

## ОТЗЫВ

официального оппонента на диссертационную работу Добровольского Николая Николаевича "Гиперболический параметр сеток с весами и его применение", представленную на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 01.01.06 - математическая логика, алгебра и теория чисел

Работа Н.Н. Добровольского посвящена дальнейшему развитию теоретико-числового метода в приближенном анализе, основы которого были заложены в 1957 году в работе Н.М. Коробова, в которой на основании известных оценок полных рациональных тригонометрических сумм, была получена количественная оценка погрешности приближенного интегрирования периодических функций с помощью неравномерных сеток специального вида. В этой работе впервые была установлена связь между построением квадратурных формул и вопросами теории чисел, возникающими при оценке тригонометрических сумм по координатам точек сетки. Оценки погрешности, полученные в этой работе, не зависели от размерности интегрирования, но они не отражали свойства гладкости функций, что характерно для неравномерных сеток. Это недостаток был устранен Н.М. Коробовым в 1959 году, когда он ввел в рассмотрение равномерные параллелепипедные сетки. Для таких сеток встает вопрос о нахождении оптимальных, в смысле оценок остаточного члена, коэффициентов. Решен вопрос о существовании оптимальных коэффициентов и получены численные алгоритмы их построения.

Дальнейшее развитие теоретико-числового метода в приближенном анализе привело Н.М. Коробова и его учеников рассматривать и другие как равномерные, так и неравномерные сетки. При этом разрабатывались все новые подходы к задаче оценки погрешности квадратурных формул.

Одному из таких подходов и посвящена данная диссертационная работа. Еще в 2001 году ученик Н.М. Коробова профессор Н.М. Добровольский ввел понятие гиперболической дзета-функции сетки с весами, которая является обобщением дзета-функции решетки. Известная теорема Бахвалова-Коробова в

случае параллелепипедной сетки позволяет оценивать остаточный член в квадратурной формуле через гиперболические параметры дзета-функции соответствующей решетки.

Автор получил обобщение теоремы Бахвалова-Коробова с использованием гиперболических параметров дзета-функции сетки. Этот результат доказан в первой главе диссертации.

В остальных главах рассматриваются вопросы, связанные с точностью квадратурных формул в случае регулярных сеток специального вида - сеток Смоляка, где, в частности, для отдельных классов функций получены точные формулы оценок остаточного члена.

Все вышесказанное говорит об актуальности темы исследований диссертационной работы.

Работа содержит 110 страниц, состоит из введения, пяти глав, заключения и списка литературы из 44 наименований.

О новизне и значимости исследований говорят следующие результаты, полученные в работе.

1. Доказана обобщенная теорема Бахвалова-Коробова для гиперболической дзета-функции сеток с весами.
2. Вычислены тригонометрические суммы сеток Смоляка с весами.
3. Найдены точные формулы для отклонения двумерных сеток Смоляка.
4. Найдены явные выражения для граничных функций сеток Смоляка с весами и точное значение нормы линейного функционала погрешности приближенного интегрирования на классе  $E_2^2\left(1, \frac{\pi^2}{6}\right)$ .

Полученные результаты прошли всестороннюю апробацию на ряде научных конференций и полностью опубликованы в 7 работах, из которых 2 входят в список ВАК РФ. Автореферат диссертации полно отражает ее содержание.

Утверждения диссертации являются обоснованными, снабжены корректными доказательствами, что свидетельствует об их достоверности.