

ОТЗЫВ

научного руководителя о диссертации М.Н. Лукинцовой
„Сходимость мер и преобразование Радона в бесконечномерных пространствах“,
представленной на соискание ученой степени кандидата
физико-математических наук
по специальности 01.01.01 – вещественный, комплексный и функциональный анализ

Основные задачи диссертационной работы М.Н. Лукинцовой связаны со слабой сходимостью вероятностных мер на вполне регулярных топологических пространствах и с преобразованием Радона относительно вероятностных мер на локально выпуклых пространствах. Эта проблематика лежит на стыке теории меры, функционального анализа и теории вероятностей, а некоторые ее аспекты затрагивают и общую топологию. Исследования в этой области восходят к работам А.Д. Александрова, Н.Н. Боголюбова, Н.М. Крылова, Ю.В. Прохорова, Л. Ле Кама, В.С. Варадарайна, П. Биллингсли и других известных специалистов второй половины XX века. Слабая сходимость мер рассматривается в работе в связи с изучением тех радоновских мер, которые представляют собой слабые пределы мер с конечными носителями. В случае мер на метрических пространствах все конечные радоновские меры таковы, но для более общих пространств это уже не так. В силу известной теоремы Г. Нидеррейтера существование слабо сходящейся к мере μ последовательности дискретных мер влечет существование очень специальной слабо сходящейся последовательности, представляющей собой средние арифметические мер Дирака в точках некоторой последовательности $\{x_n\}$. Последняя называется слабо распределенной для меры μ . Хотя для мер в простых в топологическом смысле пространствах само существование равномерно распределенных последовательностей проблемой не является, выяснение того, равномерно ли распределена данная последовательность, нередко оказывается весьма трудной задачей. Такие задачи решаются уже более ста лет, начиная с работ П. Боля и Г. Вейля, и до сих пор здесь остаются открытые вопросы даже для меры Лебега на отрезке. Для общих вполне регулярных топологических пространств (требование тихоновости естественно в связи с рассмотрением слабой сходимости) не выяснены многие менее тонкие вопросы. Например, нет характеристики пространств, на которых все вероятностные меры Радона имеют равномерно распределенные последовательности. Кроме того, неясно соотношение между существованием таких последовательностей и возможностью их выбора с дополнительным свойством равномерной плотности соответствующих арифметических средних дираковских мер в этих точках. В данной работе получены первые общие результаты по этим вопросам.

Второе направление, по которому ведутся исследования в диссертации М.Н. Лукинцовой, связано с определением преобразования Радона относительно мер на локально выпуклых пространствах. Это преобразование данной функции на всем пространстве сопоставляет ее интегралы по гиперплоскостям, на которых берутся условные меры, соответствующие исходной мере. Ранее подобная конструкция рассматривалась лишь для гауссовских мер, но предложенная в диссертации схема имеет новшества и в гауссовском случае, причем не только в определении, но и в полученных результатах. Надо сказать, что введенное определение не является буквальным аналогом конечномерного, ибо даже в конечномерном случае оно

использует не меру Лебега, а вероятностную меру, которая не может быть инвариантной при сдвигах. По бесконечномерному преобразованию Радона имеется считанное число работ, но можно надеяться, что исследования М.Н. Лукинцовой привлекут дополнительное внимание к этой теме.

Диссертация состоит из введения, двух глав, разбитых на 5 параграфов, и списка литературы. Во введении дан исторический обзор по теме работы и сформулированы ее основные результаты. В первой главе вводятся два класса вполне регулярных топологических пространств, на которых всякая вероятностная радоновская мера обладает равномерно распределенной последовательностью или равномерно плотной равномерно распределенной последовательностью. Показано, что эти свойства сохраняются при умножении на вполне регулярные суслинские пространства. Во второй главе вводится обобщение преобразования Радона на случай бесконечномерных пространств с общими радоновскими мерами и для него доказывается теорема о носителе в двух случаях: для общих мер и ограниченных функций и гауссовских мер и функций, оцениваемых экспонентой квадрата нормы.

Все результаты диссертации являются новыми. Основные из них состоят в следующем.

1. Введено и изучено понятие вполне регулярного топологического пространства со свойством равномерного распределения. Показано, что класс пространств с этим свойством устойчив относительно умножения на пространства, в которых компакты метризуемы, в частности на суслинские пространства.

2. Введено и исследовано преобразование Радона на общем локально выпуклом пространстве с радоновской вероятностной мерой. Доказано, что если преобразование Радона борелевской ограниченной функции равно нулю вне ограниченного выпуклого замкнутого множества, то и сама функция равна нулю почти всюду вне этого множества.

3. Доказано, что если преобразование Радона борелевской функции, заданной на локально выпуклом пространстве с радоновской гауссовской мерой и растущей не быстрее экспоненты квадрата измеримой полунормы, равно нулю вне ограниченного выпуклого замкнутого множества, то и сама функция равна нулю почти всюду вне этого множества.

Результаты диссертации являются новыми, получены автором самостоятельно и обоснованы в виде строгих математических доказательств. По теме диссертации имеются 3 публикации в журналах из списка ВАК.

Апробация диссертации: содержащиеся в диссертации результаты докладывались на научно-исследовательском семинаре „Бесконечномерный анализ и стохастика” под руководством В.И. Богачева, Н.А. Толмачева и С.В. Шапошникова (2009–2013 г.), на конференции „Ломоносовские чтения” в Московском государственном университете им. М.В. Ломоносова (2011 г.), на семинаре „Бесконечномерный стохастический анализ” в университете г. Билефельда (2007 г.) и на научно-исследовательском семинаре кафедры прикладной математики Московского государственного технического университета им. Н.Э. Баумана (2014 г.).

Результаты диссертации носят теоретический характер и могут быть использованы в различных вопросах бесконечномерного анализа, теории меры, теории

вероятностей и стохастического анализа. Результаты и методы работы М.И. Лукинцовой будут востребованы в исследованиях, проводимых в Московском государственном университете им. М.В. Ломоносова, Математическом институте им. В.А. Стеклова РАН, Санкт-Петербургском государственном университете, Новосибирском государственном университете, Техническом университете им. Н.Э. Баумана, Высшей школе экономики.

Таким образом, в диссертационной работе М.И. Лукинцовой „Сходимость мер и преобразование Радона в бесконечномерных пространствах” решен ряд важных и трудных задач теории меры и функционального анализа. Эта работа удовлетворяет всем требованиям „Положения о порядке присуждения ученых степеней” ВАК, а ее автор М.И. Лукинцева заслуживает присуждения ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 01.01.01 – вещественный, комплексный и функциональный анализ.

Доктор физико-математических наук,
профессор



В.И. Богачев

Подпись профессора В.И. Богачева
удостоверено:

