

Федеральное государственное бюджетное учреждение науки
Санкт-Петербургское отделение
Математического института им. В. А. Стеклова
Российской академии наук
(ПОМИ РАН)

191023 Санкт-Петербург, наб. р.Фонтанки, 27
тел. (812) 312-40-58, факс (812) 310-53-77
e-mail: admin@pdmi.ras.ru

ИНН/КПП 7825351570 / 784101001

29.09.2014 № 11102/33/ 02-2171

На _____ от _____

«Утверждаю»
Директор Федерального
государственного бюджетного
учреждения науки Санкт-
Петербургского отделения
Математического института
им. В. А. Стеклова Российской
академии наук
чл. –корр. РАН
С.В. Кисляков

Отзыв ведущей организации о диссертации
Раскина Михаила Александровича

«СВЕРХСЛОВА, МЕРЫ НА НИХ И ИХ ПОЛУПРЯМЫЕ ПРОИЗВЕДЕНИЯ»,
представленной на соискание
ученой степени кандидата физико-математических наук
по специальности 01.01.06 — математическая логика, алгебра
и теория чисел

Диссертация М. А. Раскина относится к теории бесконечных строк, которые в работе называются сверхсловами. Бесконечные строки возникают в разных областях математики, таких как комбинаторика слов, теория автоматов, теория алгоритмов, колмогоровская сложность, динамические системы и пр.

Первая глава диссертации посвящена свойству почти периодичности. Почти периодические бесконечные строки изучались в работах Туэ, Морса и Хедлунда и других авторов. Это понятие первоначально возникло в символической динамике, но впоследствии оказалось важной в математической логике, теории алгоритмов и комбинаторике слов. Свойство почти периодичности естественным образом обобщает свойство периодичности, а именно, бесконечная строка называется почти периодической, если каждая ее конечная подстрока длины ℓ входит в слово как минимум

один раз на каждом отрезке некоторой конечной длины $G(\ell)$, функция G называется регулятором почти периодичности. В первой главе диссертации рассматриваются свойства бесконечных слов относительно конечных преобразователей (конечных автоматов, в которых каждое применение правила печатает символ). Очевидно, что конечные преобразователи сохраняют периодичность слов, в работах А. А. Мучника, А. Л. Семенова, М. А. Ушакова и Ю. Л. Притыкина доказывается, что почти периодические слова остаются почти периодическим при воздействии конечных преобразователей и дается оценка на регулятор почти периодичности результирующего слова через регулятор почти периодичности исходного слова. А именно регулятор почти периодичности преобразованного слова оценивается сверху n -кратной композицией исходного регулятора, где n — это число состояний конечного преобразователя.

В первой главе диссертации показывается, что приведенная выше оценка является почти точной. А именно, построен пример бесконечного слова, для которого нижняя оценка на регулятор почти периодичности (для конечного преобразователя, имеющего вид n -вершинного цикла) практически совпадает с верхней (вместо n -кратной композиции стоит $(n - 3)$ -кратная).

Вторая глава диссертации посвящена изучению свойств вычислимых мер на множестве бесконечных строк. Вычислимые меры играют важную роль в теории колмогоровской сложности и алгоритмической случайности. Мера на множестве бесконечных строк называется вычислимой, если существует алгоритм, который по конечной строке s и рациональному числу ϵ выдает ϵ -приближение к мере множества всех бесконечных продолжений строк. Известно и другое определение вычислимой меры, которое показывает, что это понятие очень естественное. Мера на множестве бесконечных строк является вычислимой, если распределение, соответствующее этой мере, является распределением выходов неостанавливающейся вероятностной машины Тьюринга, работающей на пустом входе.

