

«УТВЕРЖДАЮ»

Проректор по научной работе федерального государственного бюджетного образовательного учреждения высшего профессионального образования «Владимирский государственный университет имени Александра Григорьевича и Николая Григорьевича Столетовых»
доктор технических наук, профессор
В.Н. Ланцов
_____ 2014 г.



ОТЗЫВ

ведущей организации – федерального государственного бюджетного образовательного учреждения высшего профессионального образования «Владимирский государственный университет имени Александра Григорьевича и Николая Григорьевича Столетовых» (ВлГУ) на диссертацию Николая Николаевича на тему Добровольского "Гиперболический параметр сеток с весами и его применение", представленную на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 01.01.06 – математическая логика, алгебра и теория чисел

Работа посвящена развитию теоретико-числового метода в приближенном вычислении многомерных интегралов. Данный метод был предложен в пятидесятых годах прошлого века в работах Н.М.Коробова и развивался целым рядом математиков. В последние годы наиболее активно данное направление развивается тульской школой теории чисел.

Помимо очевидного прикладного значения, метод Коробова позволил получить целый ряд результатов, интересных и с чисто теоретико-числовой точки зрения. В первую очередь, данный метод может быть рассмотрен как часть теории равномерного распределения последовательностей. Кроме того, самостоятельный интерес представляют такие понятия как произведение сеток, тригонометрические суммы сеток, гиперболические дзета-функции и т.п., впервые возникшие в рамках исследований по приближенному вычислению многократных интегралов.

Одним из важнейших понятий, используемых в рамках рассматриваемого метода, является понятие гиперболического параметра решетки. Его значимость

обусловлена тем, что он позволяет оценивать погрешность многомерных квадратурных формул, построенных при помощи данной решетки (теорема Бахвалова-Коробова). Использование гиперболического параметра решетки является не единственным способом оценки такой погрешности, однако в отличие от других вариантов (тригонометрические суммы, гиперболические дзета-функции), данный параметр имеет простой геометрический смысл. Кроме того, гиперболический параметр решетки интересен с точки зрения геометрии чисел, а также с точки зрения теории диофантовых приближений (в частности, благодаря связи с так называемой гипотезой Оппенгейма). Однако следует отметить, что многие важные многомерные квадратурные формулы основаны не на решетках, а на произвольных сетках. В связи с этим возникает рассматриваемая в диссертации задача изучения гиперболического параметра произвольных сеток и доказательства соответствующего обобщения теоремы Бахвалова-Коробова.

Диссертационная работа состоит из введения, пяти глав, заключения и списка литературы из 44 наименований, включая семнадцать работ автора. Четыре работы автора опубликованы в изданиях, рекомендованных ВАК. Объем диссертации составляет 110 страниц машинописного текста.

Во введении описывается актуальность темы исследования, степень ее разработанности, цели исследования, основные результаты работы, а также сведения о ее апробации.

Первая глава диссертации посвящена изучению гиперболического параметра произвольных сеток с весами. Основным результатом данной главы является доказательство обобщенной теоремы Бахвалова-Коробова, позволяющей гиперболическую дзета-функцию сетки с весами, а, следовательно, и погрешность соответствующей квадратурной формулы. При этом оказывается, что наиболее естественное обобщение гиперболического параметра решетки на сетки не позволяет получить необходимое обобщение. Вместо этого автором вводятся и изучаются целых три гиперболических параметра, определение которых основано на известном разбиении Коробова.

Дальнейшие главы диссертации посвящены приложению результатов первой главы к изучению двумерных сеток Смоляка. Отметим, что данный класс се-

ток по известности в России значительно уступает сеткам Коробова и Фролова. Однако в зарубежных работах использование сеток Смоляка является вторым по популярности методом вычисления кратных интегралов, уступающим только методу Монте-Карло.

Вторая глава, в принципе носит вспомогательный характер, и посвящена вычислению числа узлов сеток Смоляка. Получено точное решение данной задачи, как с учетом, так и без учета кратностей узлов.

Третья глава посвящена приложением сеток Смоляка в приближенном анализе. Подробно изучены квадратурные формулы для рассматриваемых сеток и найден порядок их погрешности. В основе доказательства лежит явное вычисление всех трех гиперболических параметров для двумерных сеток Смоляка, а также рассмотрение тригонометрических сумм сеток. Параллельно получен неожиданный результат: тригонометрическая сумма двумерной сетки Смоляка может принимать всего три значения: -1 , 0 , и 1 . Также рассмотрены приложения сеток Смоляка к двумерной задаче интерполяции. Построена соответствующая интерполяционная формула и найдена оценка ее погрешности.

