

ОТЗЫВ ОППОНЕНТА  
о диссертации М.Н. Лукинцовой

«Сходимость мер и преобразование Радона в бесконечномерных пространствах»,  
представленной на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук  
по специальности 01.01.01 — вещественный, комплексный и функциональный анализ

Проблематика диссертации М.Н. Лукинцовой принадлежит к той области функционального анализа и теории меры, которая связана с теорией вероятностей и общей топологией. Проблемы, исследованные в ней, относятся к классическому направлению, заложенному в 30–50-х годах прошлого века А.Н. Колмогоровым, Н.Н. Боголюбовым, Н.М. Крыловым, А.Д. Александровым, Ю.В. Прохоровым, Л. Ле Камом, В.С. Варадарайном и др., в основе которого лежат преобразования и слабая сходимость вероятностных мер на топологических пространствах. При этой «традиционности» одна из двух тем работы — преобразование Радона на бесконечномерных пространствах — представляется интересным новшеством, связывающим упомянутое направление с другой обширной классической областью, в которой сейчас также ведутся интенсивные исследования.

Диссертация состоит из введения, почти совпадающего с авторефератом, двух глав, содержащих 5 параграфов, и списка литературы.

Введение содержит общий обзор по теме работы и формулировки ее основных результатов.

Глава 1 посвящена одной интересной проблеме: в каких вероятностных пространствах применим выборочный метод математической статистики? Эта проблема исследуется М.Н. Лукинцовой в такой формулировке: в каких пространствах каждая вероятностная мера Радона является слабым пределом последовательности средних арифметических некоторой последовательности мер Дирака? Это свойство пространства называется свойством  $ud$ . Если последовательность средних арифметических мер Дирака еще и равномерно плотна, то говорится, что пространство обладает свойством  $tud$ .

Известно, что метрические пространства обладают свойством  $tud$ . Однако, есть примеры пространств, даже компактных, не обладающих свойством  $ud$ . В них математическая статистика должна быть совершенно отличной от традиционной.

Пока не найдено описания тихоновских пространств со свойством  $ud$ . Открыт вопрос о связи свойств  $tud$  и  $ud$ . В диссертации М.Н. Лукинцовой представлен первый результат в этом направлении: доказано, что свойства  $ud$  и  $tud$  сохраняются при умножении на непустое вполне регулярное пространство, в котором все компакты метризуемы.

Глава 2 посвящена преобразованию Радона функций на локально выпуклых вероятностных пространствах. Функции на всем пространстве сопоставляются ее интегралы по гиперплоскостям с условными мерами, порожденными заданной мерой. Ряд авторов уже рассматривал такую конструкцию в случае гауссовых мер, но в диссертации предложена модификация, интересная и в гауссовом случае, причем уточняющая результаты других авторов. Для введенного преобразования доказана теорема о носителе в двух случаях: для общих мер и ограниченных функций а также для гауссовых мер и функций, оцениваемых экспонентой квадрата некоторой полуноормы.

Основными результатами диссертации являются следующие.

- Впервые введено и исследовано понятие вполне регулярного топологического пространства со свойством  $tud$ . Доказано, что класс пространств со свойством  $tud$  устойчив относительно умножения на пространства, в которых все компакты метризуемы, в частности он устойчив при умножении на суслинские пространства.
- Впервые введено и исследовано преобразование Радона на общем локально выпуклом пространстве с радоновой вероятностной мерой. Доказано, что если преобразование Радона борелевской ограниченной функции равно нулю вне ограниченного выпуклого

замкнутого множества, то и сама функция равна нулю почти всюду вне этого множества.

- Доказано, что если преобразование Радона борелевской функции, заданной на локально выпуклом пространстве с радоновой гауссовой мерой и растущей не быстрее экспоненты квадрата некоторой полунормы, равно нулю вне ограниченного выпуклого замкнутого множества, то и сама функция равна нулю почти всюду вне этого множества.

Результаты диссертации являются новыми, получены автором самостоятельно и изложены с исчерпывающими доказательствами. По теме диссертации имеются 3 публикации в журналах из списка ВАК. Автореферат правильно отражает содержание диссертации. Список литературы содержит основные публикации в данной области.

К сожалению, в диссертации отсутствует заключение, в котором хотелось бы прочитать обсуждение полученных результатов, их связь с проблемами математической статистики и описание перспектив их применения и развития. Некоторые утверждения (не относящиеся к результатам диссертации и их доказательствам) приведены без указания, кем и где они опубликованы. В тексте имеются досадные опечатки. Но даже с учетом этих недостатков, диссертации следует дать весьма высокую оценку.

Результаты диссертации и разработанные в ней методы имеют теоретический характер. Они будут полезны ученым, ведущим исследования в области бесконечномерного анализа, теории меры, теории вероятностей и стохастического анализа во многих университетах и институтах страны, таких как Московский государственный университет им. М.В. Ломоносова, Санкт-Петербургский государственный университет, Новосибирский государственный университет, Технический университет им. Н.Э. Баумана, Математический институт им. В.А. Стеклова РАН, НИУ «Высшая школа экономики» и др.

Из сказанного следует, что в диссертационной работе М.Н. Лукинцовой решены трудные задачи функционального анализа и теории меры. Эта работа удовлетворяет всем требованиям «Положения о порядке присуждения ученых степеней» ВАК, а ее автор М.Н. Лукинцова заслуживает присуждения ей ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 01.01.01 — вещественный, комплексный и функциональный анализ.

Доктор физико-математических наук,

профессор

/А.И. Кириллов/

Подпись Кириллова А.И. заверяю.

Гл. специалист Административно-  
хозяйственного отдела РФФИ



Уфеев Н.А. Мешинский  
04.06.2014