Результат второй главы непосредственно связан с работой А. Х. Шень, А. Е. Ромащенко и Л. Бьянвеню, в которой изучался следующий вопрос. Пусть есть две бернуллиевские меры μ и ν на множестве бесконечных строк из нулей и единиц, при этом параметры p_μ и p_ν этих распределений рациональны и $p_\nu > p_\mu$. Последнее значит, что единицы в распределении μ встречаются чаще, чем при распределении ν . А. Х. Шень, А. Е. Ромащенко и Л. Бьянвеню доказали, что в любой случайной по Мартин-Лёфу бесконечной строке из нулей и единиц относительно распределения μ можно заменить некоторые нули на единицы, чтобы полученная последовательность стала случайной по Мартин-Лёфу относительно распределения ν . На самом деле, в этой работе был доказан более общее утверждение, а именно было доказано

такое свойство для произвольных вычислимых мер μ и ν , для которых существует вычислимое полупрямое произведение λ , относительно которого с вероятностью 1 строка не содержит пар символов, в которых первая компонента больше второй. Естественный вопрос заключается в том, нужно ли требовать вычислимость от полупрямого произведения мер, или существование нужного вычислимого полупрямого произведения будет автоматически следовать из вычислимости исходных мер и существования какого-то полупрямого произведения с нужным свойством. Во второй главе диссертации дается отрицательный ответ на этот вопрос и доказывается существование вычислимых мер, у которых есть полупрямое произведение с нужным свойством, но нет такого вычислимого полупрямого произведения.

В третьей главе диссертации дается ответ на открытый вопрос, поставленный А. Л. Тоомом о транзитивности некоторого порядка, введенного на множестве мер на бесконечных в обе стороны строках. А. Л. Тоом ввел этот порядок для последующего доказательства неэргодичности некоторых конкретных клеточных автоматов. В диссертации доказана транзитивность этого частичного порядка.

Текст диссертация содержит следующие недостатки:

1. В списке литературы приведены в том числе ссылки на доклад на семинаре [5] и [6] и ссылка на спецкурс [14]. Поскольку проверить эти ссылки нет никакой возможности, то помещение этих ссылок в список литературы является некорректным.
2. В списке литературы часто приводятся ссылки на учебники вместо ссылок на авторов результатов.
3. В тексте присутствует некоторое количество небрежностей. Например, на странице 5 используется термин “конечный преобразователь”, а в дальнейшем для того же понятия используется термин “конечный автомат”.

Указанные недостатки являются несущественными и несколько не снижают общее положительно впечатление о работе.

Результаты работы опубликованы в 3 статьях в журналах, включенных ВАК Минобрнауки в список изданий, рекомендуемых для опубликования основных научных результатов диссертаций на соискание ученой степени кандидата и доктора наук. Автореферат соответствует содержанию диссертации.

Результаты диссертации являются новыми и отвечают на вопросы, поставленные специалистами в соответствующей области, что говорит о том, что решаемые в диссертации задачи являются существенными в теории бесконечных слов. Результаты могут быть использованы специалистами, работающими в ведущих Российских

научно-исследовательских центрах: ПОМИ РАН, ВЦ РАН, ИМ СО РАН, УрФУ, МИАН и других.


Диссертация М. А. Раскина удовлетворяет всем требованиям, предъявляемым к диссертациям, представленным на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 01.01.06 — математическая логика, алгебра и теория чисел, а ее автор безусловно достоин искомой ученой степени.

Отзыв обсужден на заседании лаборатории математической логики ПОМИ РАН 29.09.2014, протокол N 11.

Заведующий лабораторией математической логики,
академик РАН

 Ю. В. Матиясевич

Секретарь заседания,
ведущий научный сотрудник ПОМИ РАН,
доктор физико-математических наук

 Э. А. Гирш

Отзыв подготовил старший научный сотрудник
Федерального государственного бюджетного
учреждения науки Санкт-Петербургского отделения
Математического института им. В. А. Стеклова
Российской академии наук,
кандидат физико-математических наук
Ицыксон Дмитрий Михайлович,
email: dmitrits@pdmi.ras.ru,
адрес: 191023, Санкт-Петербург, наб. р. Фонтанки 27,
ПОМИ РАН, лаборатория математической логики.

