссертации строго доказаны. В работе применяются методы теории меры на топологических пространствах, а также методы и результаты функционального анализа и общей топологии. К содержанию и оформлению диссертации серьезных замечаний нет. Имеющиеся немногочисленные опечатки и описки, неизбежные в работе значительного объема, не влияют на восприятие содержания диссертации. Все основные результаты диссертации являются новыми и актуальными для функционального анализа. Результаты приведены с полными доказательствами и опубликованы в математических журналах. По теме диссертации соискателем опубликовано 3 статьи в журналах, входящих в «Перечень российских рецензируемых научных журналов, в которых должны быть опубликованы основные научные результаты диссертаций на соискание ученых степеней доктора и кандидата наук» (две из них в соавторстве с научным руководителем). Автореферат соответствует содержанию диссертации. Основные положения и выводы диссертации носят теоретический характер. Они представляют интерес для специалистов в области теории меры, функционального анализа, теории вероятностей и общей топологии. Результаты и методы, развитые в диссертации, могут найти применения в исследованиях, проводимых в Математическом институте им. В.А. Стеклова РАН, Петербургском отделении Математического института им. В.А. Стеклова РАН, Институте математики им. С.Л. Соболева СО РАН, С.-Петербургском государственном университете, Новосибирском государственном университете, Высшей школе экономики, Московском государственном техническом университете им. Н.Э. Баумана. Совокупность результатов, изложенных в диссертации.

ции, может быть квалифицирована как решение задачи, имеющей важное значение для теории функций и функционального анализа.

На основе изложенного считаем, что рассматриваемая диссертационная работа удовлетворяет всем требованиям п. 9 Положения о порядке присуждения ученых степеней, предъявляемым к кандидатским диссертациям, а ее автор, Лукинцова Мария Николаевна, безусловно заслуживает присуждения ей ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 01.01.01 — вещественный, комплексный и функциональный анализ.

Отзыв заслушан и одобрен 3 февраля 2014 года на заседании семинара «Анализ и дифференциальные уравнения» кафедры ФН-2 «Прикладная математика» МГТУ им. Н.Э. Баумана.


Профессор кафедры ФН-2 «Прикладная математика» МГТУ им. Н.Э. Баумана  
д.ф.-м.н.

 О. В. Пугачёв

Руководители семинара  
д.ф.-м.н., доц.

 К. Ю. Федоровский

к.ф.-м.н., доц.

 Г. В. Гришина