Четвертая глава диссертации посвящена изучению отклонения двумерных сеток Смоляка. Вообще говоря, изучение отклонений различных последовательностей представляет собой огромный раздел теории равномерного распределения, восходящий еще к ванн дер Корпуту. Сетки Смоляка интересны тем, что они достаточно хороши с точки зрения приближенного интегрирования (порядок точности соответствующей квадратурной формулы отличается от наилучшего всего лишь на степень логарифма), однако крайне плохи с точки зрения классической теории равномерного распределения (их отклонение имеет порядок $O\left(\frac{n}{\log n}\right)$). Точный порядок отклонения двумерных сеток Смоляка был известен и ранее, однако автору удалось пойти дальше и получить точную формулу для отклонения, а также явно указать прямоугольник, на котором точная граница отклонения достигается.

В пятой главе рассматривается вопрос о граничных функциях для сеток Смоляка, то есть о функциях, для которых погрешность соответствующей квад-

ратурной формулы является максимальной. Ранее граничная функция была найдена для сеток с положительными тригонометрическими суммами. Эта функция, получившая название меры качества, сыграла важную роль в решении проблемы нахождения оптимальных коэффициентов Коробова. Однако, как было показано в третьей главе, тригонометрические суммы сеток Смоляка могут быть отрицательными. В диссертации найдена граничная функция для сеток Смоляка и получена точная формула для линейного функционала погрешности соответствующей квадратурной формулы.

В заключении приводятся основные выводы диссертационного исследования.

Подводя итог обсуждению диссертации Н. Н. Добровольского, можно отметить следующее. Диссертация посвящена решению актуальных задач и вносит существенный вклад в развитие теоретико-числовых методов приближенного анализа. Получен ряд новых интересных результатов. Все доказательства полные и подробные. Результаты своевременно опубликованы, в том числе в изданиях из списка ВАК. При этом количество публикаций значительно превышает стандартные требования к диссертациям. Автореферат полно и правильно отражает содержание диссертации. Работа носит теоретический характер. Полученные в ней результаты, а также развитые в ней методы могут быть использованы в дальнейших научных исследованиях по соответствующей тематике, проводимых в МГУ, МИРАН, ТГПУ, ТГУ и других научных организациях, как в нашей стране, так и за рубежом.

По диссертации имеются следующие замечания.

1) Целый ряд определений и вспомогательных фактов в работе приводится несколько раз. Подобное дублирование представляется излишним. При этом в разных главах диссертации иногда происходит незначительное изменение обозначений, что затрудняет ее чтение.

2) Библиография работы представляется крайне неполной. В частности, отсутствуют ссылки на многочисленные современные работы (и даже книги), посвященные изучению сеток Смоляка.

3) Для функции, обозначенной в п. 1.2 через $d_s(n)$ стандартным является обозначение $\tau_s(n)$.

Отмеченные недостатки не носят принципиального характера и не влияют на корректность доказательств.

На основании вышеизложенного можно утверждать, что диссертация Н. Н. Добровольского на тему «Гиперболический параметр сеток с весами и его применение», представленная на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 01.01.06 (математическая логика, алгебра и теория чисел), соответствует критериям "Положения о порядке присуждения ученых степеней" ВАК России, а её автор Добровольский Николай Николаевич заслуживает присуждения ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 01.01.06 – математическая логика, алгебра и теория чисел.

Отзыв подготовлен доктором физико-математических наук, профессором В.Г. Журавлевым, обсужден и единогласно утвержден на заседании кафедры математического анализа ФГБОУ «Владимирский государственный университет имени Александра Григорьевича и Николая Григорьевича Столетовых», 15 апреля 2014 г., протокол № 8.

Отзыв утвержден на заседании научно-технического совета Федерального государственного бюджетного образовательного учреждения высшего профессионального образования «Владимирский государственный университет имени Александра Григорьевича и Николая Григорьевича Столетовых», 25 апреля 2014 г., протокол № 8.

Доктор физико-математических наук,
профессор кафедры
математического анализа

Ученый секретарь НТС



В. Г. Журавлев

И.В. Панышин

СЫЗЬ ЗАВЕРЯЮ
СЕКРЕТАРЬ ВЛГУ
ПАНОВА Т.Г.